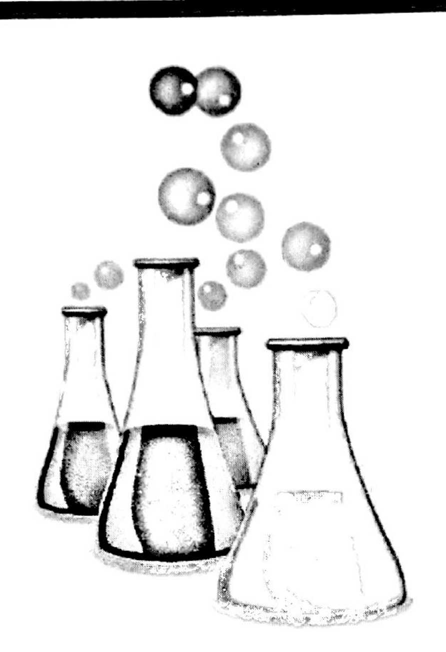
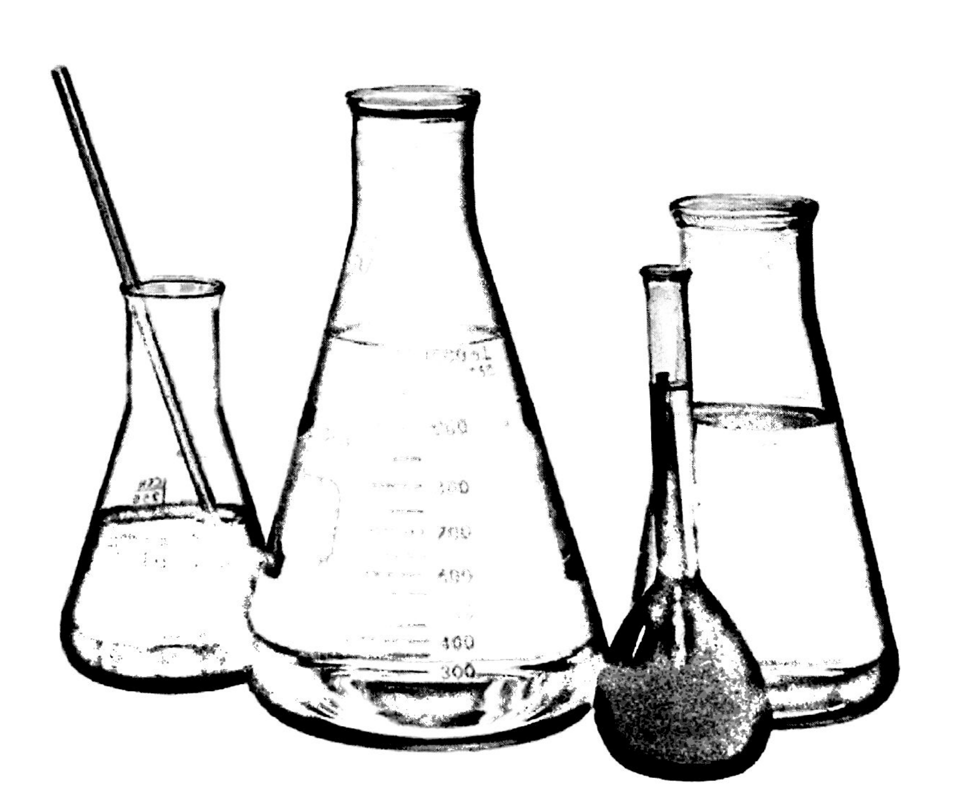
الوحدة الأولى







المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي



الوحدة رقم 01:
المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي

الملخص:

1ـ تركيز محلول مائي و كمية المادة:

ـ علاقة كمية المادة بالكتلة:

$n=\frac{m}{M}$ حيث: n كمية المادة وتقدر بالمول mol ، و m كتلة المادة الصلبة أو السائلة وتقدر بـ g ، و M تقدر بـ g/mol.

ـ علاقة كمية المادة بحجم غاز:

$n=\frac{V_g}{V_M}$ حيث V_g حجم الغاز و يقدر بـ L و V_M الحجم المولي ويقدر بـ L/mol وله علاقة بالشروط النظامية.

ـ التركيز المولي:

$c=\frac{n}{V}$ حيث: c يقدر بـ mol/L والحجم V يقدر بـ L.

ـ التركيز الكتلي:

$c_m=\frac{m}{V}$ حيث: c_m يقدر بـ g/L

ـ العلاقة بين c و c_m:

$c=\frac{n}{V}=\frac{m}{MV}=\frac{c_m}{M}$ ومنه: $c=\frac{c_m}{M}$

ـ العلاقة بين التركيز المولي و درجة النقاوة:

$$c=\frac{10.P\,d}{M}$$

حيث: P درجة النقاوة $(\%)$.

- d كثافة المذاب بالنسبة للماء.
- M الكتلة المولية الجزيئية g/mol.

2. قانون الغازات المثالية:

$$PV = n.RT$$

حيث: P ضغط الغاز ويقدر بـ الباسكال Pa

$1atm = 1,013 \times 10^5 Pa$ و $1bar = 10^5 Pa$.

V: حجم الغاز بـ m^3.

n: كمية مادة الغاز بـ mol.

R: ثابت الغازات المثالية $R = 8,314 SI$.

T: درجة الحرارة المطلقة بالكلفن (K°).

$$T(K^\circ) = \theta(C^\circ) + 273$$

$\theta(C^\circ)$ درجة الحرارة المئوية بالسلسيس.

3. الناقلية الكهربائية:

- الناقلية G عبارتها: $G = \frac{1}{R} = k\sigma$ حيث G تقدر بـ السيمنس (S) و R: المقاومة (Ω).

و $k = \frac{S}{L}$ ثابت خلية القياس ويقدر بـ (m)، S السطح المغمور، L البعد بين اللبوسين.

σ الناقلية النوعية: عبارتها $\sigma = \lambda_i c_i$ وتقدر بـ $S.m^{-1}$.

λ_i: الناقلية النوعية المولية الشاردية وتقدر بـ $(S.m^2.mol^{-1})$.

c_i: التركيز المولي للشاردة: mol/m^3.

- في محلول شاردي يحتوي على شوارد X^+ و X^-: $\sigma = \lambda_{X^+}[X^+] + \lambda_{X^-}[X^-]$

4. تقدم التفاعل و جدول التقدم:

- تقدم التفاعل:

يرمزله بالرمز x ويقدر بالمول (mol)، ويسمح لنا بمتابعة تطور التحول الكيميائي.

- جدول تقدم التفاعل: ينمذج التحول الكيميائي بمعادلة التفاعل التالية:

$$\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$$

حيث: $\delta, \gamma, \beta, \alpha$ تسمى المعاملات الستوكيومترية و B, A المتفاعلان، D, C الناتجان.

حالة الجملة	التقدم $x\,(mol)$	αA	$+\beta B$	$=\gamma C$	$+\delta D$
الابتدائية	$x = 0$	n_{0A}	n_{0B}	0	0
الانتقالية	$x \rangle 0$	$n_{0A} - \alpha x$	$n_{0B} - \beta x$	γx	δx
النهائية	x_f	$n_{0A} - \alpha x_f$	$n_{0B} - \beta x_f$	γx_f	δx_f

المتفاعل المحد:

هو المتفاعل الذي تستهلك كمية مادته قبل كل المتفاعلات.

المزيج الستوكيومتري: يكون المزيج ستوكيومتريا إذا تحقق ما يلي: $\frac{n_0(A)}{\alpha} = \frac{n_0(B)}{\beta}$

5ـ الأكسدة و الإرجاع:

ـ مفهوم المؤكسد (Ox) : هو كل فرد كيميائي (ذرة، شاردة، جزيء) قادر على اكتساب إلكترون أو أكثر خلال تحول كيميائي.

ـ مفهوم المرجع (Red) : هو كل فرد كيميائي (ذرة، شاردة، جزيء) قادر على فقد إلكترون أو أكثر خلال تحول كيميائي.

ـ مفهوم عملية الأكسدة: هو تحول كيميائي يحدث خلاله فقدان إلكترون أو أكثر من طرف المرجع $Red \rightarrow Ox + n\bar{e}$.

ـ مفهوم عملية الإرجاع: هو تحول كيميائي يحدث خلاله اكتساب إلكترون أو أكثر من طرف المؤكسد $Ox + n\bar{e} \rightarrow Red$.

التفاعل أكسدة ـ إرجاع :

هو تفاعل يتم خلاله انتقال إلكترون أو أكثر من مرجع الثنائية الأولى (Ox_1/Red_1) إلى مؤكسد الثنائية الثانية (Ox_2/Red_2) أو من مرجع الثنائية الثانية إلى مؤكسد الثنائية الأولى.

ملاحظـــــات:

من أجل الكتابة السليمة لمعادلات تفاعل الأكسدة الإرجاعية نتبع ما يلي:

1ـ نكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الإرجاع.

2ـ نوازن المعادلتين النصفيتين بالاعتماد على مبدأ انحفاظ العنصر الكيميائي، ثم مبدأ إنحفاظ الشحنة الكهربائية.

3ـ زيادة الأكسجين في طرف يعدل بالماء في الطرف الآخر.

4ـ زيادة الهيدروجين في طرف يعدل في الطرف الآخر بشوارد الهدروجين (H^+) أو شوارد الهيدرونيوم (H_3O^+) إذا كان الوسط حمضي، أو (OH^-) إذا كان الوسط أساسي.

6ـ المدة الزمنية المستغرقة في تحول كيميائي:

تصنف التحولات الكيميائية إلى ثلاثة أنواع وذلك بالاعتماد على المدة الزمنية المستغرقة في هذا التحول.

1ـ التحولات الكيميائية السريعة:

هي التحولات التي تتم في مدة زمنية قصيرة جدا، بحيث لا يمكن متابعتها بالعين المجردة أو باستعمال وسائل قياس، أي هي تحولات لحظية.

2ـ التحولات الكيميائية البطيئة:

هي التحولات التي تستغرق عدة ثواني، دقائق، أو ساعات.

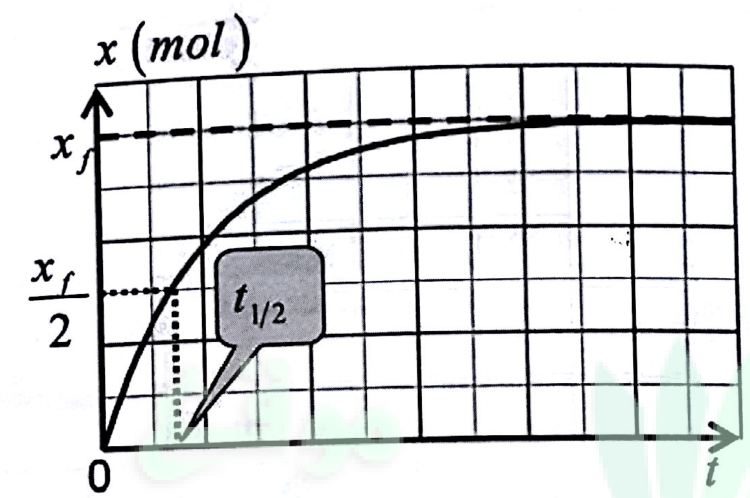
3. التحولات الكيميائية البطيئة جدا:
هي التحولات التي تستغرق عدة أيام أو عدة أشهر، فنقول أن الجملة الكيميائية عاطلة حركيا.

7. المتابعة الزمنية لتحول كيميائي:

أ. الطريقة الكيميائية: تعتمد على المعايرة.

ب. الطريقة الفيزيائية: تعتمد على قياس مقدار فيزيائي مثل الضغط (p)، الحجم (V)، الناقلية (G) ......الخ.

- **زمن نصف التفاعل** $t_{1/2}$: هو المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$.

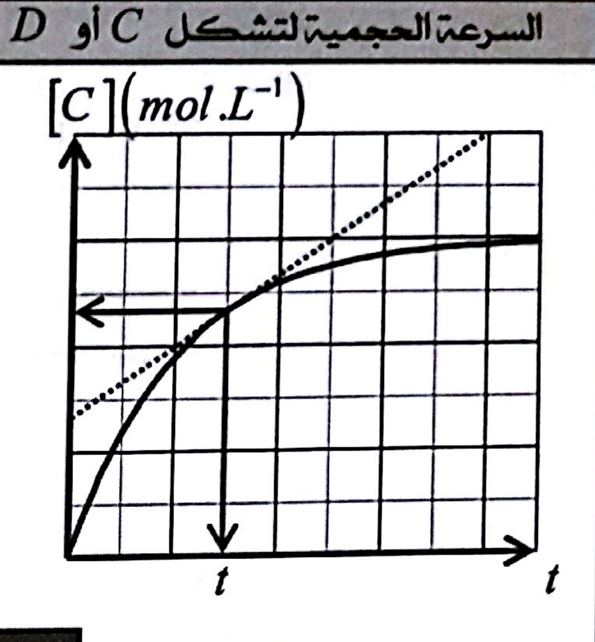
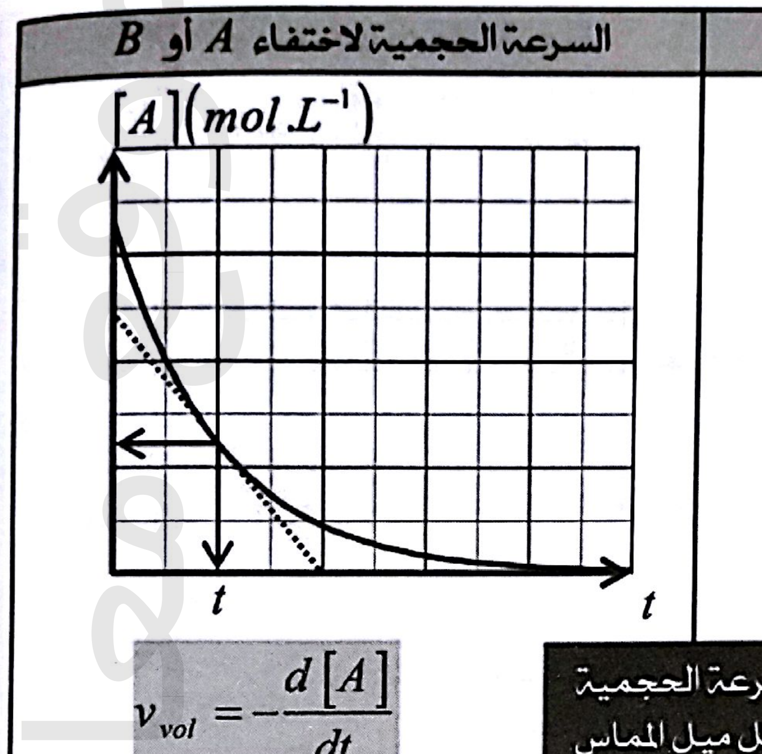


8. سرعة التفاعل:

معادلة التفاعل: $\alpha.A + \beta.B = \gamma.C + \delta.D$

سرعة تشكل C أو D	سرعة اختفاء A أو B
$n_{C,D}\ (mol)$ ، $n(t)$ ، t	$n_{A,B}\ (mol)$ ، $n(t)$ ، t
$v_{C,D} = \frac{dn_{C,D}}{dt}$	$v_{A,B} = -\frac{dn_{A,B}}{dt}$

السرعة اللحظية تمثل ميل المماس عند اللحظة t

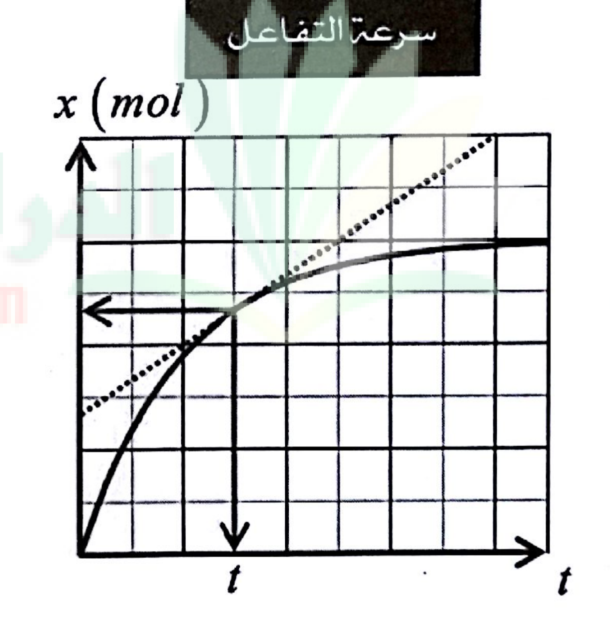
السرعة الحجمية لتشكل C أو D	السرعة الحجمية لاختفاء A أو B
	

$$v_{vol} = \frac{d[C]}{dt}$$

السرعة الحجمية تمثل ميل المماس عند اللحظة t

$$v_{vol} = -\frac{d[A]}{dt}$$

سرعة التفاعل



$v = \frac{dx}{dt}$ تمثل ميل المماس عند اللحظة t

السرعة الحجمية للتفاعل: $v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

ملاحظات

- وحدة السرعة المتوسطة و اللحظية للتشكل أو الاختفاء هي (mol/s).
- وحدة السرعة الحجمية هي: $(mol.L^{-1}.s^{-1})$
- العلاقة بين سرعة التفاعل و السرع اللحظية للتشكل و الاختفاء هي:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{v_A}{\alpha} = \frac{v_B}{\beta} = \frac{v_C}{\gamma} = \frac{v_D}{\delta}$$

العوامل الحركية:

نسمي عاملا حركيا كل ما يغير في سرعة التفاعل و هي:

1- **درجة الحرارة.**

2- **التراكيز المولية للمتفاعلات.**

3- **الوسيط**

تمارين حول:
المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي

التمرين 01:

- عرف المفاهيم التالية:

- المؤكسد (Ox) - المرجع (Red) - تفاعل الأكسدة الارجاعية - المتفاعل المحد

- التقدم النهائي x_f - التقدم الأعظمي x_{max} - زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

- السرعة الحجمية للتفاعل.

التمرين 02:

- أتمم المعادلات النصفية التالية، مبينا نوعها (نصفية للأكسدة أو نصفية للإرجاع) ثم استنتج الثنائية (Ox/Red).

1- $I_2 + ... \rightarrow ..I^-$

2- $H_2O_2 \rightarrow O_2 + ... + ...$

3- $..S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + ...$

4- $MnO_4^- + ..H^+ + ... \rightarrow Mn^{2+} + ...$

5- $H_2C_2O_4 \rightarrow ..CO_2 + ... + ..\bar{e}$

التمرين 03:

استنتج الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتين في كل تفاعل:

1- $Mg_{(s)} + 2H^+_{(aq)} = Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)}$

2- $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO^{2-}_{4(aq)} + I_{2(aq)}$

3- $2MnO^-_{4(aq)} + 5H_2O_{2(aq)} + 6H^+_{(aq)} = 2Mn^{2+}_{(aq)} + 5O_{2(g)} + 8H_2O_{(l)}$

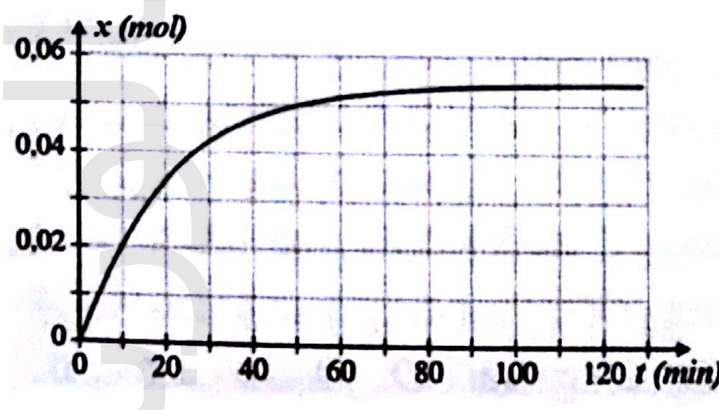
4- $3C_2H_2O_{4(aq)} + Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 6CO_{2(aq)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$

التمرين 04:

يمثل البيان التالي تغيرات تقدم التفاعل بدلالة الزمن $x = f(t)$ لتفاعل شوارد البيروكسوديكبريتات مع شوارد اليود في محلول مائي حجمه $V = 1L$.

معادلة التفاعل هي:

$$S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO^{2-}_{4(aq)} + I_{2(aq)}$$



1ـ أنجز جدولا لتقدم هذا التفاعل.

2ـ حدد قيمة سرعة التفاعل عند اللحظتين: $t = 0$ و $t = 50\,\text{min}$.

3ـ أعط تفسيرا لتطور سرعة التفاعل.

4ـ حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

التمرين 05:

خلال التتبع الزمني للتحول الكيميائي بين شوارد البيروكسوديكبريتات مع شوارد اليود في محلول مائي حجمه V و المنمذج بالمعادلة التالية: $S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^{-} = 2SO_{4(aq)}^{2-} + I_{2(aq)}$.

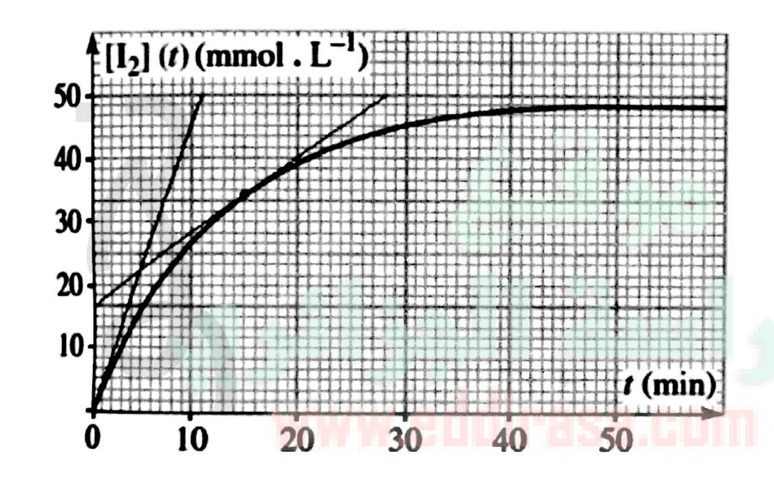
مكنت معايرة كمية مادة ثنائي اليود المتشكلة من رسم المنحنى البياني التالي:

1ـ أنجز جدولا لتقدم التفاعل.

2ـ جد عبارة التقدم x عند اللحظة t بدلالة $[I_2]$

3ـ استنتج عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة تركيز ثنائي اليود $[I_2]$

4ـ باستغلال البيان حدد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين: $t = 0$ و $t = 15\,\text{min}$.



التمرين 06:

لتتبع التحول الكيميائي التام و البطيء لتفاعل حمض الأكساليك $(H_2C_2O_4)$ مع شوارد البرمنغنات $(MnO_{4(aq)}^{-})$ نقوم بمزج حجما $V_1 = 50mL$ من محلول (S_1) لحمض الأكساليك تركيزه المولي $C_1 = 0,18mol\,L^{-1}$، مع حجما $V_2 = 50mL$ من محلول (S_2) لبرمنغنات البوتاسيوم تركيزه المولي $C_2 = 0,08mol\,L^{-1}$.

1ـ إذا علمت أن الثنائيتين الداخلتين في التفاعل هما:

(MnO_4^{-}/Mn^{2+}) و $(CO_2/H_2C_2O_4)$.

ـ أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الإرجاع، ثم استنتج معادلة الأكسدة الإرجاعية.

2ـ أنجز جدولا لتقدم التفاعل.

3ـ حدد المتفاعل المحد، و التقدم الأعظمي x_{max}.

4ـ جد العلاقة بين كمية مادة غاز CO_2 و التقدم x.

ـ نتتبع تطور حجم غاز CO_2 المنطلق عند درجة حرارة ثابتة فنحصل على النتائج التالية:

$t(s)$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	750
$V_{CO_2}(mL)$	0	36	64	86	104	120	132	154	170	200
$x(10^{-4}.mol)$										

5. إذا علمت أن الحجم المولي في شروط التجربة هو: $V_M = 25L.mol^{-1}$، أكمل الجدول السابق.

6. أرسم البيان $x = f(t)$ بالاعتماد على سلم الرسم التالي: $\begin{cases} 1cm \rightarrow 10^{-4}.mol \\ 1cm \rightarrow 100s \end{cases}$.

7. احسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_1 = 0s$ و $t_2 = 250s$.

8. استنتج السرعة الحجمية لتشكل شوارد $\left(Mn^{2+}_{(aq)}\right)$ عند نفس اللحظتين السابقتين.

التمرين 07:

يباع الماء الأكسجيني في الصيدليات، ويستعمل كمطهر. إن الماء الأكسجيني يتحلل ببطئ ليعطي غاز الأكسجين وفق التفاعل التالي: $2H_2O_{2(aq)} = O_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$

لدراسة حركية تحلل الماء الأكسجيني نضع في كأس حجما $V_0 = 100mL$ من محلول الماء الأكسجيني تركيزه $C_0 = 6\times10^{-2} mol / L$ عند اللحظة $t = 0$. وبطريقة مناسبة نعاير في لحظات مختلفة تركيز الماء الأكسجيني المتبقي في المحلول.

يعطي الجدول النتائج المحصل عليها خلال التجربة:

$t(min)$	0	5	10	15	20	25	30	40	60
$[H_2O_2]10^{-2}mol / L$	6,0	4,7	3,8	3,0	2,3	1,8	1,5	0,90	0,28
$x(mol)$									

1. أنشئ جدولا لتقدم التفاعل، ثم استنتج العلاقة بين $n_0(H_2O_2)$ كمية مادة الماء الأكسجيني عند اللحظة $t = 0$ و $n(H_2O_2)$ كمية مادة الماء الأكسجيني عند اللحظة t والتقدم x.

2. أحسب مقدار القدم x بالنسبة لمختلف اللحظات المسجلة في الجدول.

3. أرسم البيان $x = f(t)$ باستعمال سلم الرسم التالي: $\begin{cases} 1cm \rightarrow 0,5m.mol \\ 1cm \rightarrow 5min \end{cases}$.

4. أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين $t = 5min$ و $t = 30min$، ماذا تستنتج؟

5. عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم استنتج قيمته.

التمرين 08:

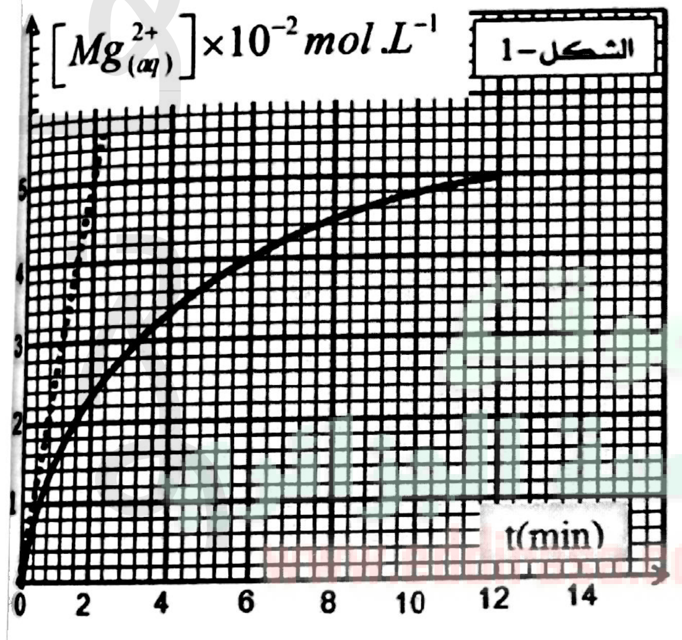
لدراسة سرعة تشكيل شاردة المغنيزيوم $Mg^{2+}_{(aq)}$ ، نجري تفاعل لمحلول حمض كلور الماء $(H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ مع معدن المغنيزيوم $Mg_{(s)}$ ، فينتج غاز ثنائي الهيدروجين، و تشكل شوارد $Mg^{2+}_{(aq)}$ وفق المعادلة التالية: $Mg_{(s)} + 2H^+_{(aq)} = Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)}$.

عند اللحظة $t = 0$ ، نضع $1,0g$ من المغنزيوم الصلب في حجم $V = 30mL$ من محلول حمض كلور الماء، تركيزه المولي $C = 0,10mol / L$.

1. أ- حدد الثنائيتين (Ox / Red) الداخلتين في التفاعل، مع كتابة المعادلتين النصفيتين.

ب- أنجز جدول تقدم التفاعل، ثم استنتج المتفاعل المحد.

جـ- استنتج تركيز شاردة $Mg^{2+}_{(aq)}$ عند نهاية التفاعل.

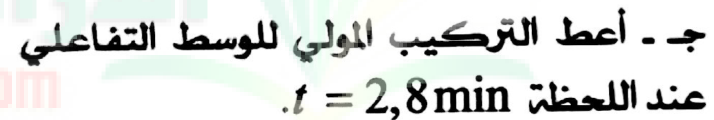


2. بمتابعة تطور شاردة $H^+_{(aq)}$ خلال الزمن ، واستنتاج التركيز المولي لشاردة $Mg^{2+}_{(aq)}$ نحصل على البيان الموضح في الشكل-1-

أ- هل ينتهي التفاعل عند $t = 12\min$؟ علل.

ب- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم استنتج قيمته.

جـ- أعط التركيب المولي للوسط التفاعلي عند اللحظة $t = 2,8\min$.



د- اعتمادا على البيان استنتج السرعة الحجمية لتشكل $Mg^{2+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 0$.

يعطى: $M(Mg) = 24g / mol$.

التمرين 09:

- نقترح دراسة حركية تحول بطيء لتفكك الماء الأكسجيني بشوارد اليود، بوجود حمض الكبريت، نعتبر التحول تام.

- معادلة التفاعل المنمذجة لتحول الأكسدة - الإرجاعية هي:

$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2H_2O$$

1- الدراسة النظرية للتفاعل:

أ- أعط تعريف المؤكسد و المرجع.

بـ حدد الثنائيتين (Ox / Red) للتفاعل السابق، مع كتابة المعادلتين النصفيتين لهما.

2- متابعة التفاعل:

عند اللحظة $t = 0$، نمزج $20mL$ من محلول يود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ تركيزه $0,10 mol / L$، محمض بحمض الكبريت بالزيادة و $8,0mL$ من الماء و $2,0mL$ من الماء الأكسجيني تركيزه $0,10mol / L$.

أ. هل المزيج الابتدائي ستوكيومتري؟.

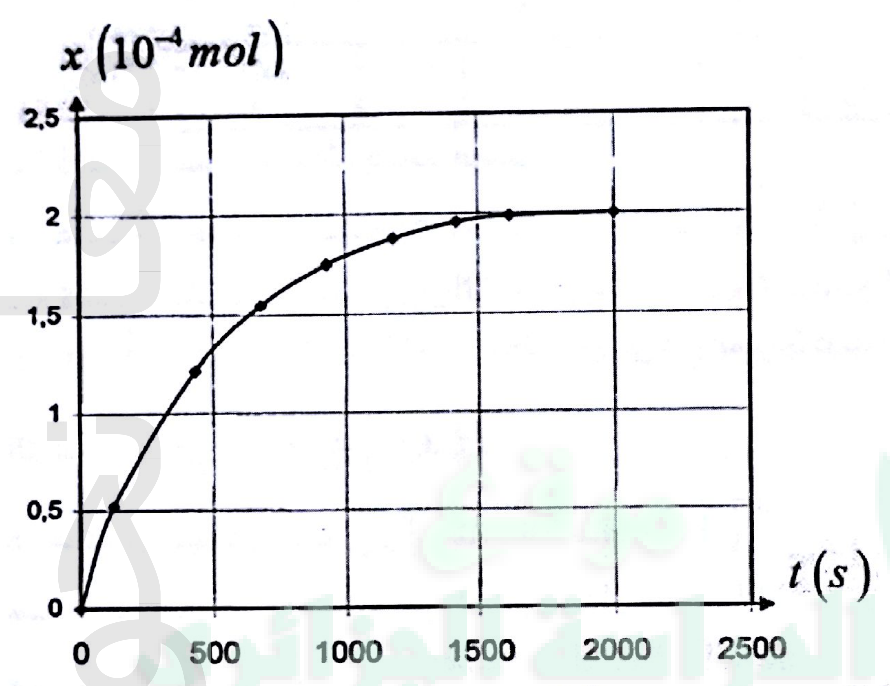
ب. شكل جدول تقدم التفاعل.

جـ. أعط العلاقة بين التركيز المولي: $[I_{2(aq)}]$ والتقدم x للتحول.

د. حدد التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل ، ثم استنتج القيمة النظرية لتركيز ثنائي اليود المتشكل عند انتهاء التحول.

3. استغلال النتائج:

المنحنى المرفق يمثل تغيرات تقدم التفاعل x للتحول بدلالة الزمن.



أ. أعط التركيب المولي للمزيج عند اللحظ $t = 300s$.

ب. كيف تتغير سرعة التفاعل ؟ برر إجابتك.

جـ. عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم استنتج قيمته بيانيا.

التمرين 10:

ندرس السرعة الحجمية لتفكك الماء الأكسجيني (H_2O_2) بوجود وسيط و هو محلول يحتوي على شوارد الحديد III.

ننمذج التحول الكيميائي الحاصل بالمعادلة التالية: $2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$

1. حدد الثنائيتين (Ox / Red) الداخلتين في التفاعل.

2. لدراسة تطور هذا التفاعل نحضر حجما $V_0 = 10mL$ من الماء الأكسجيني التجاري تركيزه المولي C في بيشر، نمدده بإضافة حجما $V_1 = 88mL$ من الماء المقطر. عند اللحظة $t = 0min$ نضيف لهما حجما $V_2 = 2mL$ من الوسيط.

أ. بين أن التركيز المولي الابتدائي للماء الأكسجيني في المزيج هو: $[H_2O_2]_0 = \dfrac{C}{10}$.

ب. أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

جـ. أكتب عبارة التركيز المولي للماء الأكسجيني $[H_2O_2]$ في المزيج خلال التفاعل بدلالة $[H_2O_2]_0$، حجم المزيج V_T وتقدم التفاعل x.

3ـ لمتابعة تركيز الماء الأكسجيني بدلالة الزمن، نأخذ في أزمنة مختلفة عينات من المزيج حجمها $V'=10mL$ نبردها مباشرة بالماء البارد و الجليد و نعايرها بمحلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^{+}_{(aq)}+MnO^{-}_{4(aq)})$ المحمض تركيزه المولي $C_3=2\times10^{-2}mol/L$ و نسجل الحجم اللازم لاستقرار اللون البنفسجي لمحلول برمنغنات البوتاسيوم فنحصل على جدول القياسات التالي:

$t(min)$	0	10	20	30	45	60
$V_3(mL)$	18,0	9,0	5,2	3,1	1,6	1,0
$[H_2O_2](m.mol/L)$						

أـ لماذا تبرد العينات مباشرة بعد فصلها عن المزيج؟.

بـ علما أن إحدى الثنائيتين الداخلتين في التفاعل هي: $(MnO^{-}_{4(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)})$.

ـ أكتب المعادلتين النصفيتين الإلكترونيتين للأكسدة و الإرجاع، ثم معادلة تفاعل المعايرة.

جـ ـ بين أن التركيز المولي للماء الأكسجيني في العينة عند نقطة التكافؤ يعطى بالعلاقة التالية: $[H_2O_2]=\frac{5}{2}\frac{C_3V_3}{V'}$.

دـ أكمل الجدول السابق و استنتج التركيز المولي C للماء الأكسجيني التجاري.

هـ ـ أرسم على ورق ميليمتري البيان $[H_2O_2]=f(t)$ باستعمال سلم رسم مناسب، ثم حدد بيانيا زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

وـ أعط عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[H_2O_2]$ و احسب قيمتها في اللحظة $t=20min$.

4ـ نعيد التجربة السابقة باستعمال حجما $V_2=5mL$ من الوسيط. أرسم كيفيا في نفس المعلم المنحنى $g(t)=[H_2O_2]$.

التمرين 11:

من أجل دراسة حركية التحول الحاصل بين الشوارد $(S_2O_8^{2-})$ و الشوارد (I^-) نمزج حجما $(V_1=50mL)$ من محلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم ذي التركيز المولي $C_1=2,0\times10^{-1}mol.L^{-1}$ مع حجم $(V_2=2V_1)$ من محلول يود الصوديوم ذي التركيز المولي C_2، في درجة حرارة ثابتة $30°C$.

أعطت متابعة تغيرات كمية مادة الشوارد $(S_2O_8^{2-})$ خلال فترات زمنية مختلفة البيان المبين في الوثيقة ـ1.

ينمذج التفاعل المدروس بالمعادلة التالية: $S_2O^{2-}_{8(aq)}+2I^{-}_{(aq)}=2SO^{2-}_{4(aq)}+I_{2(aq)}$.

1ـ ما هو النوع الكيميائي المرجع؟ و ما هو النوع الكيميائي المؤكسد؟ علل جوابك.

2ـ جد قيمة التركيز المولي (C_2) علما أن المزيج الابتدائي ستوكيومتري.

3ـ أـ أنجز جدولا لتقدم التفاعل.

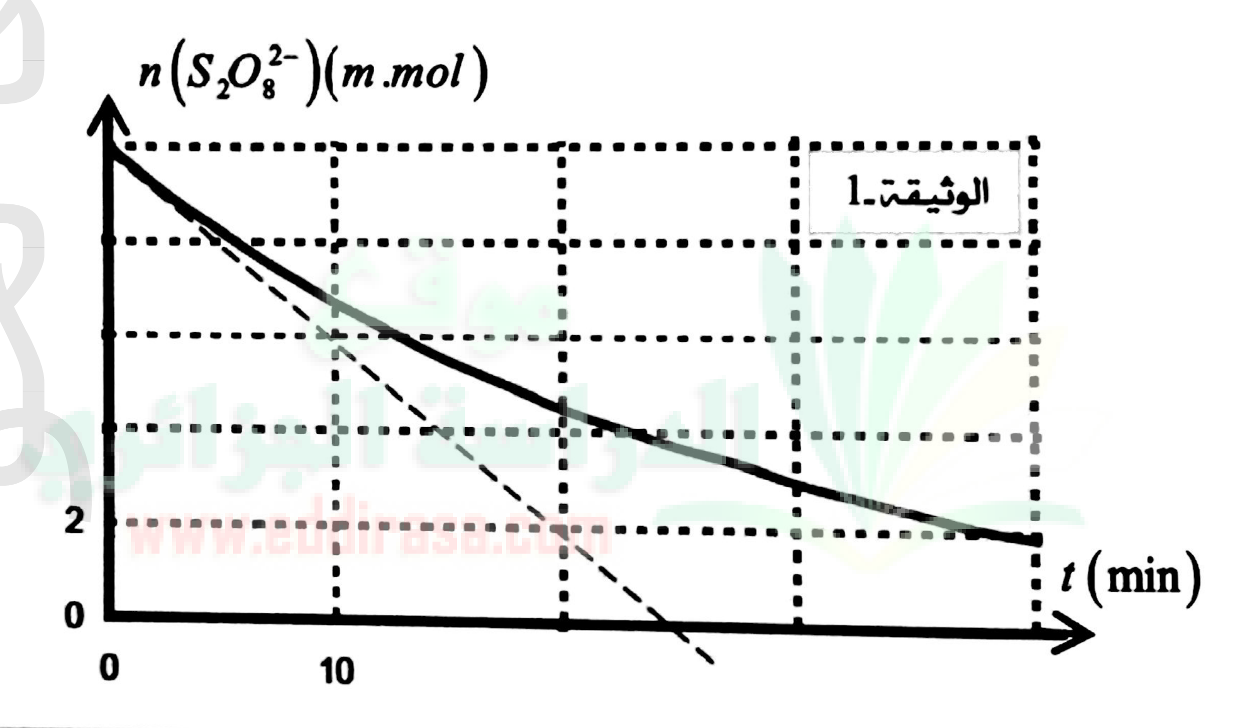
بـ بين اعتمادا على جدول التقدم صحة العلاقة التالية: $[S_2O_8^{2-}] = \frac{C_1}{3} - \frac{1}{2}[SO_4^{2-}]$.

4ـ أـ أكتب عبارة السرعة الحجمية للتفاعل، ثم احسب قيمتها الأعظمية.

بـ استنتج قيمة السرعة الحجمية لتشكل شوارد الكبريتات SO_4^{2-}.

جـ تتناقص قيمة هذه السرعة تدريجيا مع مرور الزمن. ما هو العامل الحركي المسؤول عن هذا التناقص؟

5ـ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم عين قيمته العددية.



التمرين 12:

نمزج عند اللحظة $t = 0$، حجما V_1 من محلول مائي لبيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8(aq)})$ تركيزه المولي C_1 مع حجم $V_2 = 200mL$ من محلول مائي ليود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ تركيزه المولي C_2. نتابع تغيرات كمية مادة $(I^-_{(aq)})$ المتبقية في الوسط التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة، فتحصلنا على بيان الوثيقة 01.

1ـ إذا علمت أن الثنائيتين الداخلتين في التحول الكيميائي الحاصل هما:

$(S_2O^{2-}_{8(aq)}/SO^{2-}_{4(aq)})$ و $(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)})$.

أـ أكتب معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية المنمذجة للتحول الكيميائي الحاصل.

بـ أنجز جدول تقدم التفاعل.

2- اعتمادا على البيان:

أ- استنتج التركيز المولي C_2 لمحلول يود البوتاسيوم.

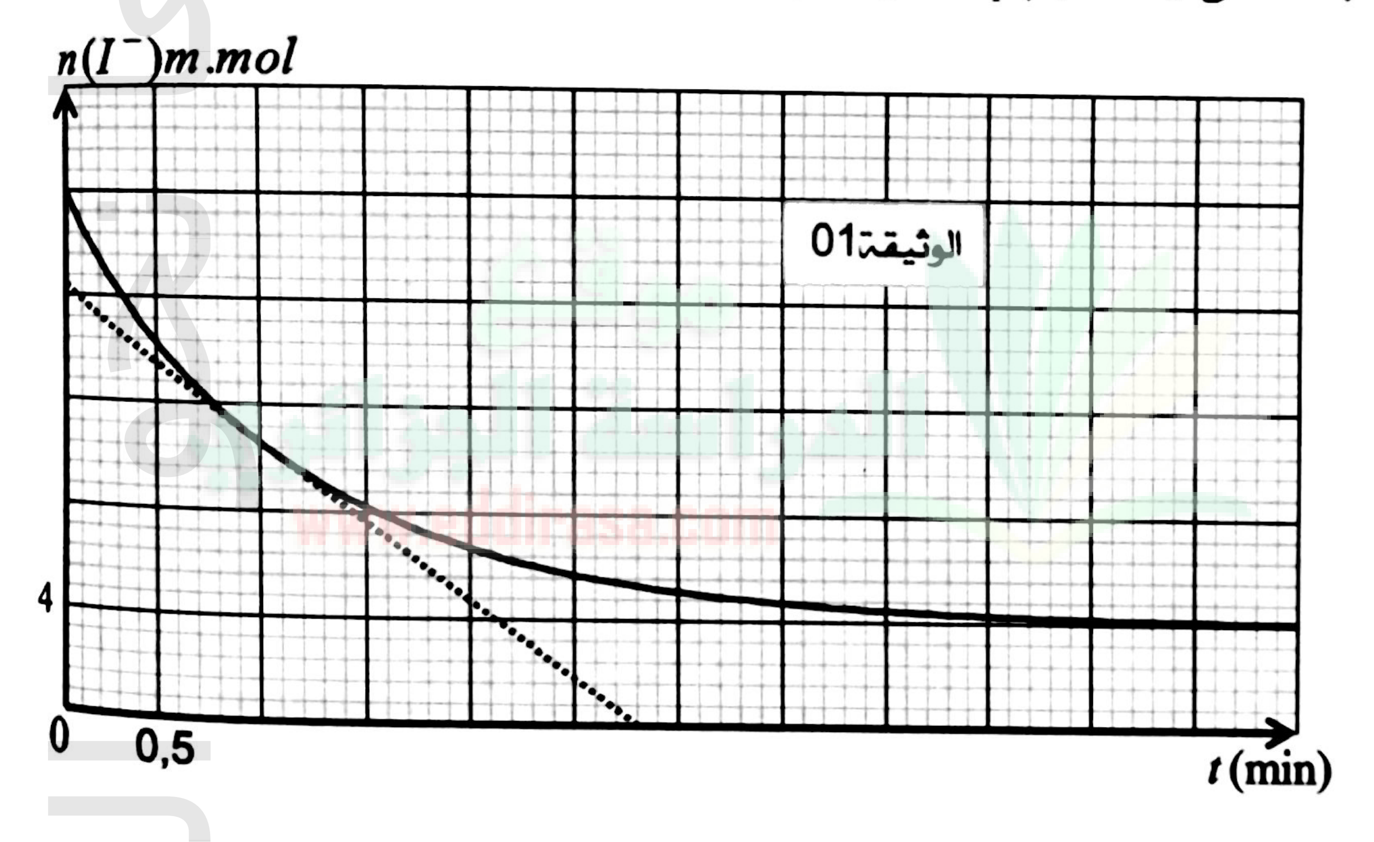
ب- حدد المتفاعل المحد علما أن التفاعل تام.

جـ- استنتج قيمة التقدم الأعظمي x_{max}.

3- أ- استنتج بيانيا قيمة سرعة اختفاء شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 1\text{min}$.

ب- جد قيمة الحجم الكلي V_T للوسط التفاعلي علما أن قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 1\text{min}$ هي $v_{vol} = 9,1\times10^{-3} mol\,L^{-1}.\text{min}^{-1}$.

جـ- استنتج قيمة الحجم V_1 لمحلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم و تركيزه C_1.



4- أ- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

ب- بين أن كمية مادة شوارد اليود $n_{I^-}(t_{1/2})$ عند اللحظة $t_{1/2}$ تعطى بالعلاقة:

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{n_0(I^-) + n_f(I^-)}{2}$$

حيث: $n_0(I^-)$ هي كمية مادة شوارد اليود الابتدائية في الوسط التفاعلي، $n_f(I^-)$ هي كمية مادة شوارد اليود في الوسط التفاعلي عند نهاية التفاعل.

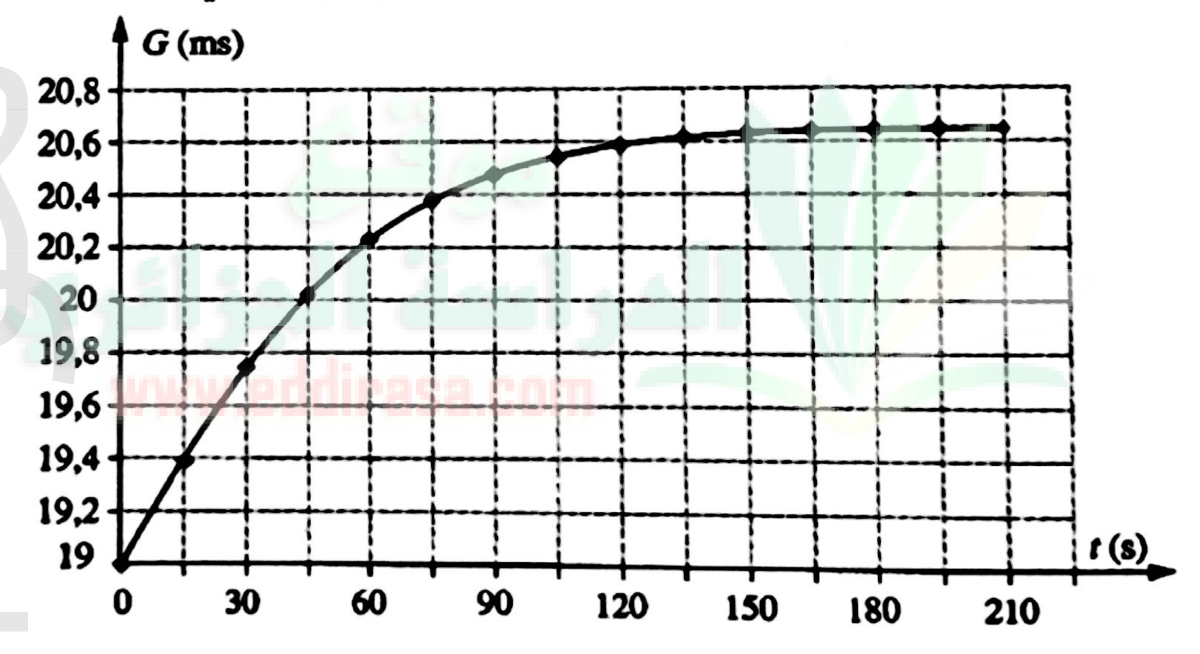
جـ- استنتج قيمة $t_{1/2}$ بيانيا.

التمرين 13:

في هذا التمرين نهتم بدراسة التفاعل أكسدة ـ إرجاع الحادث بين شوارد البيروكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}$ و شوارد اليود I^- في محلول مائي. تعطى الثنائيتين الداخلتين في التفاعل: $\left(S_2O_{8(aq)}^{2-}/SO_{4(aq)}^{2-}\right)$ و $\left(I_{2(aq)}/I_{(aq)}^{-}\right)$.

نضع في كأس بيشر حجما قدره $V_1 = 40mL$ من محلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $\left(2K_{(aq)}^{+} + S_2O_{8(aq)}^{2-}\right)$ تركيزه المولي $C_1 = 10^{-1}mol.L^{-1}$. عند اللحظة $t = 0$، نضيف للكأس حجما قدره $V_2 = 60mL$ من محلول يود البوتاسيوم $\left(K_{(aq)}^{+} + I_{(aq)}^{-}\right)$ ذي التركيز المولي $C_2 = 1,5\times10^{-1}mol.L^{-1}$.

جهاز قياس الناقلية موصول بنظام معلوماتي لمعالجة المعطيات عن طريق الحاسوب ، سمح بمتابعة تطور الناقلية G للمحلول خلال الزمن، فتحصلنا على البيان التالي:



1ـ أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الإرجاع.

2ـ إستنتج معادلة الأكسدة الإرجاعية المنمذجة للتحول الكيميائي الحادث.

3ـ نرمز بـ x لتقدم التفاعل عند اللحظة t.

أ ـ أنشئ جدول تقدم التفاعل.

ب ـ أعط عبارات التراكيز المولية لمختلف الشوارد الموجودة في الوسط التفاعلي بدلالة تقدم التفاعل x وحجم المحلول V.

4ـ نذكر بأن عبارة الناقلية G للمحلول هي:

$$G = K\left(\lambda_1\left[S_2O_8^{2-}\right] + \lambda_2\left[I^-\right] + \lambda_3\left[SO_4^{2-}\right] + \lambda_4\left[K^+\right]\right)$$

حيث λ_i تمثل الناقليات المولية الشاردية للشوارد الموجودة في المحلول و K ثابت خلية القياس

بين أن العلاقة بين الناقلية G وتقدم التفاعل x هي من الشكل: $G = \frac{1}{V}(A + B\,x)$.

من أجل متابعة الدراسة نعطي في شروط التجربة قيمة الثابتين: $A = 1{,}9 mS\,L$

و $B = 42 mS\,L\,mol^{-1}$.

5ـ عرف السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة t. ثم استنتج عبارة هذه السرعة بدلالة G ثم احسب قيمتها عند اللحظة $t = 60s$.

6ـ حدد قيمة التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل.

7ـ باستغلال نتيجة السؤال السابق حدد اللحظة التي عندها يمكن اعتبار عمليا أن التفاعل قد انتهى.

التمرين 14:

أكسدة شوارد اليود (I^-) بواسطة شوارد البيروكسوديكبريتات $(S_2O_8^{2-})$، هو تفاعل تام وبطيء، وهذا التحول الكيميائي ينمذج بمعادلة التفاعل الكيميائية التالية:

$$S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^{-} = 2SO_{4(aq)}^{2-} + I_{2(aq)}.$$

ـ نمزج عند اللحظة $t = 0s$، حجما $V_1 = 40mL$ من محلول مائي ليود البوتاسيوم (KI) تركيزه المولي $C_1 = 0{,}20 mol\,L^{-1}$، مع حجم $V_2 = 40mL$ من محلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(K_2S_2O_8)$، تركيزه المولي $C_2 = 0{,}05 mol\,L^{-1}$.

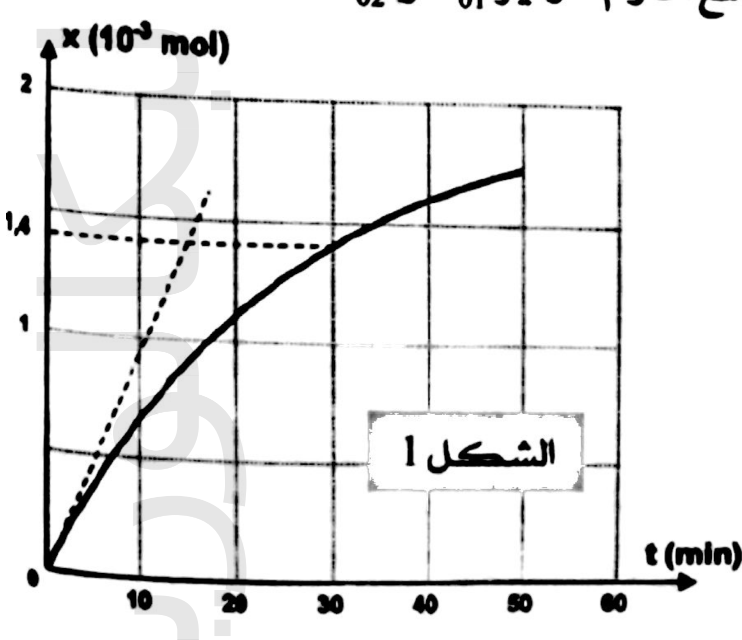
و بالاعتماد على طريقة تجريبية مناسبة نتتبع تطور تشكل كمية مادة اليود (I_2) بدلالة الزمن t.

1ـ أـ حدد الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتين في التفاعل.

بـ حدد كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات مع احترام الترميز n_{01} و n_{02}.

جـ ـ أنجز جدول تقدم التفاعل.

دـ حدد المتفاعل المحد و التقدم الأعظمي x_{max}.



الشكل 1

2ـ بالاعتماد على النتائج التجريبية خلال الخمسين دقيقة الأولى من التجربة تمكنا من رسم المنحني $x = f(t)$ الممثل في الشكل ـ01ـ.

أـ بين بالاعتماد على البيان أن التفاعل لم يتوقف بعد عند اللحظة $t = 30\,min$.

بـ جد التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 30\,min$.

جـ- استنتج زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

د- أحسب سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 0 \min$.

4- نعيد نفس التجربة السابقة ، و لكن باستعمال محلول يود البوتاسيوم تركيزه المولي $C_1' = 0,40 mol\,L^{-1}$.

- أرسم المنحني $x = f(t)$ على نفس الشكل-01-

التمرين 15:

نتوفر في اللحظة $t = 0s$ على مزيج ستوكيومتري من شوارد البيروكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}$ و شوارد اليود I^- ، يحدث تحول كيميائي بين الشاردتين عند درجة الحرارة $\theta = 25°C$. جدول النتائج المرفق يبين تطور كمية مادة البيروكسوديكبريتات بدلالة الزمن t.

$t(\min)$	0,0	2,5	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0
$n(S_2O_8^{2-})(m.mol)$	10,0	9,0	8,3	7,0	6,2	5,4	4,9	4,4

1- أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الإرجاع، و معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية الحادث. تعطى الثنائيتين الداخلتين في التفاعل: $\left(S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}\right)$ و $\left(I_2/I^-\right)$.

2- استنتج كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات.

3- أنشئ جدول تقدم التفاعل.

4- أرسم البيان الممثل لتغيرات كمية مادة $S_2O_8^{2-}$ بدلالة الزمن.

5- جد التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 7,5 \min$.

6- أ- أحسب سرعة إختفاء شوارد البيروكسوديكبريتات عند اللحظة $t = 7,5 \min$.

ب- استنتج سرعة اختفاء شوارد اليود عند اللحظة $t = 7,5 \min$، مع التعليل.

جـ- استنتج قيمة سرعة التفاعل عند نفس اللحظة السابقة و كيف تتغير خلال هذا التحول؟ و لماذا؟

7- استنتج زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، و كيف تتغير قيمته إذا أجريت التجربة عند $100°C$.

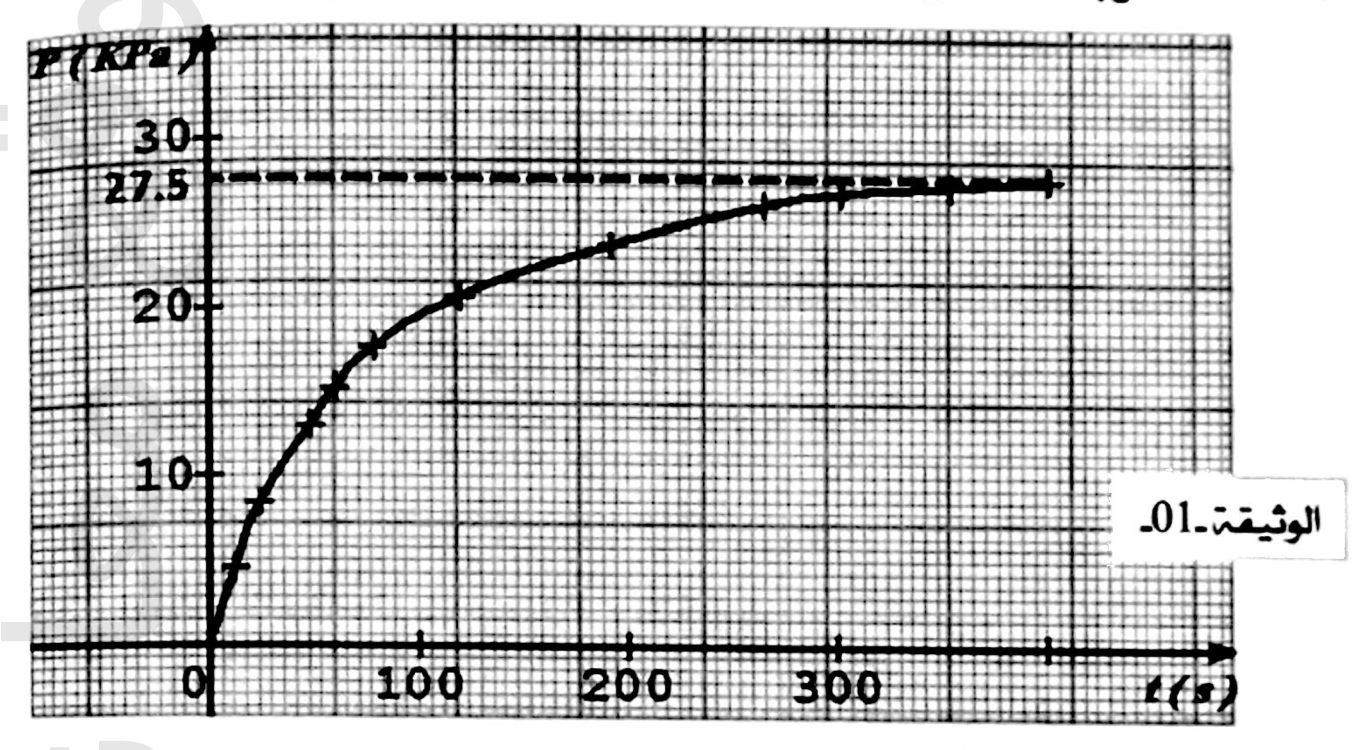
التمرين 16:

ندخل في قارورة سعتها $V = 1,4L$ مفرغة من الهواء حجما $V = 50mL$ من محلول حمض الإيثانويك $CH_3COOH_{(aq)}$ تركيزه المولي $C = 1,0 mol\,L^{-1}$، و $m = 1,26g$ من هيدروجينوكربونات الصوديوم $\left(Na^+ + HCO_3^-\right)$. نقوم بغلق القارورة و ربطها مباشرة بجهاز لقياس ضغط الغاز المنطلق خلال التفاعل.

نعتبر تفاعل حمض الإيثانويك مع هيدروجينوكربونات الصوديوم تحولا تاما و ينمذج بالمعادلة التالية:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HCO_{3(aq)}^- = CH_3COO_{(aq)}^- + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$$

نتابع هذا التحول و ذلك بتسجيل قيم ضغط الغاز المنطلق خلال كل لحظة t عند الدرجة $\theta = 25^{\circ}C$ ، و بالاستعانة ببرمجية خاصة تحصلنا على المنحنى التالي:



الوثيقة -01-

1- حدد كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات.

2- ما نوع وصنف هذا التفاعل؟

3- من خلال جدول تقدم التفاعل لهذا التحول جد:

أ- المتفاعل المحد، و التقدم الأعظمي.

ب- كمية المادة النظرية لثنائي أكسيد الكربون في الحالة النهائية.

4- بالاعتماد على البيان:

-هل يمكن اعتبار اللحظة $t = 400s$ لحظة نهاية التفاعل ؟ علل.

5- بين أن عبارة سرعة التفاعل المدروس يمكن كتابتها على الشكل التالي: $v = A \times \dfrac{dP}{dt}$،

حيث A ثابت يطلب تعيين قيمته و وحدته. أحسب سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 100s$.

6- كيف سيكون شكل المنحني الممثل للضغط بدلالة الزمن في الحالة :

$C' = 2,0mol.L^{-1}$، ونبقي $\theta = 25^{\circ}C$ ، $m = 1,26g$ ، و $V = 50mL$.

يعطى: $M\left(NaHCO_3\right) = 84g/mol$ و $R = 8,314J.mol^{-1}.K^{-1}$.

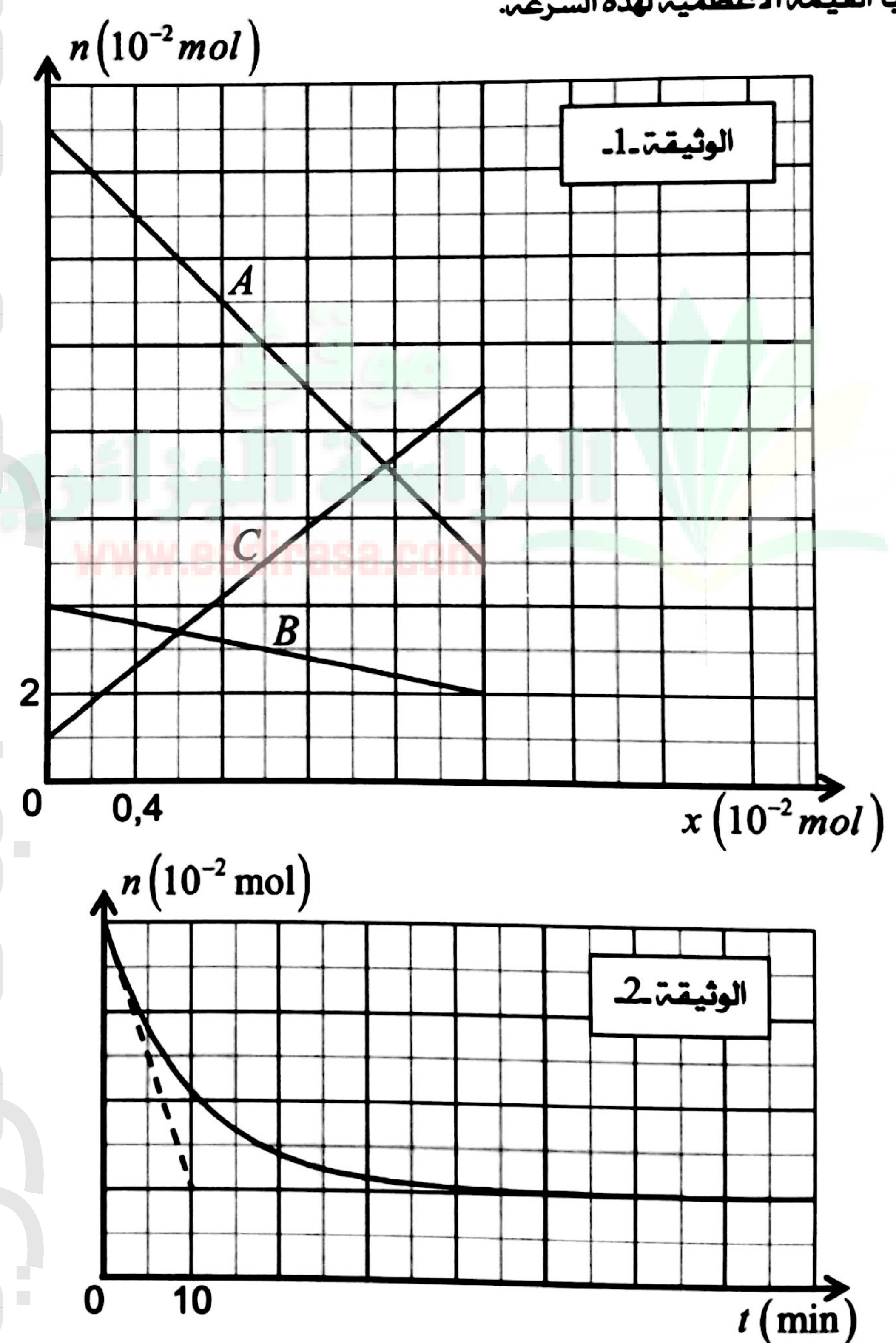
التمرين 17:

منحنى الوثيقة-1 يبين لنا تطور كمية المادة بدلالة تقدم التفاعل x، لثلاثة أنواع كيميائية مجهولة C, B, A ، وذلك في وسط حمضي. و معادلة التفاعل المنمذجة لهذا التحول الذي نعتبره تاما هي: $a.A + b.B + 2H_3O^+ = 10H_2O + c.C$

1- حدد التركيب المولي الابتدائي للمزيج.

2- انشئ جدول تقدم التفاعل.

3ـ حدد المعاملات الستوكيومترية a, b و c.
4ـ حدد المتفاعل المحد وذلك بطريقتين مختلفتين.
5ـ منحنى الوثيقة ـ2 يمثل تطور كمية مادة أحد الانواع الكيميائية المجهولة بدلالة الزمن t.
أـ بين أن هذا التحول بطيء.
بـ ما هو النوع الكيميائي المعني في الوثيقة ـ2؟ علل.
جـ ضع سلما مناسبا للمحور العمودي الخاص بالوثيقة ـ2.
دـ جد عبارة السرعة اللحظية للتفاعل بدلالة كمية مادة هذا النوع الكيميائي.
هـ حدد بيانيا القيمة الاعظمية لهذه السرعة.



التمرين 18:

تتفاعل كربونات الكالسيوم الصلبة $\left(CaCO_{3(s)}\right)$ مع محلول حمض كلور الماء وفق تفاعل تام ينمذج بالمعادلة التالية: $CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = CO_{2(g)} + Ca^{2+}_{(aq)} + 3H_2O_{(l)}$

1- يمثل الشكل 1 تغيرات كميات مادة المتفاعلات بدلالة تقدم التفاعل x.

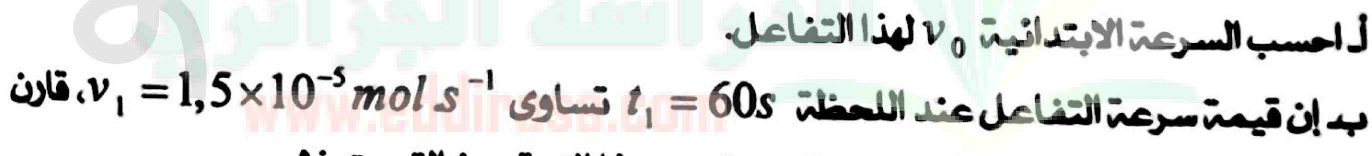
أ- أنجز جدولا لتقدم هذا التفاعل.

ب- هل المزيج الابتدائي ستوكيومتري؟.

جـ- عين المتفاعل المحد، و استنتج قيمة التقدم الاعظمي x_{max} للتفاعل.

د - بين أنه يمكن التعبير عن سرعة هذا التفاعل بالعبارة: $v = \frac{dn(CO_2)}{dt}$ حيث $n(CO_2)$ تمثل كمية مادة ثاني أكسيد الفحم المتشكل عند اللحظة t.

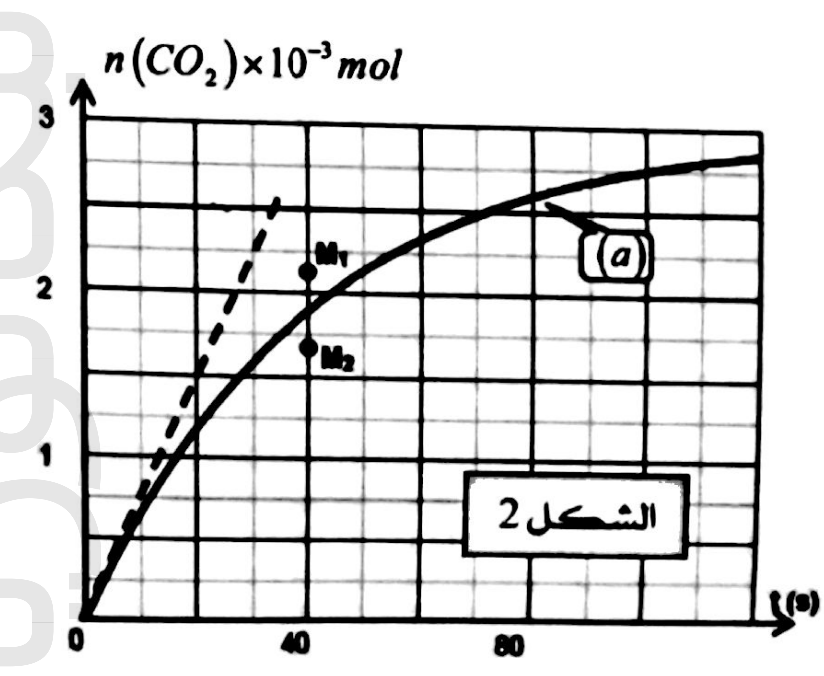
2- يمثل المنحني (a) المعطى في الشكل- 2 تغير كمية المادة $n(CO_2)$ بدلالة الزمن t.



أ- احسب السرعة الابتدائية v_0 لهذا التفاعل.

ب- إن قيمة سرعة التفاعل عند اللحظة $t_1 = 60s$ تساوى $v_1 = 1,5\times10^{-5} mol.s^{-1}$، قارن بين v_0 و v_1. ما هو العامل الحركي المسؤول عن هذا الفرق بين القيمتين؟.

3- تؤدي المتابعة الزمنية لنفس الوسط التفاعلي و في نفس الشروط و لكن في وجود وسيط، إلى منحنى آخر يمر بإحدى النقطتين M_1 أو M_2 الموضحتين في الشكل 2. ما هي النقطة المقصودة؟ علل اختيارك.



التمرين 19:

بنتا أوكسيد الأزوت (N_2O_5) مركب غازي ينبعث من المصانع و السيارات و البراكين....إلخ، و يساهم في تلويث الجو و زيادة حموضة الأمطار.

يتفكك هذا الغاز عند الدرجة $45°C$ $(318°K)$ ذاتيا وفق المعادلة التالية:

$$2N_2O_{5(g)} = 4NO_{2(g)} + O_{2(g)}$$

من أجل تحقيق المتابعة الزمنية لهذا التحول البطيء و التام، نضع كمية من غاز N_2O_5 في حوجلة سعتها $(500mL)$ مسدودة بإحكام و متصلة بجهاز قياس الضغط الذي يشير عند اللحظة $t = 0$ إلى القيمة: $P_0 = 4,638 \times 10^4 Pa$.

تعطى القراءات المتواصلة للضغط الموافق في لحظات زمنية متتالية و عند الدرجة $45°C$ النتائج التجريبية التالية:

$t(s)$	0	10	20	40	60	80	100
(P/P_0)	1,000	1,435	1,703	2,047	2,250	2,358	2,422

1- أ- احسب كمية المادة الابتدائية (n_0) لغاز N_2O_5 المحصور داخل الحوجلة.

ب- أنشئ جدول التقدم الموافق للتفاعل الحادث.

جـ- احسب قيمة التقدم الأعظمي x_{max}.

2- لتكن n_g كمية المادة الكلية للغازات المتواجدة في الحوجلة.

أ- بالاستعانة بجدول التقدم عبر عن قيمة الكمية n_g بدلالة كمية المادة n_0 و التقدم x.

ب- برهن بتطبيق قانون الغازات المثالية صحة العلاقة التالية: $\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$.

جـ- احسب قيمة المقدار $\frac{P_{max}}{P_0}$ حيث P_{max} يمثل قيمة الضغط الأعظمي المقاس أثناء هذا التحول الكيميائي.

د- هل انتهى التحول عند اللحظة $t = 100s$؟ برر إجابتك.

3- أ- أرسم على ورقة مليمتريه المنحنى البياني $\frac{P}{P_0} = f(t)$ باستعمال سلم رسم مناسب.

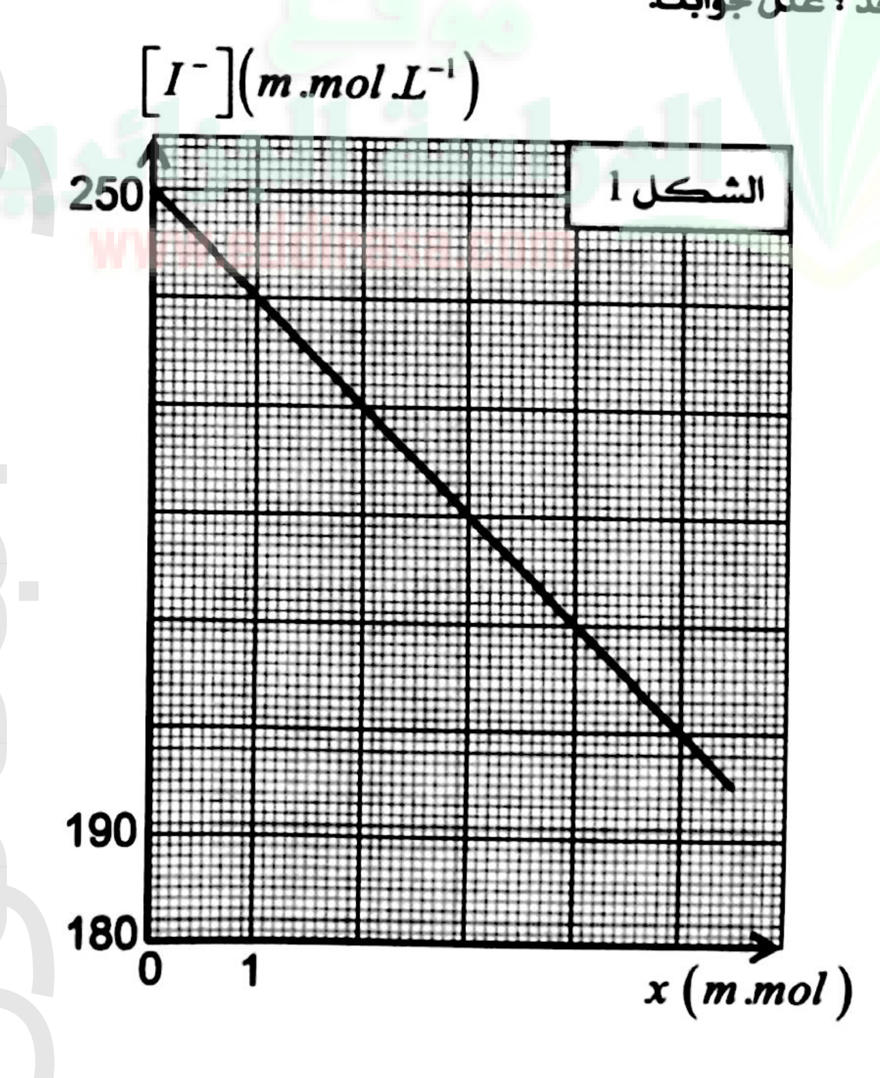
ب- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم عين قيمته بيانيا.

يعطى: $R = 8,31 J.mol^{-1}.K^{-1}$

التمرين 20:

في اللحظة $t=0$ نشكل خليطا حجمه V، يحتوي على $n_0 = 10m.mol$ من شوارد البيروكسوديكبريتات $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ وكمية مادة n'_0 من شوارد اليود $I_{(aq)}^{-}$، نتابع تطور الجملة الكيميائية عند درجة حرارة ثابتة $25°C$. المنحنى البياني المبين في الشكل 1 : $\left[I^-\right]=f(x)$ حيث x تقدم التفاعل.

1. اكتب معادلة التفاعل المنمذجة للتحول الكيميائي الحادث، علما أن ناتج التحول هو ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ وشوارد الكبريتات $SO_{4(aq)}^{2-}$.
2. كيف يمكن كيفيا التبرير أن الجملة الكيميائية تتطور؟
3. أنجز جدولا لتقدم هذا التفاعل.
4. جد عبارة $\left[I^-\right]$ بدلالة x، n'_0 و V، و بين أنه يمكن كتابتها على الشكل: $\left[I^-\right]=ax+b$. ثم استنتج عبارة: a و b.
5. بالاعتماد على المنحنى البياني جد كل من: حجم الوسط التفاعلي V وكمية المادة n'_0.
6. من هو المتفاعل المحد ؟ علل جوابك.



حلول التمارين:
المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي

حل التمرين 01

- مفهوم المؤكسد (Ox) : هو كل فرد كيميائي (ذرة، شاردة، جزيء) قادر على اكتساب الكترون أو أكثر خلال تحول كيميائي.

- مفهوم المرجع (Red) : هو كل فرد كيميائي (ذرة، شاردة، جزيء) قادر على فقد إلكترون أو أكثر خلال تحول كيميائي.

التفاعل أكسدة إرجاع :هو تفاعل يتم خلاله انتقال إلكترون أو أكثر من مرجع الثنائية الأولى (Ox_1/Red_1) إلى مؤكسد الثنائية الثانية (Ox_2/Red_2) أو من مرجع الثنائية الثانية إلى مؤكسد الثنائية الأولى.

- المتفاعل المحد: هو المتفاعل الذي تستهلك كمية مادته قبل كل المتفاعلات.

- التقدم النهائي x_f : هو قيمة التقدم x عند نهاية التفاعل.

التقدم الأعظمي x_{max} : هو قيمة التقدم x الموافقة للاختفاء التام المتفاعل المحد.

- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لاستهلاك نصف كمية مادة المتفاعل المحد.

- السرعة الحجمية للتفاعل: هي سرعة التفاعل في وحدة الحجم و عبارتها $v_{vol}=\frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$.

حل التمرين 02

1- $I_2+2\bar{e}\rightarrow 2I^-$ .... المعادلة النصفية للإرجاع (I_2/I^-)

2- $H_2O_2\rightarrow O_2+2H^++2\bar{e}$ .... المعادلة النصفية للأكسدة (O_2/H_2O_2)

3- $2S_2O_3^{2-}\rightarrow S_4O_6^{2-}+2\bar{e}$ .... المعادلة النصفية للأكسدة $(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-})$

4- $MnO_4^-+8H^++5\bar{e}\rightarrow Mn^{2+}+4H_2O$

المعادلة النصفية للإرجاع (MnO_4^-/Mn^{2+})

5- $H_2C_2O_4\rightarrow 2CO_2+2H^++2\bar{e}$

المعادلة النصفية للأكسدة $(CO_2/H_2C_2O_4)$

حل التمرين 03

1- $Mg_{(s)}+2H^+_{(aq)}=Mg^{2+}_{(aq)}+H_{2(g)}$

المعادلة النصفية للأكسدة: $Mg\rightarrow Mg^{2+}+2\bar{e}$ ...... $(Mg^{2+}_{(s)}/Mg_{(s)})$

المعادلة النصفية للإرجاع: $2H^{+} + 2e^{-} \rightarrow H_2$ .... $\left(H^{+}_{(aq)}/H_{2(g)}\right)$

2- $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^{-}_{(aq)} = 2SO^{2-}_{4(aq)} + I_{2(aq)}$

المعادلة النصفية للإرجاع: $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2e^{-} \rightarrow 2SO^{2-}_{4(aq)}$ .... $\left(S_2O^{2-}_{8(aq)}/SO^{2-}_{4(aq)}\right)$

المعادلة النصفية للأكسدة: $2I^{-}_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2e^{-}$ .... $\left(I_{2(aq)}/I^{-}_{(aq)}\right)$

3- $2MnO^{-}_{4(aq)} + 5H_2O_{2(aq)} + 6H^{+}_{(aq)} = 2Mn^{2+}_{(aq)} + 5O_{2(g)} + 8H_2O_{(l)}$

المعادلة النصفية للإرجاع:

$MnO^{-}_{4(aq)} + 8H^{+}_{(aq)} + 5e^{-} \rightarrow Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$ ...... $\left(MnO^{-}_{4(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)}\right)$

المعادلة النصفية للأكسدة:

$H_2O_{2(aq)} \rightarrow O_{2(g)} + 2H^{+}_{(aq)} + 2e^{-}$ .... $\left(O_{2(g)}/H_2O_{2(l)}\right)$

4- $3C_2H_2O_{4(aq)} + Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 8H^{+}_{(aq)} = 6CO_{2(aq)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$

- المعادلة النصفية للأكسدة:

$C_2H_2O_{4(aq)} \rightarrow 2CO_{2(aq)} + 2H^{+}_{(aq)} + 2e^{-}$ .... $\left(CO_{2(aq)}/C_2H_2O_{4(aq)}\right)$

- المعادلة النصفية للإرجاع:

$Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 14H^{+}_{(aq)} + 6e^{-} \rightarrow 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$ .... $\left(Cr_2O^{2-}_{7(aq)}/Cr^{3+}_{(aq)}\right)$

حل التمرين 04

1- جدول تقدم التفاعل

التقدم	$S_2O^{2-}_{8(aq)}$ +	$2I^{-}_{(aq)}$ =	$2SO^{2-}_{4(aq)}$ +	$I_{2(aq)}$
$x=0$	n_{01}	n_{02}	0	0
$x(t)$	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
x_f	$n_{01}-x_f$	$n_{02}-2x_f$	$2x_f$	x_f

2- سرعة التفاعل عند اللحظتين: $t=0$ و $t=50\,\text{min}$:

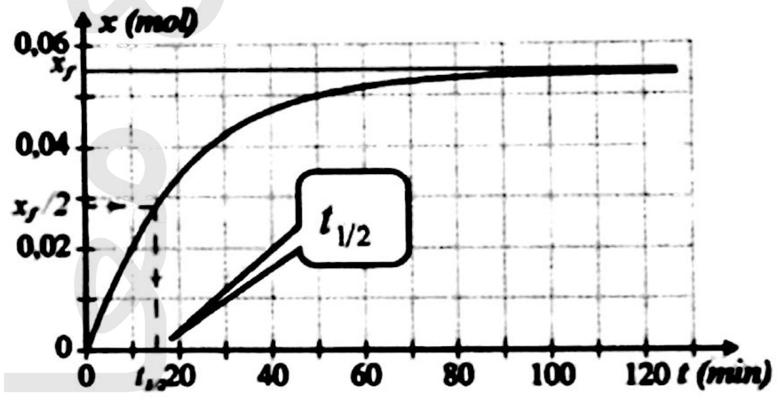
عبارة سرعة التفاعل هي: $v=\dfrac{dx}{dt}$

حيث $\dfrac{dx}{dt}$ يمثل ميل المماس للمنحني $x=f(t)$ عند اللحظة t.

ومنه: $v_0 = \frac{0,048}{20} = 2,4\times10^{-3} mol.\min^{-1}$

و $v_{50} = \frac{0,018}{70} = 2,57\times10^{-4} mol.\min^{-1}$

3ـ نلاحظ أن $v_0 \rangle v_{50}$ أي سرعة التفاعل تتناقص مع الزمن، وهذا راجع إلى تناقص تركيز المتفاعلات مع الزمن بسبب استهلاكها.



4ـ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

هو المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$

ومن المنحنى نقرأ $t_{1/2} = 15\min$.

حل التمرين 05

1ـ جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^{-} = 2SO_{4(aq)}^{2-} + I_{2(aq)}$			
$x=0$	n_{01}	n_{02}	0	0
$x(t)$	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
x_f	$n_{01}-x_f$	$n_{02}-2x_f$	$2x_f$	x_f

2ـ عبارة التقدم x عند اللحظة t بدلالة $[I_2]$:

من جدول التقدم عند اللحظة t لدينا: $n(I_2) = x$ وبالقسمة على نفس حجم الوسط التفاعلي V نحصل على $[I_2] = \frac{x}{V}$ ومنه: $x = [I_2]V$.

3ـ عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة تركيز ثنائي اليود $[I_2]$:

عبارة السرعة الحجمية للتفاعل هي: $v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$ ولدينا مما سبق $x = [I_2]V$

وباشتقاق هذه العبارة الأخيرة بالنسبة للزمن t نجد: $\frac{dx}{dt} = V.\frac{d[I_2]}{dt}$

وعليه: $v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{d[I_2]}{dt}$ حيث $\frac{d[I_2]}{dt}$ تمثل ميل المماس للمنحني عند اللحظة t.

4- السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين: $t=0$ و $t=15\min$:

$$v_{vol}(0)=\frac{50}{11}=4,5m.mol.L^{-1}.\min^{-1}$$

و $$v_{vol}(15\min)=\frac{50-20}{28-3}=1,2m.mol.L^{-1}.\min^{-1}$$

حل التمرين 06

1- المعادلتين النصفيتين:

المعادلة النصفية للإرجاع: $2\times\left(MnO_4^-+8H^++5\bar{e}\rightarrow Mn^{2+}+4H_2O\right)$

المعادلة النصفية للأكسدة: $5\times\left(H_2C_2O_4\rightarrow 2CO_2+2H^++2\bar{e}\right)$.

استنتاج معادلة الأكسدة

الإرجاعية: $2MnO_4^-+5H_2C_2O_4+6H^+=2Mn^{2+}+10CO_2+8H_2O$.

2- جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$2MnO_4^-$	$+5H_2C_2O_4$	$+6H^+$	$=2Mn^{2+}$	$+10CO_2$	$+8H_2O$
الابتدائية	n_{01}	n_{02}	بوفرة	0	0	بوفرة
الانتقالية	$n_{01}-2x(t)$	$n_{02}-5x(t)$		$2x(t)$	$10x(t)$	
النهائية	$n_{01}-2x_f$	$n_{02}-5x_f$		$2x_f$	$10x_f$	

3- المتفاعل المحد و التقدم الأعظمي x_{max}.

إذا كان MnO_4^-: $n_{02}-2x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{C_2V_2}{2}=2\times10^{-3}mol$.

إذا كان: $H_2C_2O_4$: $n_{01}-5x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{C_1V_1}{5}=1,8\times10^{-3}mol$.

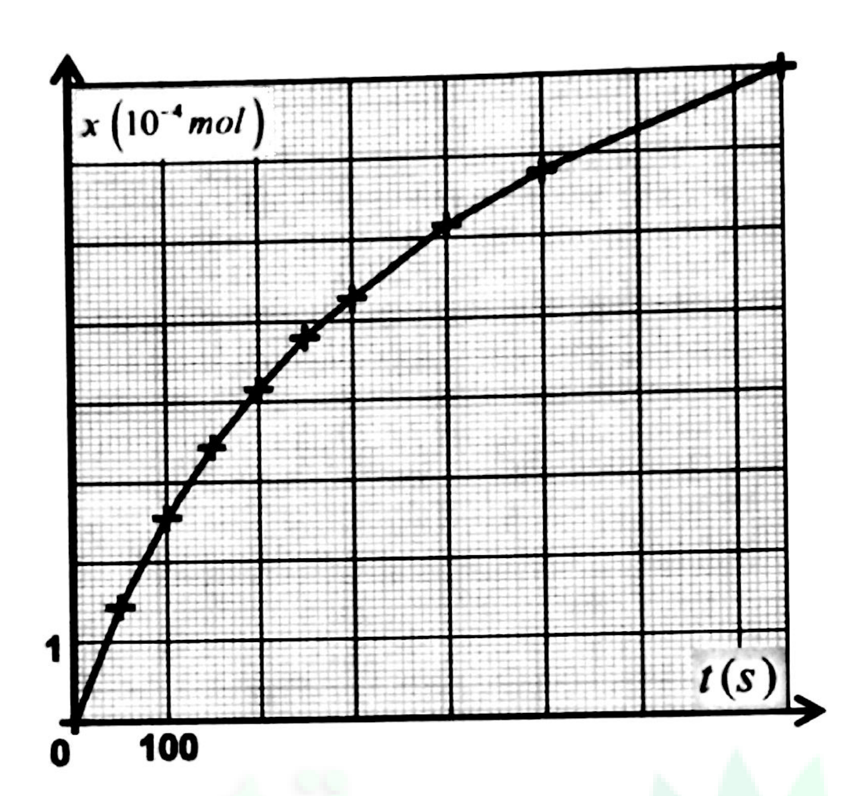
إذن المتفاعل المحد هو $H_2C_2O_4$ والتقدم الأعظمي $x_{max}=1,8\times10^{-3}mol$.

4- العلاقة بين كمية مادة CO_2 و التقدم x هي: من جدول التقدم لدينا $n_{CO_2}=10x(t)$.

5- إتمام الجدول: يتم إتمام الجدول باعتماد على العلاقة: $x(t)=\frac{1}{10}n_{CO_2}=\frac{V_{CO_2}}{10V_M}$

$t(s)$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	750
$x(10^{-4}mol)$	0	1,44	2,56	3,44	4,16	4,8	5,28	6,16	6,8	8,0

6ـ رسم البيان $x = f(t)$.



7ـ حساب السرعة الحجمية للتفاعل:

$v_{vol}(t=0) = \frac{1}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = 8\times10^{-5} mol\,L^{-1}s^{-1}$ حيث $\frac{dx}{dt}$ يمثل ميل المماس للمنحني $x = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$.

إذن: $v_{vol}(t=250s) = \frac{1}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=250s} = 1,08\times10^{-5} mol\,L^{-1}s^{-1}$

8ـ استنتاج السرعة الحجمية لتشكل Mn^{2+}:

من جدول التقدم لدينا: $n(Mn^{2+}) = 2x$ و بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد:

$\frac{dn(Mn^{2+})}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$ و بالقسمة على الحجم V_T نجد: $\frac{1}{V_T}\frac{dn(Mn^{2+})}{dt} = 2\frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$

إذن: $v_{vol}(Mn^{2+}) = \frac{1}{V}\frac{dn(Mn^{2+})}{dt} = 2\times\frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = 2v_{vol}$.

$$v_{vol}(Mn^{2+})_{t=0} = 2\times8\times10^{-5} = 16\times10^{-5} mol\,L^{-1}s^{-1}$$

$$v_{vol}(Mn^{2+})_{t=250s} = 2\times1,08\times10^{-5} = 2,16\times10^{-5} mol\,L^{-1}s^{-1}$$

1ـ جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$2H_2O_{2(aq)} = O_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$		
الابتدائية	$n_0 = CV$	0	بالزيادة
الانتقالية	$n_0 - 2x(t)$	$x(t)$	بالزيادة
النهائية	$n_0 - 2x_f$	x_f	بالزيادة

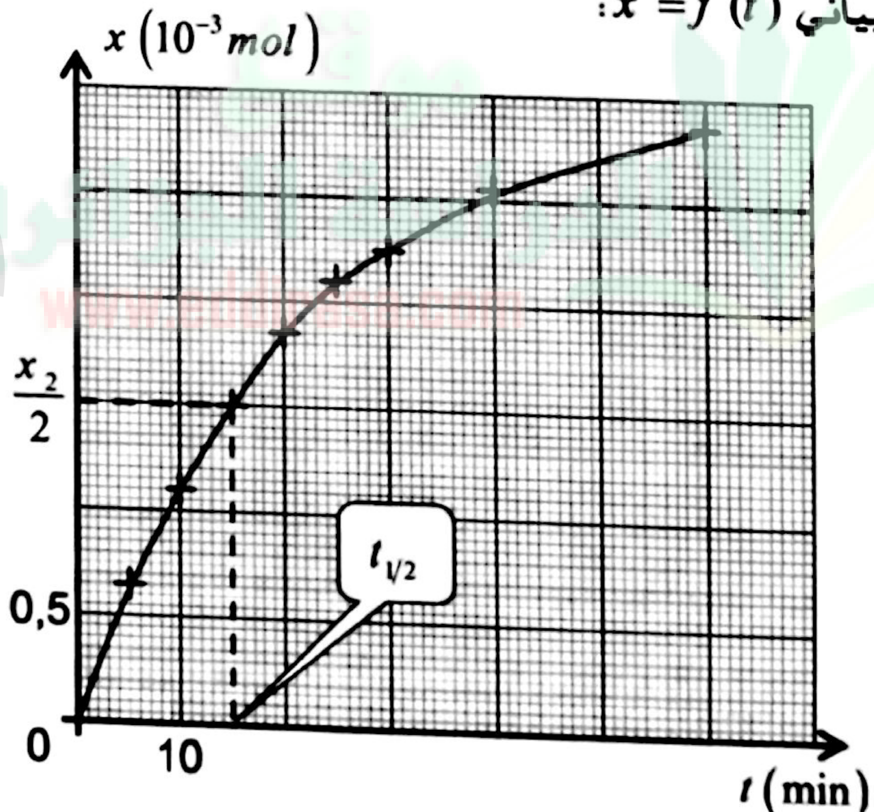
استنتاج العلاقة بين $n_0(H_2O_2)$ ، $n(H_2O_2)$ والتقدم x:

من جدول التقدم $n(H_2O_2) = n_0 - 2x(t)$ ومنه $x(t) = \frac{n_0 - n}{2} = \frac{C_0V_0 - CV_0}{2}$

2ـ ملأ الجدول:

$t(mn)$	0	5	10	15	20	25	30	40	60
$x(mol) \times 10^{-3}$	0	0,65	1,10	1,50	1,85	2,10	2,25	2,55	2,86

3ـ رسم المنحنى البياني $x = f(t)$:



4ـ حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 5\,\text{min}$:

$v_{vol} = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$ حيث $\frac{dx}{dt}$ يمثل ميل المماس للمنحنى $x = f(t)$ عند اللحظة t.

وعليه $v_{vol}(5\,\text{min}) = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}\Big|_{5\,min}$ من المنحني $x = f(t)$ نحسب ميل المماس $\frac{dx}{dt}\Big|_{5\,min}$

ومنه $v_{vol}(5\,\text{min}) = 0,107 \times 10^{-2}\, mol\,L^{-1}.\text{min}^{-1}$

حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 30\min$:

$$v_{vol}(30\min) = 0,033\times10^{-2} mol\, L^{-1}.\min^{-1}$$

- نستنتج أن السرعة تتناقص مع مرور الزمن.

5. تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$.

المتفاعل المحد هو H_2O_2 ومن جدول التقدم $x_f = \frac{n_0}{2} = \frac{C_0V_0}{2} = 3\times10^{-3} mol$

ومنه $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 1,5\times10^{-3} mol$ ونقرأ من البيان $t_{1/2} = 15\min$.

حل التمرين 08

1. أ- تحديد الثنائيتين (Ox / Red) الداخلتين في التفاعل، مع كتابة المعادلتين النصفيتين:

- المعادلة النصفية للأكسدة: $Mg \rightarrow Mg^{2+} + 2\bar{e}$ والثنائية هي: $(Mg^{2+}_{(aq)}/Mg_{(s)})$.
- المعادلة النصفية للإرجاع: $2H^+ + 2\bar{e} \rightarrow H_2$ والثنائية هي: $(H^+_{(aq)}/H_{2(g)})$.

ب- جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$Mg_{(s)} + 2H^+_{(aq)} = Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)}$			
$x = 0$	n_{01}	n_{02}	0	0
$x(t)$	$n_{01} - x(t)$	$n_{02} - 2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
x_{max}	$n_{01} - x_f$	$n_{02} - 2x_f$	x_f	x_f

- تحديد المتفاعل المحد:

إذا كان $Mg_{(s)}$ فإن: $n_{01} - x_{max} = 0$ ومنه $x_f = n_{01} = \frac{m}{M} = 0,04 mol$.

إذا كان $H^+_{(aq)}$ فإن: $x_f = \frac{n_{02}}{2} = \frac{CV}{2} = 1,5\times10^{-3} mol$

ومنه المتفاعل المحد هو $H^+_{(aq)}$ والتقدم النهائي: $x_f = 1,5\times10^{-3} mol$

جـ- استنتاج تركيز شاردة $Mg^{2+}_{(aq)}$ عند نهاية التفاعل:

من جدول التقدم عند نهاية التفاعل: $n_f(Mg^{2+}) = x_f = 1,5\times10^{-3} mol$

ومنه: $[Mg^{2+}]_f = \frac{x_f}{V} = 5\times10^{-2} mol\, L^{-1}$.

2-أ هل ينتهي التفاعل عند $t = 12\min$؟:

من المنحني البياني عند اللحظة $t = 12\min$: $\left[Mg^{2+}\right]_{t=12\min} = 5\times10^{-2} mol\, L^{-1}$

نلاحظ أن $\left[Mg^{2+}\right]_f = \left[Mg^{2+}\right]_{t=12\min}$ إذن: التفاعل ينتهي عند اللحظة $t = 12\min$.

2-ب: تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x\left(t_{1/2}\right) = \frac{x_f}{2}$

- استنتاج قيمة $t_{1/2}$: $x\left(t_{1/2}\right) = \frac{x_f}{2} = \frac{1,5\times10^{-3}}{2} = 0,75\times10^{-3} mol$

ومنه $\left[Mg^{2+}\right]_{t_{1/2}} = \frac{x\left(t_{1/2}\right)}{V} = 2,5\times10^{-2} mol\, L^{-1}$

ونقرأ على المنحنى البياني $t_{1/2} = 2,4\min$.

2-جـ التركيب المولي للوسط التفاعلي عند اللحظة $t = 2,8\min$:

الأفراد الكيميائية المتواجدة عند اللحظة $t = 2,8\min$ هي: $Mg_{(s)}$ ، $Mg^{2+}_{(aq)}$ ، $H^+_{(aq)}$ ، $H_{2(g)}$ و $Cl^-_{(aq)}$.

- من المنحني عند اللحظة $t = 2,8\min$

$$\left[Mg^{2+}\right]_{2,8} = \frac{n_{2,8}(Mg)}{V} = \frac{x\,(2,8)}{V} = 2,8\times10^{-2} mol\, L^{-1}$$

ومنه $x\,(2,8) = 8,4\times10^{-4} mol$.

ومن جدول التقدم لدينا:

$$n\left(Mg_{(s)}\right) = n_{01} - x\,(2,8) = 0,039 mol$$

$$n\left(H^+_{(aq)}\right) = n_{02} - 2x\,(2,8) = 1,32\times10^{-3} mol$$

و $n\left(Mg^{2+}_{(aq)}\right) = n\left(H_{2(g)}\right) = x\,(2,8) = 8,4\times10^{-4} mol$

و $n\left(Cl^-_{(aq)}\right) = CV = 3\times10^{-3} mol$.

2-د- السرعة الحجمية لتشكل $Mg^{2+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 0$:

$v_{vol} = \frac{d\left[Mg^{2+}\right]}{dt}$ وهي تمثل ميل المماس للمنحني عند اللحظة $t = 0$.

ومنه $v_{vol} = 2,5\times10^{-2} mol\, L^{-1}.\min^{-1}$

حل التمرين 09

1ـ تعريف المؤكسد و المرجع:

ـ مفهوم المؤكسد (Ox): هو كل فرد كيميائي (ذرة، شاردة، جزيء) قادر على اكتساب إلكترون أو أكثر خلال تحول كيميائي.

ـ مفهوم المرجع (Red): هو كل فرد كيميائي (ذرة، شاردة، جزيء) قادر على فقد إلكترون أو أكثر خلال تحول كيميائي.

2ـ تحديد الثنائيتين (Ox/Red):

ـ المعادلة النصفية للإرجاع: $H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow 2H_2O$

و الثنائية هي: (H_2O_2/H_2O).

ـ المعادلة النصفية للأكسدة: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$ و الثنائية هي: (I_2/I^-).

3ـ هل المزيج الابتدائي ستوكيومتري؟:

يكون المزيج ستوكيومتري إذا تحقق ما يلي: $\frac{n_0(H_2O_2)}{1} = \frac{n_0(I^-)}{2}$.

$n_0(H_2O_2) = CV = 0,2\times10^{-3}mol$ و $\frac{n_0(I^-)}{2} = \frac{CV}{2} = 10^{-3}mol$

ومنه $\frac{n_0(I^-)}{2} \neq \frac{n_0(H_2O_2)}{1}$ والمزيج ليس ستوكيومتريا.

4ـ جدول تقدم التفاعل:

حالة الجملة	$H_2O_{2(aq)}$	$+2I^-_{(aq)}$	$+2H^+_{(aq)}$	$=I_{2(aq)}$	$+2H_2O$
الابتدائية	n_{01}	n_{02}	بوفرة	0	بوفرة
الانتقالية	$n_{01}-x$	$n_{02}-2x$	بوفرة	x	بوفرة
النهائية	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-2x_{max}$	بوفرة	x_{max}	بوفرة

5ـ العلاقة بين التركيز المولي: $[I_{2(aq)}]$ والتقدم x:

من جدول التقدم $n(I_2) = x$ بقسمة العلاقة على نفس الحجم V_T نجد $[I_2] = \frac{x}{V_T}$.

6ـ التقدم الأعظمي x_{max}:

ـ إذا كان $H_2O_{2(aq)}$ هو المتفاعل المحد فإن: $n_{01} - x_{max} = 0$

ومنه: $x_{max} = 0,2\times10^{-3}mol$.

- إذا كان $I^-_{(aq)}$ هو المتفاعل المحد فإن: $n_{02} - 2x_{max} = 0$ ومنه: $x_{max} = 10^{-3} mol$.

و منه الماء الأكسجيني هو المتفاعل المحد و التقدم الأعظمي: $x_{max} = 2\times10^{-4} mol$

- استنتاج القيمة النظرية لتركيز ثنائي اليود: $[I_2]_{max} = \frac{x_{max}}{V_T} = 6,7\times10^{-3} mol\, l^{-1}$.

7- التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 300s$:

الأفراد الكيميائية المتواجدة عند اللحظة $t = 300s$ هي: $H_2O_{2(aq)}$ ، $I^-_{(aq)}$ ، $I_{2(aq)}$ و $K^+_{(aq)}$.

- بالاعتماد على البيان نجد أن: $x(300s) = 10^{-4} mol$

- و بالاعتماد على جدول التقدم نكتب:

$$n(H_2O_2) = n_{01} - x(300s) = 10^{-4} mol$$

$$n(I^-) = n_{02} - 2x(300s) = 1,8\times10^{-3} mol$$

$$n(I_2) = x(300s) = 10^{-4} mol \text{ و } n(K^+) = CV = 2\times10^{-3} mol$$

8- سرعة التفاعل عبارتها هي $v = \frac{dx}{dt}$ وهي تمثل ميل المماس للمنحني $x = f(t)$ عند اللحظة t ، و برسم المماس عند لحظات زمنية مختلفة نلاحظ أن ميلها يتناقص بمرور الزمن.

9- تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 10^{-4} mol$.

- استنتاج قيمته بيانيا: من البيان نقرأ $t_{1/2} = 300s$.

حل التمرين 10

1- تحديد الثنائيتين (Ox / Red) الداخلتين في التفاعل:

- المعادلة النصفية للإرجاع: $H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow 2H_2O$ ...... $\rightarrow (H_2O_2/H_2O)$

- المعادلة النصفية للأكسدة: $H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^-$ .... $\rightarrow (O_2/H_2O_2)$

2- لتبيين أن: $[H_2O_2]_0 = \frac{C}{10}$: $[H_2O_2]_0 = \frac{n_0}{V_T} = \frac{CV_0}{V_0+V_1+V_2} = \frac{C\times10}{100} = \frac{C}{10}$

ب- جدول تقدم التفاعل:

حالة الجملة	$2H_2O_{2(aq)}$	$= O_{2(g)}$	$+ 2H_2O_{(l)}$
الابتدائية	$n_0 = CV$	0	بالزيادة
الانتقالية	$n_0 - 2x(t)$	$x(t)$	بالزيادة
النهائية	$n_0 - 2x_f$	x_f	بالزيادة

جـ- عبارة $[H_2O_2]$ في المزيج بدلالة $[H_2O_2]_0$، حجم المزيج V_T و تقدم التفاعل x:

من جدول التقدم لدينا: $n(H_2O_2) = n_0 - 2x(t)$

وبالقسمة على V_T نجد $[H_2O_2] = \frac{n_0 - 2x(t)}{V_T} = [H_2O_2]_0 - \frac{2x(t)}{V_T}$

3أ- تبرد العينات لإيقاف التفاعل و إجراء معايرة دقيقة.

3ب- كتابة المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الإرجاع، ثم معادلة تفاعل المعايرة:

المعادلة النصفية للإرجاع: $MnO_4^- + 8H^+ + 5\bar{e} \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$

المعادلة النصفية للأكسدة: $H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2\bar{e}$.

استنتاج معادلة الأكسدة الإرجاعية:

$2MnO_4^- + 5H_2O_2 + 6H^+ = 2Mn^{2+} + 5O_2 + 8H_2O$.

3جـ- التأكد من صحة العلاقة التالية $[H_2O_2] = \frac{5}{2}\frac{C_3V_3}{V'}$:

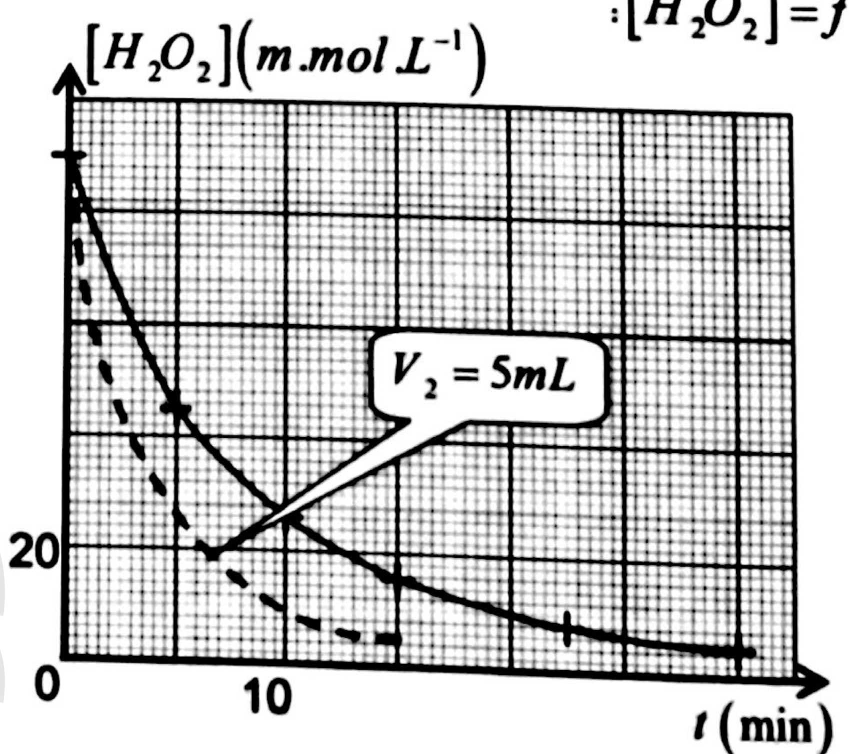
عند نقطة التكافؤ تكون الجملة في الشروط الستوكيومترية أي

$\frac{n(MnO_4^-)}{2} = \frac{n(H_2O_2)}{5}$ ومنه: $[H_2O_2] = \frac{5}{2}\frac{C_3V_3}{V'}$.

3د- إكمال الجدول: مما سبق $C = 10[H_2O_2]_0 = 0,9 mol.l^{-1}$

$t(min)$	0	10	20	30	45	60
$[H_2O_2](m.mol/L)$	90	45	26	15,5	8	5

3هـ- رسم البيان $[H_2O_2] = f(t)$:



ـ استنتاج زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

من جدول التقدم لدينا: $n(H_2O_2) = n_0 - 2x$ ومنه: $n_{t_{1/2}}(H_2O_2) = n_0 - 2x(t_{1/2})$

ومنه: $n_{t_{1/2}}(H_2O_2) = n_0 - x_f = n_0 - \frac{n_0}{2} = \frac{n_0}{2}$ وبالقسمة على حجم المزيج نجد:

$[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \frac{[H_2O_2]_0}{2}$ ومن البيان نقرأ: $t_{1/2} = 10\,min$.

3ـ وـ عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[H_2O_2]$:

عبارة السرعة الحجمية هي $v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$

و من جدول التقدم لدينا $n(H_2O_2) = n_0 - 2x$

ومنه $x = \frac{n_0 - n(H_2O_2)}{2}$ و بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{dn(H_2O_2)}{dt}$

وعليه $v_{vol} = -\frac{1}{2V_T}\frac{dn(H_2O_2)}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{d[H_2O_2]}{dt}$

ـ حساب قيمتها في اللحظة $t = 20min$: $v_{vol} = 0,76m.mol.L^{-1}.min^{-1}$.

4ـ رسم كيفيا المنحنى $g(t) = [H_2O_2]$.

حل التمرين 11

1ـ النوع الكيميائي المرجع هو: الشاردة I^- لأن $2I^-_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2\bar{e}$

النوع الكيميائي المؤكسد هو: الشاردة $S_2O_8^{2-}$ لأن $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2\bar{e} \rightarrow 2SO^{2-}_{4(aq)}$

2ـ إيجاد قيمة التركيز C_2:

بما ان المزيج الابتدائي المستعمل ستوكيومتري فان المساواة التالية محققة:

$n_0(S_2O_8^{2-}) = \frac{n_0(I^-)}{2}$ ومنه $C_2 = \frac{2 \times C_1 \times V_1}{V_2} = 0,2mol.L^{-1}$

3ـ أـ جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$S_2O^{2-}_{8(aq)}$ +	$2I^-_{(aq)}$ =	$2SO^{2-}_{4(aq)}$ +	$I_{2(aq)}$
$x = 0$	$n_{01} = C_1V_1$	$n_{02} = C_2V_2$	0	0
$x(t)$	$n_{01} - x(t)$	$n_{02} - 2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
x_f	$n_{01} - x_f$	$n_{02} - 2x_f$	$2x_f$	x_f

ب- التأكد من صحة العلاقة:

من جدول التقدم لدينا عند اللحظة t: $n\left(S_2O_8^{2-}\right) = n_{01} - x(t)$ و $n\left(SO_4^{2-}\right) = 2x(t)$

ومن العلاقتين نجد: $n\left(S_2O_8^{2-}\right) = n_{01} - \dfrac{n\left(SO_4^{2-}\right)}{2}$

وبالقسمة على حجم المزيج $V_T = 3V_1$ نجد: $\left[S_2O_8^{2-}\right] = \dfrac{C_1}{3} - \dfrac{1}{2}\left[SO_4^{2-}\right]$.

4.أ- عبارة السرعة الحجمية للتفاعل: $v_v = \dfrac{1}{V_T}\dfrac{dx}{dt}$

وبالاعتماد على جدول التقدم نجد: $n\left(S_2O_8^{2-}\right) = n_{01} - x(t)$ وبالاشتقاق بالنسبة للزمن

نجد: $\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{dn\left(S_2O_8^{2-}\right)}{dt}$ وعليه نستنتج أن سرعة التفاعل تساوي سرعة اختفاء

شوارد $S_2O_8^{2-}$.

إذن: $v_v = \dfrac{1}{V_T}\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{1}{V_T}\dfrac{dn\left(S_2O_8^{2-}\right)}{dt}$ حيث: $\dfrac{dn\left(S_2O_8^{2-}\right)}{dt}$ يمثل ميل المماس

وعند اللحظة $t = 0$ نجد: $v_v = -\dfrac{1}{V_T}\left.\dfrac{dn\left(S_2O_8^{2-}\right)}{dt}\right|_{t=0} = 2,67 m.mol.L^{-1}.\min^{-1}$

جـ- العامل الحركي المسؤول عن هذا التناقص هو تناقص التراكيز المولية للمتفاعلات.

5- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو المدة الزمنية اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي.

-من جدول التقدم: $n\left(S_2O_8^{2-}\right) = n_{01} - x(t)$ وبما أن المزيج الابتدائي ستوكيومتري

فإن: $x\left(t_{1/2}\right) = \dfrac{x_f}{2} = \dfrac{n_{01}}{2}$ ومنه عند: $t = t_{1/2}$: $n_{t_{1/2}}\left(S_2O_8^{2-}\right) = n_{01} - \dfrac{n_{01}}{2} = \dfrac{n_{01}}{2}$

ومن البيان نقرأ: $t_{1/2} \simeq 17\min$.

حل التمرين 12

1- كتابة معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية :

المعادلة النصفية للأكسدة: $S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_{4(aq)}^{2-}$

المعادلة النصفية للإرجاع: $2I_{(aq)}^- \rightarrow I_{2(aq)} + 2e^-$

معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية: $S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^- = 2SO_{4(aq)}^{2-} + I_{2(aq)}$

1- ب- جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$S_2O_{8(aq)}^{2-}$ +	$2I_{(aq)}^{-}$ =	$2SO_{4(aq)}^{2-}$ +	$I_{2(aq)}$
$x=0$	n_{01}	n_{02}	0	0
$x(t)$	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
x_{max}	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

2- اعتمادا على البيان:

لاستنتاج التركيز المولي C_2 لمحلول يود البوتاسيوم: $C_2=\dfrac{n_{02}}{V_2}$

ومن البيان عند اللحظة $t=0$ نقرأ $n_{02}=20\times10^{-3}mol$ وعليه: $C_2=0{,}1mol\,l^{-1}$

ب- تحديد المتفاعل المحد: المتفاعل المحد هو المتفاعل الذي تنتهي كمية مادته أولا.

من المنحني $n\left(I^-\right)=f(t)$ نلاحظ أن $n_f\left(I^-\right)\neq0$ و عليه فإن شوارد $\left(I^-\right)$ لا تمثل المتفاعل المحد و شوارد $S_2O_8^{2-}$ هي المتفاعل المحد.

جـ- استنتاج قيمة التقدم الأعظمي x_{max}:

بالاعتماد على جدول التقدم نجد: $n_f\left(I^-\right)=n_{02}-2x_{max}$

ومن المنحنى البياني: $n_f\left(I^-\right)=4\times10^{-3}mol$

وعليه نجد: $x_{max}=8\times10^{-3}mol$

3- أ- استنتاج قيمة سرعة اختفاء شوارد اليود $I_{(aq)}^{-}$ عند اللحظة $t=1\min$:

$v\left(I^-\right)=-\dfrac{dn\left(I^-\right)}{dt}$ وهي تمثل ميل المماس للمنحني البياني

$$v_{1\min}=-\frac{\Delta n\left(I^-\right)}{\Delta t}=7{,}14\times10^{-3}mol.\min^{-1}$$

ب- إيجاد قيمة الحجم الكلي V_T للوسط التفاعلي:

نعلم أن $v=\dfrac{dx}{dt}$ ومن جدول التقدم لدينا $n_{I^-}(t)=n_{02}-2x(t)$ باشتقاق طرفي المعادلة

بالنسبة للزمن نجد $\dfrac{dn\left(I^-\right)}{dt}=-2.\dfrac{dx}{dt}$ ومنه $\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{1}{2}.\dfrac{dn\left(I^-\right)}{dt}$

وبالقسمة على الحجم الكلي للمزيج V_T نجد $\dfrac{1}{V_T}\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{1}{2V_T}.\dfrac{dn\left(I^-\right)}{dt}$

ومنه $\nu_{vol}(1\min)=\frac{1}{2}.\frac{\nu_{1\min}(I^-)}{V_T}$ إذن: $V_T=0,392L\approx 0,4L$

جـ استنتاج قيمة الحجم V_1:

$V_T=V_1+V_2$ ومنه $V_1=V_T-V_2$ وعليه: $V_1=200mL$.

4. أ. تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي

$$x(t_{1/2})=\frac{x_{max}}{2}$$

ب. إثبات العلاقة: $n_{I^-}(t_{1/2})=\frac{n_0(I^-)+n_f(I^-)}{2}$:

من جدول التقدم عند اللحظة t: $n(I^-)=n_{02}-2x(t)$

وعند اللحظة $t=t_{1/2}$ نكتب: $n_{I^-}(t_{1/2})=n_{02}-2x(t_{1/2})$

وعند نهاية التفاعل $n_f(I^-)=n_{02}-2x_{max}$ وعليه $x_{max}=\frac{n_{02}-n_f}{2}$ وبالتعويض

في العلاقة السابقة نجد $n_{I^-}(t_{½})=n_{02}-\frac{n_{02}-n_f}{2}=\frac{n_{02}+n_f}{2}$ وهو المطلوب

جـ استنتاج قيمة $t_{1/2}$ بيانيا:

بالاعتماد على العلاقة السابقة نجد: $n_{I^-}(t_{1/2})=12m.mol$

ومن البيان نقرأ $t_{1/2}=0,8\min$.

حل التمرين 13

1. المعادلتان النصفيتان:

المعادلة النصفية للأكسدة: $(I_2/I^-):2I^-\rightarrow I_2+2\bar{e}$

المعادلة النصفية للإرجاع: $(S_2O_{8(aq)}^{2-}/SO_{4(aq)}^{2-}):S_2O_8^{2-}+2\bar{e}\rightarrow 2SO_4^{2-}$

2. استنتاج معادلة الأكسدة الإرجاعية: $S_2O_{8(aq)}^{2-}+2I_{(aq)}^-=2SO_{4(aq)}^{2-}+I_{2(aq)}$

3. أ. جدول التقدم:

الحالة	$S_2O_{8(aq)}^{2-}$ +	$2I_{(aq)}^-$ =	$2SO_{4(aq)}^{2-}$ +	$I_{2(aq)}$
الابتدائية	$n_{01}=C_1V_1$	$n_{02}=C_2V_2$	0	0
الانتقالية	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
النهائية	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

3ـبـ عبارة التراكيز المولية للشوارد الموجودة في المزيج:

الشوارد الموجودة في المحلول هي: K^+ و $S_2O_8^{2-}, 2SO_4^{2-}, I^-$

$$n_0(I^-) = C_2V_2 = 9\times10^{-3}mol\ ,\ n_0(S_2O_4^{2-}) = C_1V_1 = 4\times10^{-3}mol$$

$$n_0(K^+) = 2C_1V_1 + C_2V_2 = 0,017mol$$

$$\left[S_2O_8^{2-}\right] = \frac{4\times10^{-3}-x}{V}, \left[I^-\right] = \frac{9\times10^{-3}-2x}{V}, \left[SO_4^{2-}\right] = \frac{2x}{V}, \left[K^+\right] = \frac{0,017}{V}$$

حيث: $V = V_1 + V_2$

4ـ تبيين أن عبارة الناقلية G تعطى بالعلاقة: $G = \frac{1}{V}(A + B\,x)$.

$$G = K\left(\lambda_1\left[S_2O_8^{2-}\right] + \lambda_2\left[I^-\right] + \lambda_3\left[SO_4^{2-}\right] + \lambda_4\left[K^+\right]\right)$$

و بالتالي: $G = K\left(\lambda_1\frac{4\times10^{-3}-x}{V} + \lambda_2\frac{9\times10^{-3}-2x}{V} + \lambda_3\frac{2x}{V} + \lambda_4\frac{0,017}{V}\right)$

$$G = \frac{1}{V}\left(\underbrace{K\times\left(4\times10^{-3}\lambda_1 + 9\times10^{-3}\lambda_2 + 0,017\lambda_4\right)}_{A} + \underbrace{K\times\left(2\lambda_3 - 2\lambda_2 - \lambda_1\right)}_{B}x\right)$$

ومنه: $G = \frac{1}{V}(A + B\,x)$

5ـ تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: $v_{vol} = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$

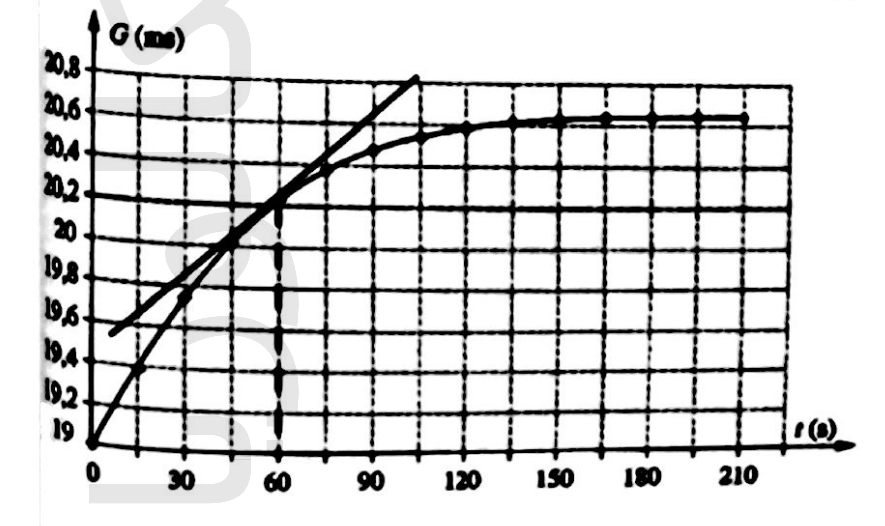
وبما أن $G = \frac{1}{V}(A + B\,x)$ ومنه: $\frac{dG}{dt} = \frac{B}{V}\frac{dx}{dt}$ ومنه: $\frac{dx}{dt} = \frac{V}{B}\frac{dG}{dt}$ و

عليه $\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V}.\frac{V}{B}.\frac{dG}{dt}$ إذن: $v_{vol} = \frac{1}{B}\frac{dG}{dt}$

ـ قيمتها عند اللحظة $t = 60s$:

ميل المماس للمنحني هو:

$$\left.\frac{dG}{dt}\right|_{t=60s} = 1,24\times10^{-5}S\,s^{-1}$$



ومن: $v_{vol}(60s)=\frac{1}{B}\times\frac{dG}{dt}\bigg|_{t=60s}=2,95\times10^{-4}\cong3\times10^{-4}mol\,L^{-1}s^{-1}$

6. تحديد التقدم الأعظمي:

- إذا كان $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ هو المتفاعل المحد: $x_{max}=n_{01}=C_1V_1=4\times10^{-3}mol$

- إذا كان $I_{(aq)}^{-}$ هو المتفاعل المحد: $x_{max}=\frac{n_{02}}{2}=\frac{C_2V_2}{2}=4,5\times10^{-3}mol$

إذن المتفاعل المحد هي شوارد $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ والتقدم الأعظمي: $x_{max}=4\times10^{-3}mol$

7. تحديد اللحظة التي ينتهي عندها التفاعل:

من العلاقة: $G=\frac{1}{V}(A+Bx)$ عند نهاية التفاعل $x=x_{max}$

وعليه: $G_{max}=\frac{1}{V}(A+Bx_{max})=20,68mS$

و بالاعتماد على المنحنى البياني يمكن تحديد اللحظة التي ينتهي عندها التفاعل، و التي توافق تقريبا: $t=165s$.

حل التمرين 14

1. أ. تحديد الثنائيتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل:

- المعادلة النصفية للأكسدة: $2I^{-}\rightarrow I_2+2\bar{e}$ و الثنائية هي: (I_2/I^{-}).

- المعادلة النصفية للإرجاع: $S_2O_8^{2-}+2\bar{e}\rightarrow 2SO_4^{2-}$ و الثنائية هي: $(S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-})$

ب. كمية المادة n_{01} و n_{02}:

$n_{01}(I^{-})=C_1V_1=8\times10^{-3}mol$ و $n_{02}(S_2O_8^{2-})=C_2V_2=2\times10^{-3}mol$

جـ. جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$S_2O_{8(aq)}^{2-}$	$+2I_{(aq)}^{-}$	$=2SO_{4(aq)}^{2-}$	$+I_{2(aq)}$
الإبتدائية	n_{01}	n_{02}	0	0
الانتقالية	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
النهائية	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

د. المتفاعل المحد و التقدم الأعظمي x_{max}:

إذا كان $S_2O_{8(aq)}^{2-}$: $x_{max}=n_{01}=2\times10^{-3}mol$

3.ب- عبارة التراكيز المولية للشوارد الموجودة في المزيج:

الشوارد الموجودة في المحلول هي: I^-, $2SO_4^{2-}$, $S_2O_8^{2-}$ و K^+

$$n_0(I^-) = C_2V_2 = 9\times10^{-3}mol \ , \ n_0(S_2O_4^{2-}) = C_1V_1 = 4\times10^{-3}mol$$

$$n_0(K^+) = 2C_1V_1 + C_2V_2 = 0{,}017mol$$

$$\left[S_2O_8^{2-}\right] = \frac{4\times10^{-3} - x}{V}, \left[I^-\right] = \frac{9\times10^{-3} - 2x}{V}, \left[SO_4^{2-}\right] = \frac{2x}{V}, \left[K^+\right] = \frac{0{,}017}{V}$$

حيث: $V = V_1 + V_2$

4. تبيين أن عبارة الناقلية G تعطى بالعلاقة: $G = \frac{1}{V}(A + Bx)$.

$$G = K\left(\lambda_1\left[S_2O_8^{2-}\right] + \lambda_2\left[I^-\right] + \lambda_3\left[SO_4^{2-}\right] + \lambda_4\left[K^+\right]\right)$$

و بالتالي:
$$G = K\left(\lambda_1\frac{4\times10^{-3} - x}{V} + \lambda_2\frac{9\times10^{-3} - 2x}{V} + \lambda_3\frac{2x}{V} + \lambda_4\frac{0{,}017}{V}\right)$$

$$G = \frac{1}{V}\left(\underbrace{K\times\left(4\times10^{-3}\lambda_1 + 9\times10^{-3}\lambda_2 + 0{,}017\lambda_4\right)}_{A} + \underbrace{K\times\left(2\lambda_3 - 2\lambda_2 - \lambda_1\right)}_{B}x\right)$$

ومنه: $G = \frac{1}{V}(A + Bx)$

5. تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: $v_{vol} = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$

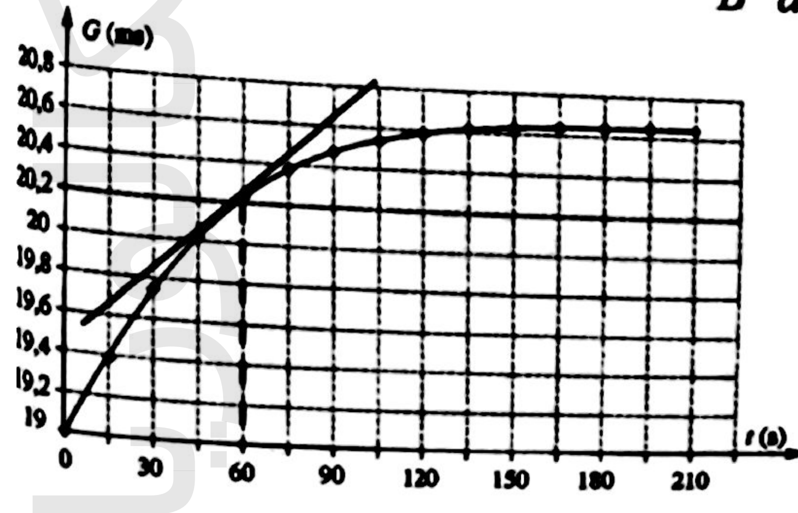
وبما أن $G = \frac{1}{V}(A + Bx)$ ومنه: $\frac{dG}{dt} = \frac{B}{V}\frac{dx}{dt}$ ومنه: $\frac{dx}{dt} = \frac{V}{B}\frac{dG}{dt}$ و

عليه $\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V}.\frac{V}{B}.\frac{dG}{dt}$ إذن: $v_{vol} = \frac{1}{B}\frac{dG}{dt}$

- قيمتها عند اللحظة $t = 60s$:

ميل المماس للمنحني هو:

$$\left.\frac{dG}{dt}\right|_{t=60s} = 1{,}24\times10^{-5}S\,s^{-1}$$



ومن: $v_{vol}(60s)=\frac{1}{B}\times\frac{dG}{dt}\Big|_{t=60s}=2,95\times10^{-4}\cong3\times10^{-4}mol\,L^{-1}s^{-1}$

6ـ تحديد التقدم الأعظمي:

ـ إذا كان $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ هو المتفاعل المحد: $x_{max}=n_{01}=C_1V_1=4\times10^{-3}mol$

ـ إذا كان $I_{(aq)}^-$ هو المتفاعل المحد: $x_{max}=\frac{n_{02}}{2}=\frac{C_2V_2}{2}=4,5\times10^{-3}mol$

إذن المتفاعل المحد هي شوارد $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ و التقدم الأعظمي: $x_{max}=4\times10^{-3}mol$

7ـ تحديد اللحظة التي ينتهي عندها التفاعل:

من العلاقة: $G=\frac{1}{V}(A+B\,x)$ عند نهاية التفاعل $x=x_{max}$

وعليه: $G_{max}=\frac{1}{V}(A+B\,x_{max})=20,68mS$

و بالاعتماد على المنحنى البياني يمكن تحديد اللحظة التي ينتهي عندها التفاعل، و التي توافق تقريبا: $t=165s$.

حل التمرين 14

1ـ أ ـ تحديد الثنائيتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل:

ـ المعادلة النصفية للأكسدة: $2I^-\rightarrow I_2+2\bar{e}$ و الثنائية هي: (I_2/I^-).

ـ المعادلة النصفية للإرجاع: $S_2O_8^{2-}+2\bar{e}\rightarrow2SO_4^{2-}$ و الثنائية هي: $(S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-})$

ب ـ كمية المادة n_{01} و n_{02}:

$n_{01}(I^-)=C_1V_1=8\times10^{-3}mol$ و $n_{02}(S_2O_8^{2-})=C_2V_2=2\times10^{-3}mol$

جـ ـ جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$S_2O_{8(aq)}^{2-}$ +	$2I_{(aq)}^-$ =	$2SO_{4(aq)}^{2-}$ +	$I_{2(aq)}$
الإبتدائية	n_{01}	n_{02}	0	0
الانتقالية	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
النهائية	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

د ـ المتفاعل المحد و التقدم الأعظمي x_{max}:

إذا كان $S_2O_{8(aq)}^{2-}$: $x_{max}=n_{01}=2\times10^{-3}mol$

إذا كان $I^{-}_{(aq)}$: $x_{max} = \frac{n_{02}}{2} = 4\times10^{-3} mol$

ومنه $S_2O^{2-}_{8(aq)}$ هو المتفاعل المحد و $x_{max} = 2\times10^{-3} mol$.

2ـ أـ بالاعتماد على البيان: نلاحظ أن $x(30\,min) = 1,4\times10^{-3} mol \langle x_{max}$

بـ التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 30\,min$:

الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول هي: $S_2O_8^{2-}; I^-; SO_4^{2-}; I_2; K^+$.

$$n(S_2O_8^{2-}) = n_{01} - x(30) = 0,6\times10^{-3} mol$$

$$n(I^-) = n_{02} - 2x(30) = 5,2\times10^{-3} mol$$

$$n(SO_4^{2-}) = 2x(30) = 2,8\times10^{-3} mol$$

$$n(I_2) = x(30) = 1,4\times10^{-3} mol$$

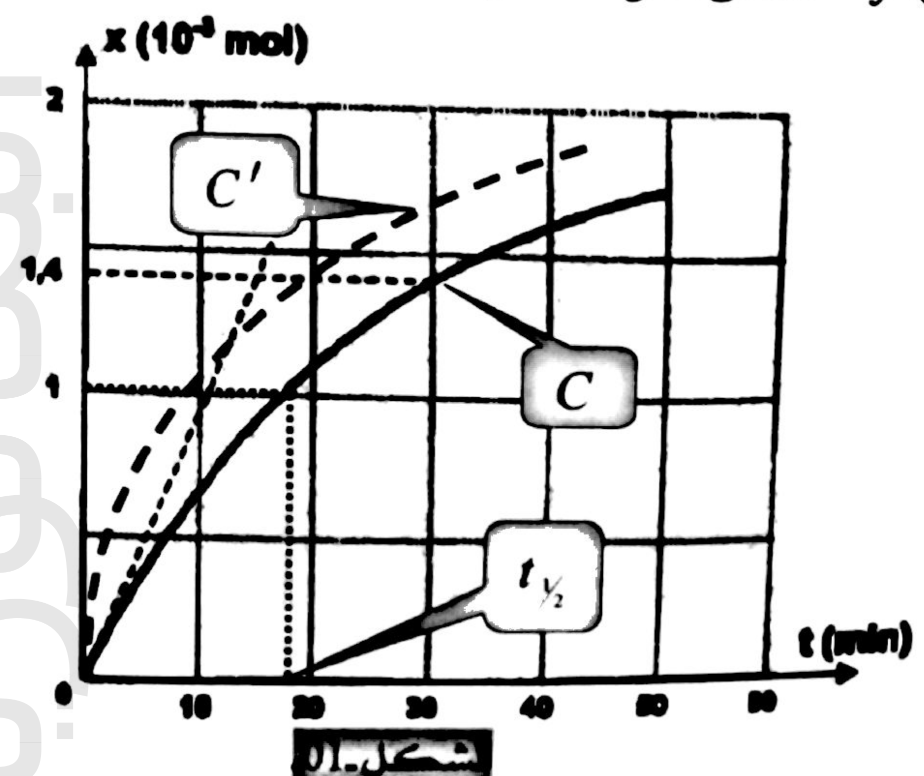
$$n(K^+) = C_1V_1 + 2C_2V_2 = 12\times10^{-3} mol$$

جـ استنتاج زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = 10^{-3} mol$ ونقرأ على البيان $t_{1/2} = 17\,min$

دـ حساب سرعة التفاعل: $v_{t=0} = \frac{dx}{dt} = 9,3\times10^{-5} mol.min^{-1}$

4ـ أرسم المنحني $x = f(t)$ على نفس الشكل-01-



شكل-01-

حل التمرين 15

01ـ المعادلتان النصفيتان و معادلة الأكسدة الإرجاعية:

ـ المعادلة النصفية للأكسدة: $2I^- \rightarrow I_2 + 2\bar{e}$

ـ المعادلة النصفية للإرجاع: $S_2O_8^{2-} + 2\bar{e} \rightarrow 2SO_4^{2-}$

استنتاج معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية: $S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^- = 2SO_{4(aq)}^{2-} + I_{2(aq)}$

02ـ كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات:

من الجدول المرفق نجد: $n_0(S_2O_8^{2-}) = 10m.mol = 10^{-2} mol$

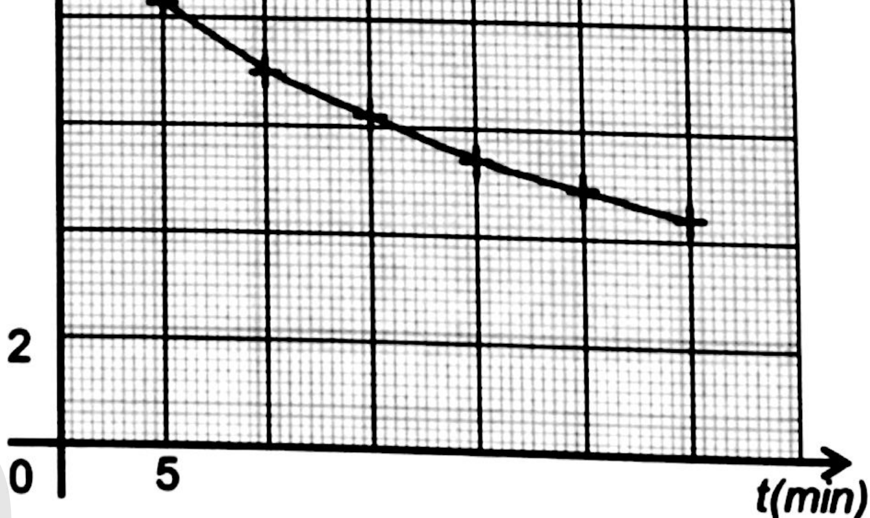
وبما أن المزيج ستوكيومتري فإن: $\dfrac{n_0(S_2O_8^{2-})}{1} = \dfrac{n_0(I^-)}{2}$

ومنه: $n_0(I^-) = 2n_0(S_2O_8^{2-}) = 20m.mol = 2\times10^{-2} mol$

03ـ جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$S_2O_{8(aq)}^{2-}$ +	$2I_{(aq)}^-$ =	$2SO_{4(aq)}^{2-}$ +	$I_{2(aq)}$
$x=0$	n_{01}	n_{02}	0	0
$x(t)$	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
x_f	$n_{01}-x_f$	$n_{02}-2x_f$	$2x_f$	x_f

04ـ رسم المنحني $n(S_2O_8^{2-}) = f(t)$:



05ـ التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 7,5\,\text{min}$:

من المنحنى: $n\left(S_2O_8^{2-}\right) = 7,5m.mol$

ومن جدول التقدم لدينا: $x(7,5)=2,4m.mol$ وعليه: $n\left(S_2O_8^{2-}\right)=n_{01}-x(7,5)$

ومنه: $n\left(I^-\right)=n_{02}-2x(7,5)=15,2m.mol$

$n\left(I_2\right)=x(7,5)=2,4m.mol$ و $n\left(SO_4^{2-}\right)=2x(7,5)=4,8m.mol$

06-أ- سرعة اختفاء شوارد البيروكسوديكبريتات:

$$v_{7,5}(S_2O_8^{2-})=-\frac{dn_{(S_2O_8^{2-})}}{dt}=0,257\times10^{-3}mol\ /\min$$

حيث: $\frac{dn_{(S_2O_8^{2-})}}{dt}$ تمثل ميل المماس للمنحني.

06-ب- استنتاج سرعة اختفاء شوارد اليود:

من جدول التقدم لدينا: $n\left(I^-\right)=n_{02}-2x$ و $n\left(S_2O_8^{2-}\right)=n_{01}-x$

و بالاشتقاق العبارتين بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{dn\left(I^-\right)}{dt}=-2\frac{dx}{dt}\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \quad و \quad \frac{dn\left(S_2O_8^{2-}\right)}{d}=-\frac{dx}{dt}\ldots\ldots\ldots(2)$$

وعليه: $\frac{dn\left(I^-\right)}{dt}=2\frac{dn\left(S_2O_8^{2-}\right)}{d}$ إذن: $v\left(I^-\right)=2v\left(S_2O_8^{2-}\right)$

$$v_{7,5}(I^-)=-\frac{dn_{(I^-)}}{dt}=2v_{7,5}(S_2O_8^{2-})=0,514\times10^{-3}mol\ /\min$$

06-جـ- استنتاج قيمة سرعة التفاعل:

من العبارة (2) نجد أن: $v=\frac{dx}{dt}=-\frac{dn_{(S_2O_8^{2-})}}{dt}=0,257\times10^{-3}mol\ /\min$

07- استنتاج زمن نصف التفاعل:

من جدول التقدم: $n\left(S_2O_8^{2-}\right)=n_{01}-x$

وعند اللحظة: $t=t_{1/2}$ نكتب: $n_{t_{1/2}}\left(S_2O_8^{2-}\right)=n_{01}-x\left(t_{1/2}\right)=n_{01}-\frac{x_f}{2}$

وبما أن المزيج ستوكيومتري نجد: $x_f=n_{01}$ إذن: $n_{t_{1/2}}\left(S_2O_8^{2-}\right)=\frac{n_{01}}{2}=5m.mol$

من البيان نقرأ $t_{1/2}=24\min$

01. كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات:

$$n_{01}(CH_3COOH) = CV = 5\times10^{-2}mol$$

$$n_0(NaHCO_3) = \frac{m}{M} = 1,5\times10^{-2}mol$$

02. التفاعل حمض- أساس وصنفه بطيء.

03. أ. جدول التقدم:

التقدم x	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+HCO^-_{3(aq)}$	$=CH_3COO^-_{(aq)}$	$+CO_{2(g)}$	$+H_2O_{(l)}$
$x=0$	n_{01}	n_{02}	0	0	بالزيادة
$x(t)$	$n_{01}-x(t)$	$n_{02}-x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	بالزيادة
x_{max}	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-x_{max}$	x_{max}	x_{max}	بالزيادة

- المتفاعل المحد:

- إذا كان CH_3COOH فإن: $x_{max} = n_{01} = 5\times10^{-2}mol$.

- إذا كان HCO_3^- فإن: $x_{max} = n_{02} = 1,5\times10^{-2}mol$

المتفاعل المحد هو: HCO_3^- والتقدم الأعظمي: $x_{max} = 1,5\times10^{-2}mol$

03ب: كمية المادة النظرية لـ CO_2:

من جدول التقدم عند نهاية التفاعل: $n_f(CO_2) = x_{max} = 1,5\times10^{-2}mol$

04. بالاعتماد على البيان:

$$PV = n.RT \text{ و } (V_{CO_2} = 1,4-0,05 = 1,35L)$$

ومنه: $n_f(CO_2) = \frac{PV}{RT} = 1,498\times10^{-2}mol$

نلاحظ ان كمية مادة غاز CO_2 التجريبية تتوافق مع القيمة النظرية عند نهاية التفاعل ومنه يمكن اعتبار اللحظة $t = 400s$ لحظة نهاية التفاعل.

05- أ. عبارة سرعة التفاعل:

من جدول التقدم: $n(CO_2) = x$ ومنه: $n(CO_2) = \frac{PV}{RT} = x$

وبالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: $v = \frac{dx}{dt} = \frac{V}{RT}.\frac{dP}{dt} = A.\frac{dP}{dt}$ وهو المطلوب.

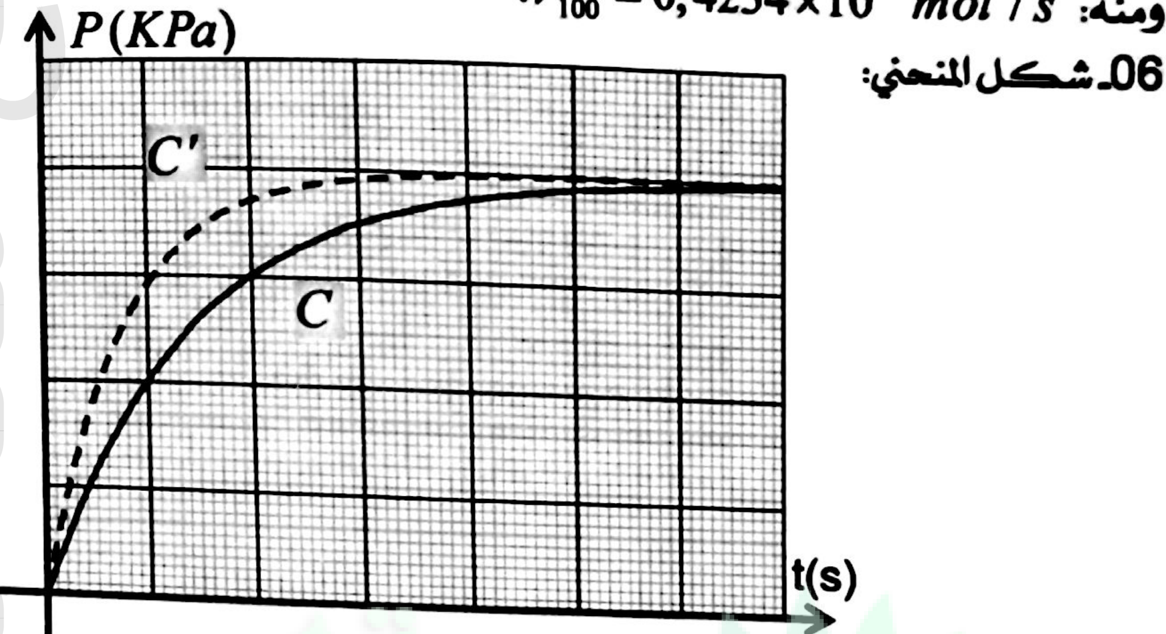
- قيمة الثابت A: $A = \frac{V}{RT} = 5,45\times10^{-7}\frac{m^3.mol}{J}$

05ـ ب ـ حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 100s$:

من البيان عند اللحظة $t = 100s$: $\left.\frac{dP}{dt}\right|_{t=100s} = 77,687\frac{Pa}{s}$

ومنه: $v_{100} = 0,4234\times10^{-4} mol/s$.

06ـ شكل المنحني:



حل التمرين 17

1ـ التركيب المولي الابتدائي للمزيج:

بالاعتماد على الوثيقة-1-عندما $x = 0mol$ نجد:

$$n_{0A} = 15\times10^{-2} mol , n_{0B} = 4\times10^{-2} mol , n_{0C} = 10^{-2} mol$$

2ـ جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$aA + bB + 2H_3O^+ = 10H_2O + cC$				
$x = 0$	n_{0A}	n_{0B}	بالزيادة	بالزيادة	n_{0C}
$x(t)$	$n_{0A} - ax(t)$	$n_{0B} - bx(t)$	بالزيادة	بالزيادة	$n_{0C} + cx(t)$
x_f	$n_{0A} - ax_{max}$	$n_{0B} - bx_{max}$	بالزيادة	بالزيادة	$n_{0C} + cx_{max}$

3ـ تحديد المعاملات الستوكيومترية a,b,c:

بالاعتماد على الوثيقة-1- نجد:

$$(1)\begin{cases} n_A = -5x + 15\times10^{-2} \\ n_B = -x + 4\times10^{-2} \\ n_A = 4x + 10^{-2} \end{cases}$$

وبالاعتماد على جدول التقدم نجد: $(2)\begin{cases} n_A = n_{0A} - ax = -ax + 15\times10^{-2} \\ n_B = n_{0B} - bx = -bx + 4\times10^{-2} \\ n_A = n_{0C} + cx = cx + 10^{-2} \end{cases}$

وبالمطابقة بين (1) و(2) نجد أن: $a = 5$, $b = 1$ و $c = 4$.

4ـ المتفاعل المحد بطريقتين مختلفتين:

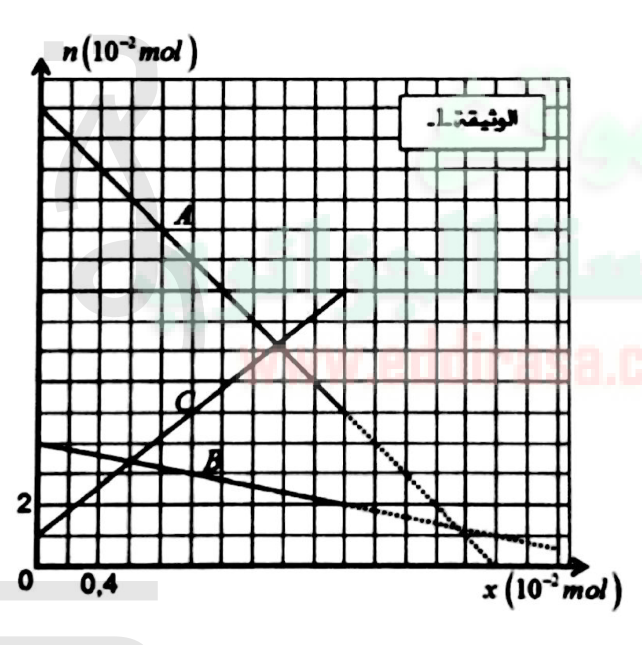
الطريقة رقم 01:

ـ إذا كان A هو المتفاعل المحد: $n_{0A} - ax_{max} = 0$ ومنه: $x_{max} = \frac{n_{0A}}{a} = 3\times10^{-2}\,mol$

ـ إذا كان B هو المتفاعل المحد: $n_{0B} - bx_{max} = 0$ ومنه: $x_{max} = \frac{n_{0B}}{b} = 4\times10^{-2}\,mol$

ومنه المتفاعل المحد هو النوع الفرد الكيميائي A و التقدم الأعظمي $x_{max} = 3\times10^{-2}\,mol$

الطريقة رقم 02: بالاعتماد عل الوثيقة ـ1ـ.



بما أن التفاعل تام، نتمم رسم المنحنيات فنلاحظ أن الفرد الكيميائي A هو الذي تنتهي كمية مادته أولا و عليه فهو المتفاعل المحد و التقدم الأعظمي

$$x_{max} = 3\times10^{-2}\,mol$$

5ـأ التحول الكيميائي المدروس تحول بطيء لأنه من خلال الوثيقة ـ2ـ نلاحظ أنه استغرق عدة دقائق.

بـ النوع الكيميائي المعني في الوثيقة ـ2ـ هو النوع الكيميائي B. لأنه ليس بمتفاعل محد و الوثيقة2 توضح ذلك $n_f(B) \neq 0$ عند نهاية التفاعل.

جـ السلم المناسب: لدينا $n_0(B) = 4\times10^{-2}\,mol$

وعليه نستنتج أن: $1cm \rightarrow 10^{-2}\,mol$ في الوثيقة ـ2ـ

دـ عبارة السرعة اللحظية للتفاعل:

من جدول التقدم لدينا: $n_B(t) = n_{0B} - x(t)$ وبالاشتقاق بالنسبة للزمن t نجد العبارة:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dn_B}{dt}$$ إذن: $v = -\frac{dn_B}{dt}$.

هـ القيمة الأعظمية لسرعة التفاعل:

تكون السرعة أعظمية عند اللحظة $t = 0$ وهي تمثل ميل المماس عند المبدأ

$$v = 3\times10^{-3}\,mol.\min^{-1}.$$

1- أ- جدول تقدم التفاعل.

حالة الجملة	$CaCO_{3(s)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$CO_{2(g)}$ +	$Ca^{2+}_{(aq)}$ +	$3H_2O_{(l)}$
الابتدائية	n_{01}	n_{02}	0	0	بوفرة
الانتقالية	$n_{01}-x$	$n_{02}-2x$	x	x	بوفرة
النهائية	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	بوفرة

ب- من منحنى الشكل- 01 لدينا: $n_0(CaCO_3)=0,02mol$

و $n_0(H_3O^+)=0,01mol$ وبما أن $\frac{n_{01}(CaCO_3)}{1}\neq\frac{n_{02}(H_3O^+)}{2}$

فإن المزيج ليس ستوكيومتريا.

جـ- المتفاعل المحد: هو المتفاعل الذي تنتهي كمية مادته أولا و هو شوارد الهيدروجين كما يوضحه الشكل 01.

استنتاج قيمة التقدم النهائي x_{max} :

بما أن شوارد الهيدروجين هي المتفاعل المحد فإن من جدول التقدم: $n_{02}-2x_{max}=0$

ومنه: $x_{max}=\frac{n_{02}}{2}=5mmol$.

د- عبارة سرعة التفاعل:

من جدول التقدم لدينا $n(CO_2)=x(t)$ باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن نجد:

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{dn(CO_2)}{dt}$$

2- أ- حساب السرعة الابتدائية v_0 :تمثل ميل المماس للمنحني $n(CO_2)=f(t)$ عند المبدأ و

عليه: $v_0=\frac{1,5\times10^{-3}-0}{20-0}=7,5\times10^{-5}mol\,s^{-1}$

ب- المقارنة:

نلاحظ أن: $v_0\rangle v_1$ ، أي السرعة تتناقص تدريجيا بمرور الزمن، و يعود ذلك لتناقص كمية مادة المتفاعلات (تناقص التراكيز المولية للمتفاعلات).

3- إن وجود وسيط يؤدي إلى تسريع التفاعل أكثر أي الزيادة في السرعة اللحظية للتفاعل و بلوغ التفاعل حده في مدة أقل و منه النقطة المقصودة هي النقطة M_1 .

1.أ. حساب كمية المادة الابتدائية (n_0):

$$P_0V = n_0RT \Rightarrow n_0 = \frac{P_0V}{RT} = \frac{4,638\times10^4\times0,5\times10^{-3}}{8,31\times318} = 8,77\times10^{-3}mol$$

ب. جدول تقدم التفاعل:

حالة الجملة	$2N_2O_{5(g)} = 4NO_{2(g)} + O_{2(g)}$		
الابتدائية	n_0	0	0
الانتقالية	n_0-2x	$4x$	x
النهائية	n_0-2x_{max}	$4x_{max}$	x_{max}

جـ. حساب قيمة التقدم الأعظمي x_{max}:

من جدول التقدم: $n_0-2x_{max}=0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n_0}{2} = 4,39\times10^{-3}mol$.

2.أ. عبارة n_g بدلالة كمية المادة n_0 والتقدم x: عند اللحظة t

يكون: $n_g = n(N_2O_5)+n(NO_2)+n(O_2)$

ومنه: $n_g = (n_0-2x)+4x+x = n_0+3x$

إذن: $n_g = n_0+3x$

ب. برهان صحة العلاقة التالية: $\frac{P}{P_0} = 1+\frac{3x}{n_0}$:

لدينا: $\begin{cases} PV = n_gRT \,.......(1) \\ P_0V = n_0RT \,.......(2) \end{cases}$ بقسمة العلاقة (1) على (2) نحصل على:

$\frac{P}{P_0} = \frac{n_g}{n_0} = \frac{n_0+3x}{n_0} = 1+\frac{3x}{n_0}$ ، إذن: $\frac{P}{P_0} = 1+\frac{3x}{n_0}$ وهو المطلوب.

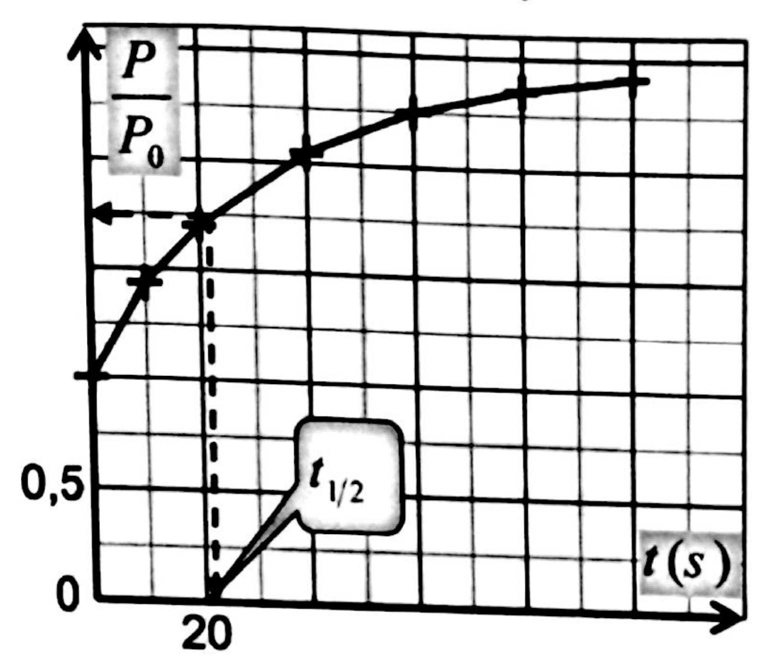
جـ. حساب قيمة المقدار $\frac{P_{max}}{P_0}$:

$$\frac{P_{max}}{P_0} = 1+\frac{3x_{max}}{n_0} = 2,5$$

د. من جدول النتائج التجريبية نجد: $\frac{P_{100}}{P_0} = 2,422$ ولدينا: $\frac{P_{max}}{P_0} = 2,5$

نلاحظ أن: $2,422 \langle 2,5$ وعليه فالتفاعل لم ينتهي عند اللحظة $t = 100s$

3ـأ رسم المنحنى البياني $\frac{P}{P_0}=f(t)$:



بـ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x(t_{1/2})=\frac{x_{max}}{2}=2,2m.mol$

ومنه: $\frac{P(t_{1/2})}{P_0}=1+\frac{3\times2,2\times10^{-3}}{8,78\times10^{-3}}=1,75$ ومن البيان نقرأ $t_{1/2}=22s$

حل التمرين 20

1ـ معادلة التفاعل:

المعادلة النصفية للإرجاع: $S_2O_{8(aq)}^{2-}+2\bar{e}\rightarrow2SO_{4(aq)}^{2-}$

المعادلة النصفية للأكسدة: $2I_{(aq)}^{-}\rightarrow I_{2(aq)}+2\bar{e}$

معادلة تفاعل الأكسدة ـ الإرجاعية: $S_2O_{8(aq)}^{2-}+2I_{(aq)}^{-}=2SO_{4(aq)}^{2-}+I_{2(aq)}$.

2ـ التبرير: الجملة الكيميائية تتطور بدلالة الزمن و ذلك لتغير لون الوسط التفاعلي من اللون الشفاف إلى اللون الأصفر الداكن.

3ـ بـ جدول تقدم التفاعل:

التقدم	$S_2O_{8(aq)}^{2-}+2I_{(aq)}^{-}=2SO_{4(aq)}^{2-}+I_{2(aq)}$			
$x=0$	n_0	n'_0	0	0
$x(t)$	$n_0-x(t)$	$n'_0-2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
x_f	n_0-x_f	n'_0-2x_f	$2x_f$	x_f

4. عبارة $[I^-]$ بدلالة x، n'_0 و V:

من جدول التقدم عند اللحظة t لدينا : $n(I^-) = n'_0 - 2x$ وبقسمة طرفي العبارة على حجم الوسط التفاعلي V نجد:

$\frac{n(I^-)}{V} = \frac{n'_0 - 2x}{V}$ وعليه نجد: $[I^-] = -\frac{2}{V}x + \frac{n'_0}{V}$..........(1)

و منه: $a = -\frac{2}{V}$ و $b = \frac{n'_0}{V}$

5. إيجاد قيمة كل من V وكمية المادة n'_0:

البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته هي: $[I^-] = -10x + 250\times10^{-3}$...........(2)

بالمطابقة بين العبارتين (1) و(2) نجد أن:

$$\begin{cases} a = -\frac{2}{V} = -10L^{-1} \Rightarrow V = 0,2L = 200mL \\ b = \frac{n'_0}{V} = 250\times10^{-3} mol\, L^{-1} \Rightarrow n'_0 = 50\times10^{-3} mol \end{cases}$$

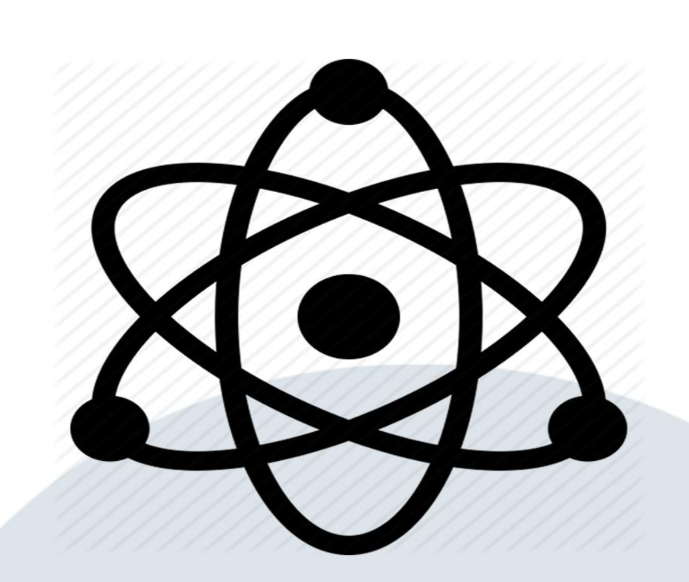
6. المتفاعل المحد:

- إذا كان $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ هو المتفاعل المحد فإن: $n_0 - x_f = 0 \Rightarrow x_f = n_0 = 10mmol$

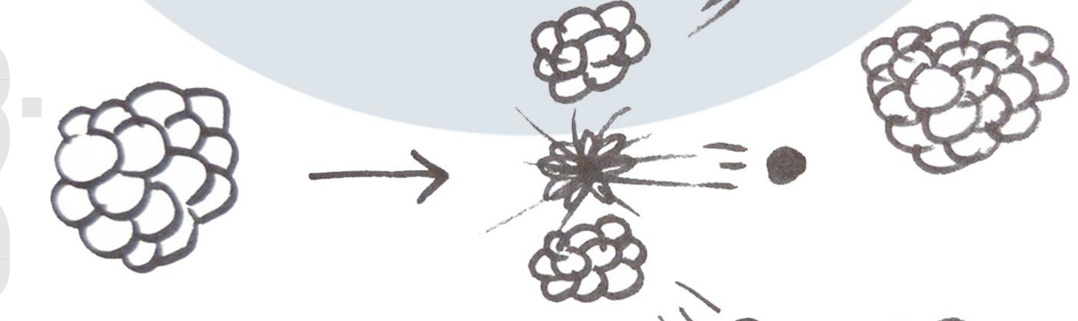
- إذا كان $I_{(aq)}^-$ هو المتفاعل المحد فإن: $n'_0 - 2x_f = 0 \Rightarrow x_f = \frac{n'_0}{2} = 25mmol$

إذن المتفاعل المحد هو: $S_2O_{8(aq)}^{2-}$ و التقدم النهائي: $x_f = 10m.mol$.

الوحدة الثانية



التحولات النووية



Uranium-235

Plutonium-239

الوحدة رقم 02:
دراسة تحولات نووية

الملخص :

1ـ النواة: يرمز لها بالرمز: ${}_{Z}^{A}X$

Z : عدد البروتونات (العدد الشحني أو العدد الذري).

A :العدد الكتلي $A = N + Z$ و N عدد النيترونات.

النواة المشعة: هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا لتعطي نواة أكثر استقرارا مع إ
جسيم α أو β.

النظائر: هي أنوية ذرات لها نفس العدد الذري Z، وتختلف في عدد نيتروناتها N (أي في

نصف قطر النواة:

يحسب بالعلاقة $R = r_0 \sqrt[3]{A}$

حيث: $r_0 = 1,3.fm = 1,3 \times 10^{-15} m$ و A :العدد الكتلي.

2ـ معادلات التفكك:

ـ قانون الانحفاظ لصودي: ${}_{Z_1}^{A_1}X_1 + {}_{Z_2}^{A_2}X_2 = {}_{Z_3}^{A_3}X_3 + {}_{Z_4}^{A_4}X_4$

يتحقق: $\begin{cases} A_1 + A_2 = A_3 + A_4 \\ Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4 \end{cases}$ (مبدأ انحفاظ العدد الذري والعدد الكتلي)

أ.التفكك α : حيث α هي نواة هيليوم $\left({}_{2}^{4}He\right)$

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}He$$

بـ التفكك β^- : حيث β^- هو إلكترون $\left({}_{-1}^{0}e\right)$

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e + \bar{\gamma}$$

جـ.التفكك β^+ : حيث β^+ هو بوزيترون $\left({}_{+1}^{0}e\right)$

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{1}^{0}e + \gamma$$

حيث: $\bar{\gamma}$ النيترينو المضاد، γ النيترينو.

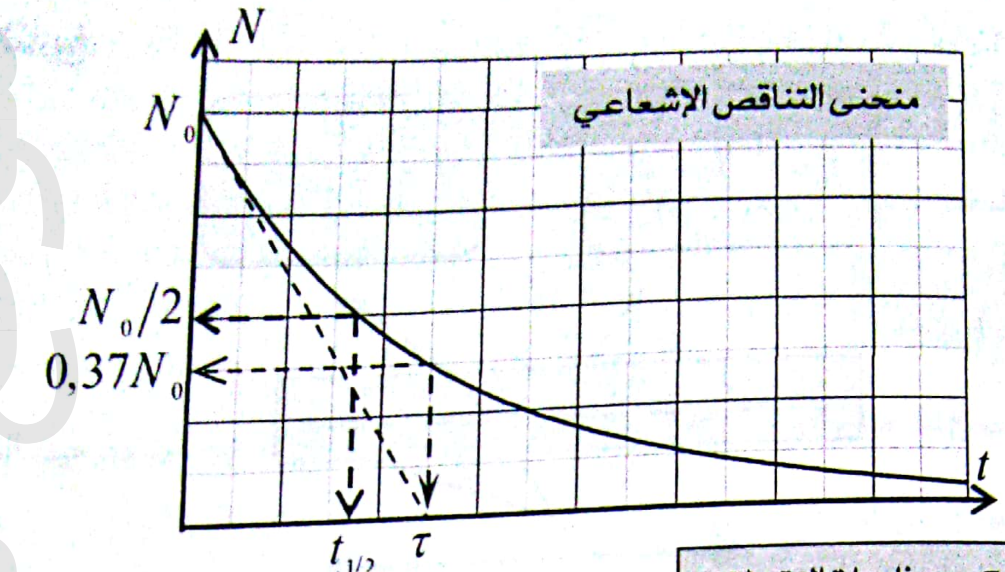
د.الإصدار γ : ${}_{Z}^{A}X^* \rightarrow {}_{Z}^{A}X + \gamma$ حيث X^* : نواة مثارة.

3ـ قانون التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0 e^{-\lambda.t}$

N_0 : عدد الأنوية المشعة الابتدائية.

$N(t)$: عدد الأنوية المشعة المتبقية (الغير متفككة) عند اللحظة t.

λ :ثابت التفكك و يقدر بوحدة: s^{-1}.



τ : هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37N_0$

$t_{1/2}$: هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $\frac{N_0}{2}$

- زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية N_0 وعبارته هي: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

- ثابت الزمن τ :عبارته هي: $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$ ويقدر بالثانية (s)

عبارة عدد الأنوية المتفككة: $N_d(t) = N_0 - N(t) = N_0.(1-e^{-\lambda t})$

- عبارة التناقص في الكتلة:

بالاعتماد على العلاقة: $\frac{m(t)}{M} = \frac{N(t)}{N_A}$ نجد: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$

m_0 : كتلة العينة المشعة الابتدائية، $m(t)$:كتلة العينة المشعة المتبقية.

- عبارة التناقص في كمية المادة:

بالاعتماد على العلاقة: $n(t) = \frac{N(t)}{N_A}$ نجد: $n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$

n_0 : كمية مادة العينة المشعة الابتدائية، $n(t)$:كمية مادة العينة المشعة المتبقية.

- النشاط الإشعاعي A :

هو عدد التفككات التي تحدث لعينة مشعة خلال وحدة الزمن و يقدر بوحدة البيكيرال Bq.

حيث: $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$ ومنه: $A = A_0 e^{-\lambda t}$

$A_0 = \lambda N_0$ يمثل النشاط الإشعاعي الابتدائي للعينة المشعة.



4ـ التأريخ:

$$t = \frac{1}{\lambda}.\ln\frac{A_0}{A}$$

$$t = \frac{1}{\lambda}.\ln\frac{N_0}{N}$$

يمكن إيجاد t اعتمادا على العلاقة

t

اللحظة الحالية حيث قيمة النشاط الإشعاعي هو A أو عدد الأنوية المشعة المتبقية N عند اللحظة t

لحظة موت الكائن الحي أو قطع النبات، قيمة النشاط الإشعاعي A_0 أو عدد الأنوية الإبتدائية N_0 وهي تناسب مبدأ الأزمنة $t_0 = 0$

5ـ الانشطار و الاندماج النووي:

التكافؤ كتلة ـ طاقة (علاق آنشتاين 1905): $E = mc^2$

c: هي سرعة الضوء: $c = 3\times10^8 m\,s^{-1}$

m: كتلة الجسم بـ kg. E وحدتها الجول (J)

وحدة الكتلة الذرية $(u.m.a)$:

$$1u = 1,66\times10^{-27}kg$$ أو $$1u = 931,5\frac{MeV}{c^2}$$

وحدات الطاقة:

$1eV = 1,6\times10^{-19}J$ ، $1MeV = 10^6 eV$ ، $1GeV = 10^9 eV$

النقص الكتلي Δm :

هو الفرق بين كتلة النواة و كتلة مركباتها و هي منفصلة و ساكنة.

$$\Delta m = \left[Zm_p + (A-Z)m_n - m({}^A_Z X)\right]$$

طاقة الربط النووي E_l : هي الطاقة اللازمة لتماسك النواة.

$$E_l = \Delta m c^2 = \left(Zm_p + (A-Z)m_n - m({}^{A}_{Z}X)\right)c^2$$

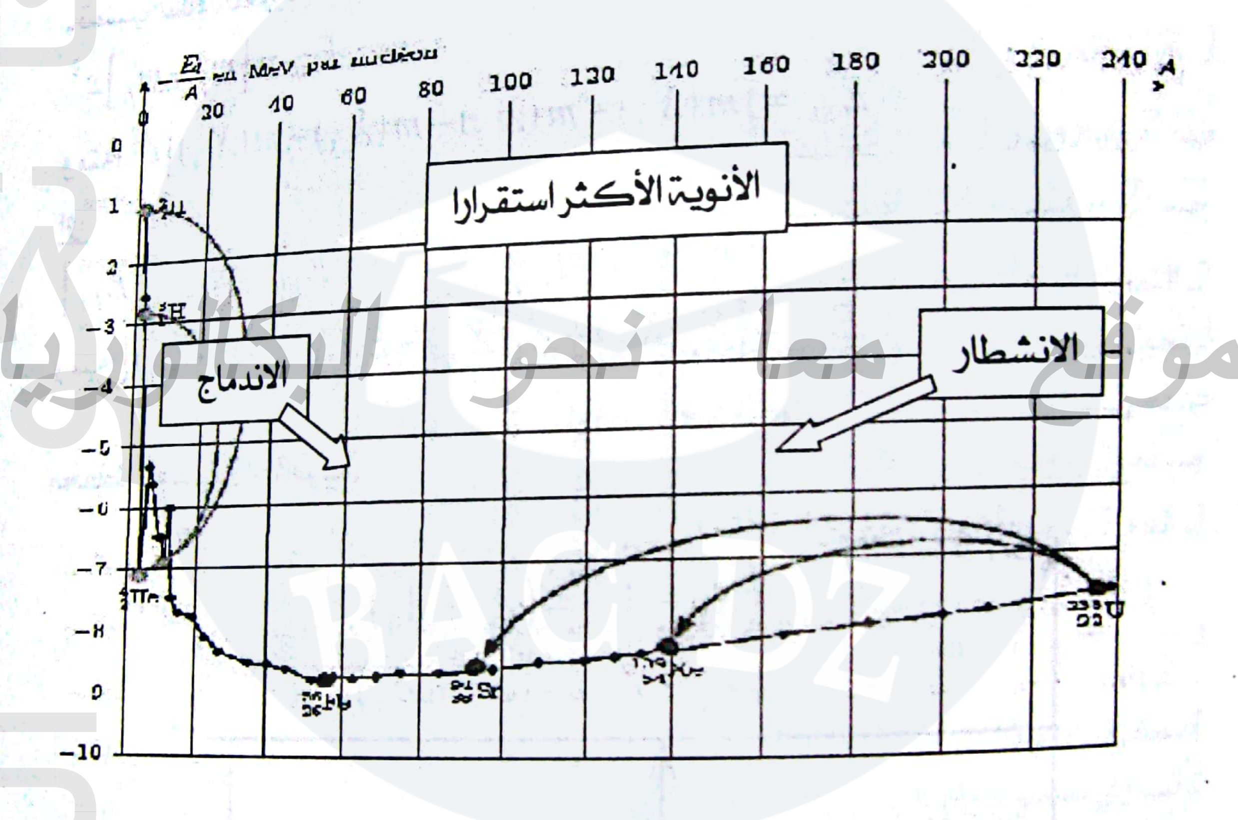
طاقة الربط لكل نوية:

عبارتها هي: $E_A = \frac{E_l}{A}$ وتقدر بـ: $\frac{MeV}{nucléon}$

ملاحظة: تسمح لنا طاقة الربط لكل نوية من مقارنة استقرار الأنوية فيما بينها، حيث النواة التي لها $\frac{E_l}{A}$ أكبر هي الأكثر استقرارا.

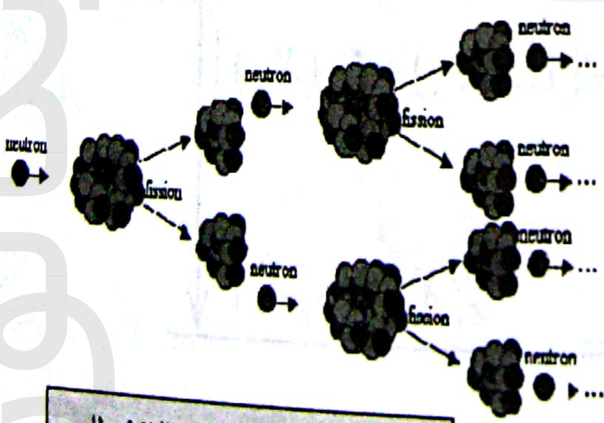
منحنى أستون:

يسمح لنا بمعاينة سريعة للأنوية الأكثر استقرارا.



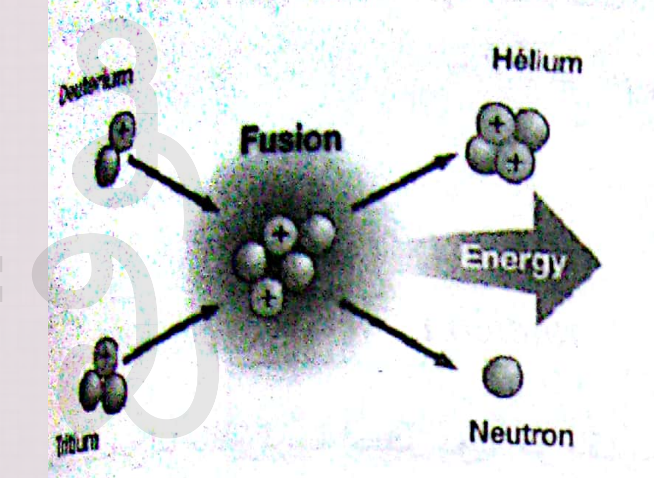
-الانشطار النووي:

هو تفاعل نووي مفتعل يحدث بقذف نواة ثقيلة غير مستقرة بنيترون فتنشطر إلى نواتين أكثر استقرارا و تحرير طاقة وعدد معين من النيترونات.



رسم توضيحي لعملية الانشطار

الاندماج النووي:
هو تفاعل يحدث فيه التحام نواتين خفيفتين ، أثناء تصادمهما لتشكيل نواة ثقيلة، و يتطلب ذلك درجة حرارة عالية جدا.



6ـ الحصيلة الطاقوية لتفاعل نووي:

لتكن معادلة التفاعل التالية: $^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 = {}^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4$

ـ تحسب الطاقة المحررة بالاعتماد على إحدى العلاقتين:

$$E_{lib} = [m_i - m_f]c^2$$

ومنه: $E_{lib} = [m(X_1) + m(X_2) - m(X_3) - m(X_4)]c^2$.

أو:

$$E_{lib} = [E_{l.f} - E_{l.i}]$$

ومنه: $E_{lib} = [E_l(X_3) + E_l(X_4) - E_l(X_1) - E_l(X_2)]$

مخطط الحصيلة الطاقوية:

$E(MeV)$

$(A_1 + A_2) = (A_3 + A_4)$

$(Z_1 + Z_2) = (Z_3 + Z_4)$

$E_l(X_1) + E_l(X_2)$

$-[E_l(X_3) + E_l(X_4)]$

$^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2$

ΔE

$^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4$

تمارين حول:
دراســـة تحـــولات نـــووية

التمرين 01:

ما المقصود بكل من:

1ـ النواة المشعة 2ـ النظائر 3ـ النشاط الإشعاعي. 4ـ زمن نصف العمر 5ـ الانشطار النووي.
6ـ الاندماج النووي 7ـ النقص الكتلي 8ـ طاقة الربط النووي 9ـ طاقة الربط لكل نوية
10ـ وحدة الكتلة u .

التمرين 02:

اختر الجواب الصحيح:

1ـ تتكون النواة $^{A}_{Z}X$ من:

أـ Z بروتون و $(A-Z)$ نيترون.

بـ Z نيترون و $(A-Z)$ بروتون.

جـ Z بروتون و A نيترون.

2ـ التفكك β^{-} هو:

أـ تحول بروتون إلى نيترون و انبعاث إلكترون.

بـ تحول نيترون إلى بروتون و انبعاث إلكترون.

جـ تحول بروتون إلى إلكترون.

3ـ العلاقة بين λ و $t_{1/2}$ هي:

أـ $t_{1/2}=\dfrac{\lambda}{\ln 2}$ بـ $t_{1/2}=\dfrac{\ln 2}{\lambda}$ جـ $t_{1/2}=\lambda\ln 2$.

4ـ كتلة النواة:

أـ تساوي مجموع كتل النويات المكونة لها.

بـ أصغر من مجموع كتل النويات المكونة لها.

جـ أكبر من مجموع كتل النويات المكونة لها.

5ـ عبارة طاقة الربط النووي هي:

أـ $E_l=\Delta m\,c^2$ بـ $E_l=\Delta m\,c$ جـ $E_l=\dfrac{\Delta m\,c^2}{A}$.

6ـ تكون النواة أكثر استقرارا إذا كان لها:

أـ طاقة ربط أكبر

بـ عدد نويات أكبر

جـ طاقة ربط لكل نوية أكبر.

معطيات مشتركة بين التمارين:

$1u=931,5\frac{Mev}{c^2}, m_n=1,009u, m_p=1,007u$ ، $N_A=6,02\times10^{23}mol^{-1}$

$c=3\times10^8 m.s^{-1}$ ، $1eV=1,6\times10^{-19}J$ ، $1u=1,66\times10^{-27}kg$

التمرين 03:

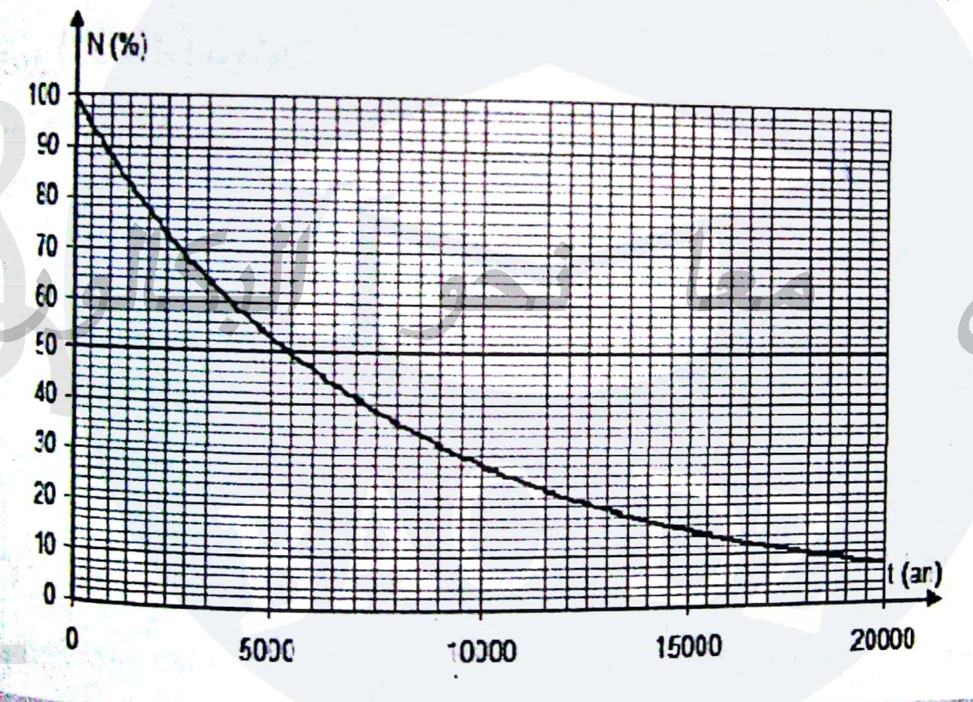
نواة الكربون $^{14}_{6}C$ نواة غير مستقرة تتفكك إلى نواة الآزوت N وبدورها تصدر جسيم β^-

1ـ أكتب معادلة التفكك.

2ـ يمثل البيان المرفق تغير النسبة المئوية لعدد الأنوية المتبقية بالنسبة لعددها الابتدائي لعينة من الكربون 14 بدلالة الزمن.

أـ عرف زمن نصف العمر.

بـ حدد بيانيا زمن نصف العمر ثم استنتج قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ لنواة الكربون 14.



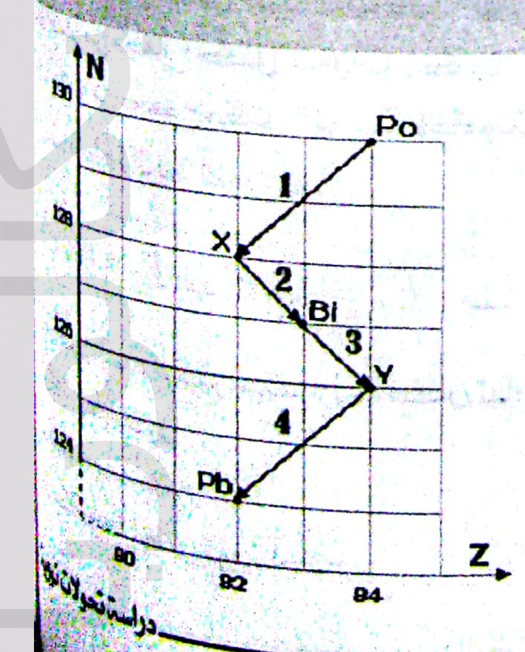
التمرين 04:

يعطي المخطط الممثل في الشكل التالي الأنوية الأخيرة من العائلة المشعة لليورانيوم 238 .

1ـ ماذا يقصد بالعائلة المشعة؟.

2ـ حدد اعتمادا على المخطط الرمز الكامل للنواة X و Y

3ـ اكتب معادلتي التفكك 3 و 4 محددا نوع النشاط الإشعاعي لكل تفكك.



التمرين 05:

كتلة نواة الكادميوم 113 هي $m\left({}^{113}_{48}Cd\right)=112,878u$

1ـ احسب النقص الكتلي لهذه النواة.

2ـ استنتج طاقة الربط لهذه النواة.

التمرين 06:

تتفكك نواة البولونيوم ${}^{210}_{84}Po$ لتتحول إلى نواة الرصاص ${}^{206}_{82}Pb$.

1ـ اكتب معادلة التفكك ، و استنتج نوع النشاط الإشعاعي لنواة البولونيوم 210.

2ـ احسب الطاقة الناتجة عن هذا التفكك بوحدة MeV .

3ـ احسب طاقة الربط لنواة البولونيوم 210.

معطيات:

النواة	${}^{210}_{84}Po$	${}^{206}_{82}Pb$	الجسيم المنبعث
الكتلة (u)	210,0008	205,9935	4,0026

التمرين 07:

نواة الكربون ${}^{14}_{6}C$ نواة غير مستقرة تتفكك إلى نواة الآزوت ${}^{A}_{Z}N$ و بدورها تصدر جسيم β^- .

1ـ اكتب معادلة التفكك محدد العددين A و Z

2ـ يعطى فيما يلي مخططا طاقيا لهذا التفكك.

باستغلاله احسب:

أـ طاقة الربط لنواة الكربون 14.

بـ طاقة الربط لكل نوية لنواة الكربون14

التمرين 08:

تتميز النواة الذرية ${}^{210}_{84}Po$ بنشاطها الإشعاعي ، حيث تتفكك مصدرة جسيمة α .

1ـ أكتب معادلة التفكك الناتج، مستنتجا النواة البنت من بين الأنوية التالية:

$_{86}Rn$ ، $_{83}Bi$ ، $_{80}Hg$ ، $_{82}Pb$

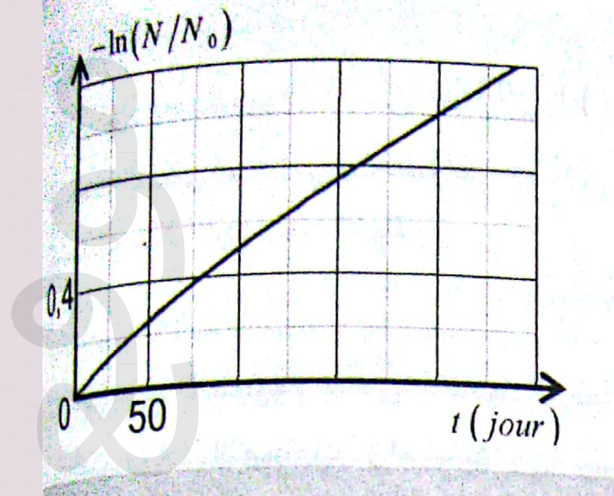
2ـ وضعنا عند اللحظة $t=0$ عدد N_0 من أنوية ${}^{210}_{84}Po$ المشعة فبقي عند اللحظة t العدد N من الأنوية الغير متفككة. يمثل البيان المقابل تغيرات $-\ln(N/N_0)$ بدلالة الزمن t.

أـ أكتب عبارة N بدلالة N_0 و t، و استنتج عبارة $-\ln(N/N_0)=f(t)$

بـ استنتج بيانيا الثابت الإشعاعي λ للبولونيوم معبرا عنه بوحدة الساعة، ثم بالثانية.

جـ عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$، ثم جد العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ .

3. إذا كانت العينة الابتدائية تحتوي على N_0 من الأنوية المشعة. ونشاط عينة مشعة هو $A(t) = -dN / dt$



أ. عبر عن النشاط $A(t)$ بدلالة N_0 و λ و t

ب. استنتج عبارة النشاط الابتدائي A_0.

ثم جد بالبكيرال (Bq) قيمة النشاط A_0 إذا كان $N_0 = 2,00 \times 10^{14}$

التمرين 09:

تتفكك نواة الراديوم $^{226}_{88}Ra$ تلقائيا معطية جسيم α.

1. أعط تركيب نواة الراديوم $^{226}_{88}Ra$.

2. أكتب معادلة التفكك وحدد النواة البنت $^{A}_{Z}X$.

تعطى الأنوية التالية: $_{82}Pb$, $_{83}Bi$, $_{84}Po$, $_{85}At$, $_{86}Rn$, $_{87}Fr$, $_{89}Ac$, $_{90}Th$.

3. أ. عرف طاقة الربط للنواة.

ب. أعط عبارة النقص في الكتلة Δm لنواة $^{A}_{Z}X$ كتلتها m_X.

جـ. أحسب النقص في الكتلة لنواة الراديوم Ra بوحدة الكتلة الذرية u.

د. استنتج طاقة الربط لنواة الراديوم $E_l(Ra)$ ، ثم استنتج طاقة الربط لكل نيكليون $\frac{E_l(Ra)}{A}$ لنواة الراديوم.

هـ. أحسب النقص في الكتلة لنواة الرادون Rn بوحدة الكتلة الذرية u. استنتج طاقة الربط لنواة الرادون $E_l(Rn)$، ثم استنتج طاقة الربط لكل نيكليون $\frac{E_l(Rn)}{A}$ لنواة الرادون.

و. حدد النواة الأكثر استقرارا من بين النواتين $_{88}Ra$, $_{86}Rn$.

4. إذا علمت أن ثابت النشاط الإشعاعي للراديوم هو: $\lambda = 1,36 \times 10^{-11} s^{-1}$.

أحسب بالثواني ثم بالسنوات زمن نصف عمر الراديوم $^{226}_{88}Ra$.

5. نأخذ عينة تحتوي على $1mg$ من الراديوم $^{226}_{88}Ra$ عند اللحظة $t = 0$.

حدد المدة الزمنية اللازمة لتفكك 90% من كتلة العينة الابتدائية للراديوم.

6. يتفكك الراديوم وفق سلسلة من النشاطات α و β^- معطيا الرصاص $^{206}_{82}Pb$.

ما هو عدد التفككات α و β^- لكي تتحول النواة $^{226}_{88}Ra$ إلى نواة $^{206}_{82}Pb$؟

يعطى: $m(^{226}_{88}Ra) = 225,977u$, $m(^{222}_{86}Rn) = 221,970u$, $m(^{4}_{2}He) = 4,001u$

$E_l(He) = 28,29u$, $m_p = 1,007u$, $m_n = 1,009u$, $1u = 931,5(Mev/c^2)$

التمرين 10:

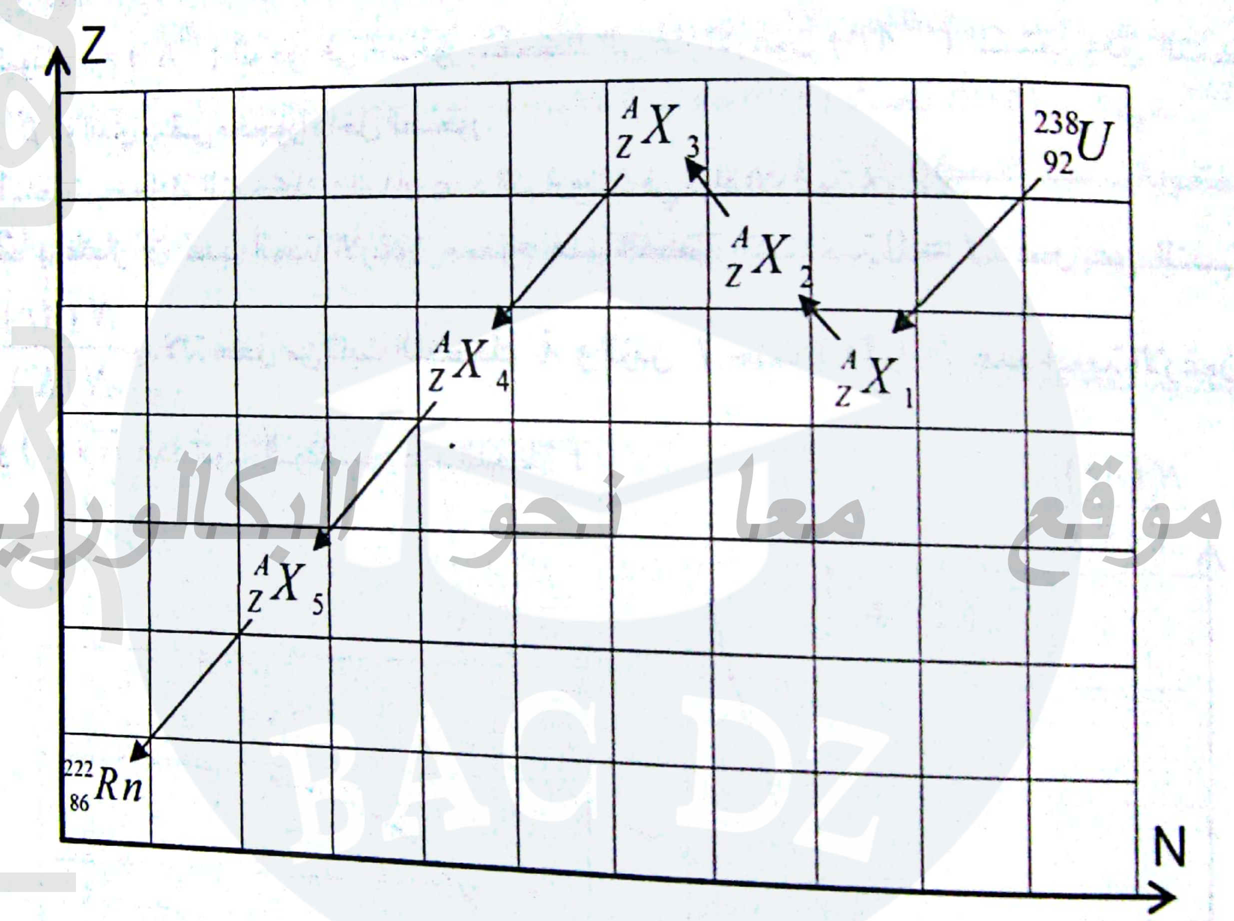
1- أتمم المعادلات التالية وحدد نمط التفكك الحادث في كل منها:

$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + ...$ ، $^{139}_{55}Cs \rightarrow {}^{139}_{56}Ba + ...$, $^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + ...$

$^{60}_{28}Ni^{*} \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + ...$

2- أ- أحسب طاقة الربط لنواة البولونيوم $^{210}_{84}Po$ ثم أحسب طاقة الربط لكل نوية.

ب- قارن بين نواة البولونيوم و نواة الراديوم $^{226}_{88}Ra$ من حيث استقرارهما علما أنة طاقة الربط لكل نوية من الراديوم هي $7,66\frac{MeV}{nucléon}$.



3- إن الراديوم 226 (^{226}Ra) هو آخر عنصر مشع من عائلة اليورانيوم 238.

أ- كيف تفسر وجود ^{238}U حتى الآن على الأرض؟.

ب- بالاعتماد على المخطط (N, Z) عين قيمتي A و Z لكل نواة ناتجة عن التفككات المتتالية اليورانيوم238 إلى غاية الرادون (^{222}Rn) مع ذكر نمط التفكك في كل حالة.

4- إن نصف عمر الراديوم 226 هو: $t_{1/2} = 1600ans$.

أ- أكتب معادلة تفكك الراديوم 226.

ب- عرف ثابت التفكك (λ) ثم أحسب قيمته بـ ans^{-1} ثم بـ s^{-1}.

5- أ- أعط تعريف النشاط الإشعاعي (A) لمنبع مشع وحدد وحدته في الجملة الدولية.

بـ- نعتبر عينة من الراديوم 226 كتلتها m_0 و نشاطها A_0.

عبر عن m_0 بدلالة N_A, λ, A_0 والكتلة المولية M للراديوم.

جـ- أحسب قيمة m_0 علما أن قيمة النشاط الابتدائي هي: $A = 3,7\times10^{10}\,Bq$.

المعطيات:

$$m({}^{210}_{84}Po) = 209,982u;\ m_n = 1,009u;\ m_p = 1,007u;\ 1u = 931,5\frac{Mev}{c^2}$$

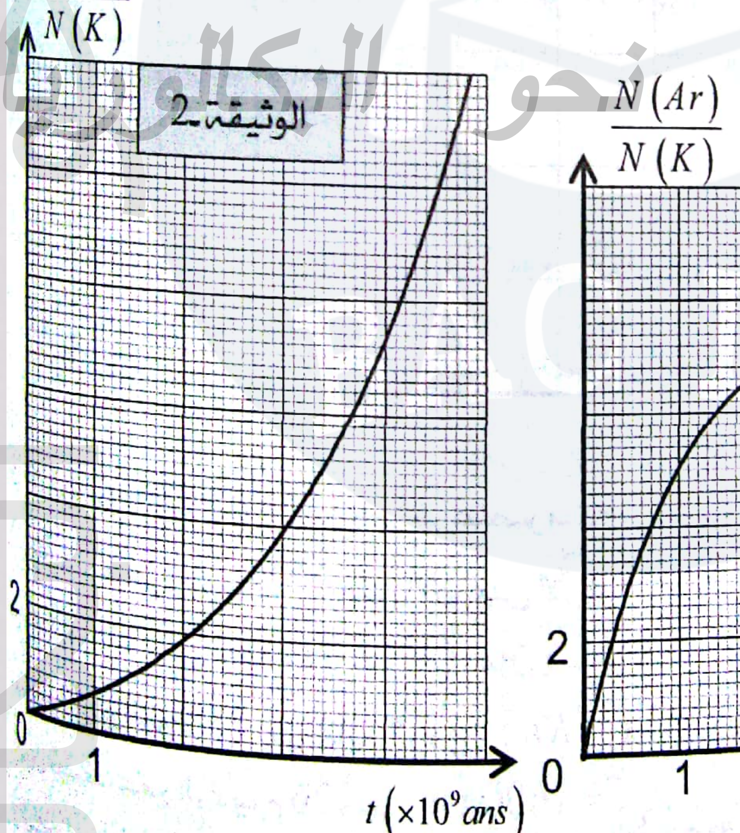
$$M_{Ra} = 226g/mol;\ N_A = 6,02\times10^{23}mol^{-1};\ t_{1/2}\left({}^{238}U\right) = 4,47\times10^{9}ans$$

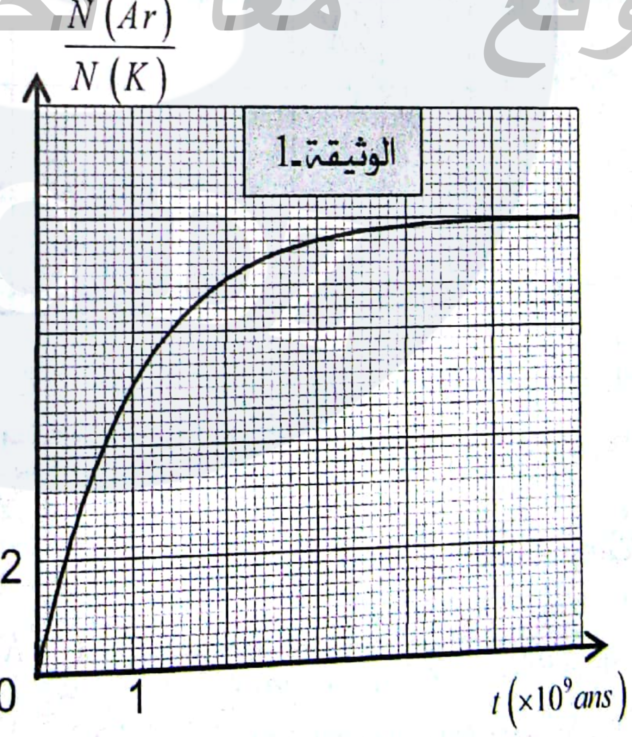
التمرين 11:

البوتاسيوم $({}^{40}K)$ الموجود في الصخور يتفكك إلى غاز الأرغون $({}^{40}Ar)$ المستقر وفق النمط β^+، و الذي يبقى محجوزا داخل الصخور.

1- أكتب معادلة التفكك علما أن عدد النيترونات في نواة الأرغون هو 22.

2- باعتبار أن عدد أنوية الأرغون معدوم عند اللحظة الابتدائية $t = 0$، عبر عن النسبة $\frac{N(Ar)}{N(K)}$ بدلالة كل من ثابت التفكك λ و الزمن t. حيث $N(Ar)$ عدد أنوية الأرغون و $N(K)$ عدد أنوية البوتاسيوم عند اللحظة t.





3- يمثل أحد البيانات التالية تطور النسبة بين عدد أنوية الأرغون $N(Ar)$ وعدد أنوية البوتاسيوم $N(K)$ بدلالة الزمن t.

أ- ما هو البيان المناسب؟ علل.

بـ- عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$.

جـ- بالاستعانة بالبيان ، استنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للبوتاسيوم.

4- عند تحليل عينة من صخرة كانت النسبة $\frac{N(K)}{N(Ar)} = 0,1$ ، استنتج عمر الصخرة.

التمرين 12:

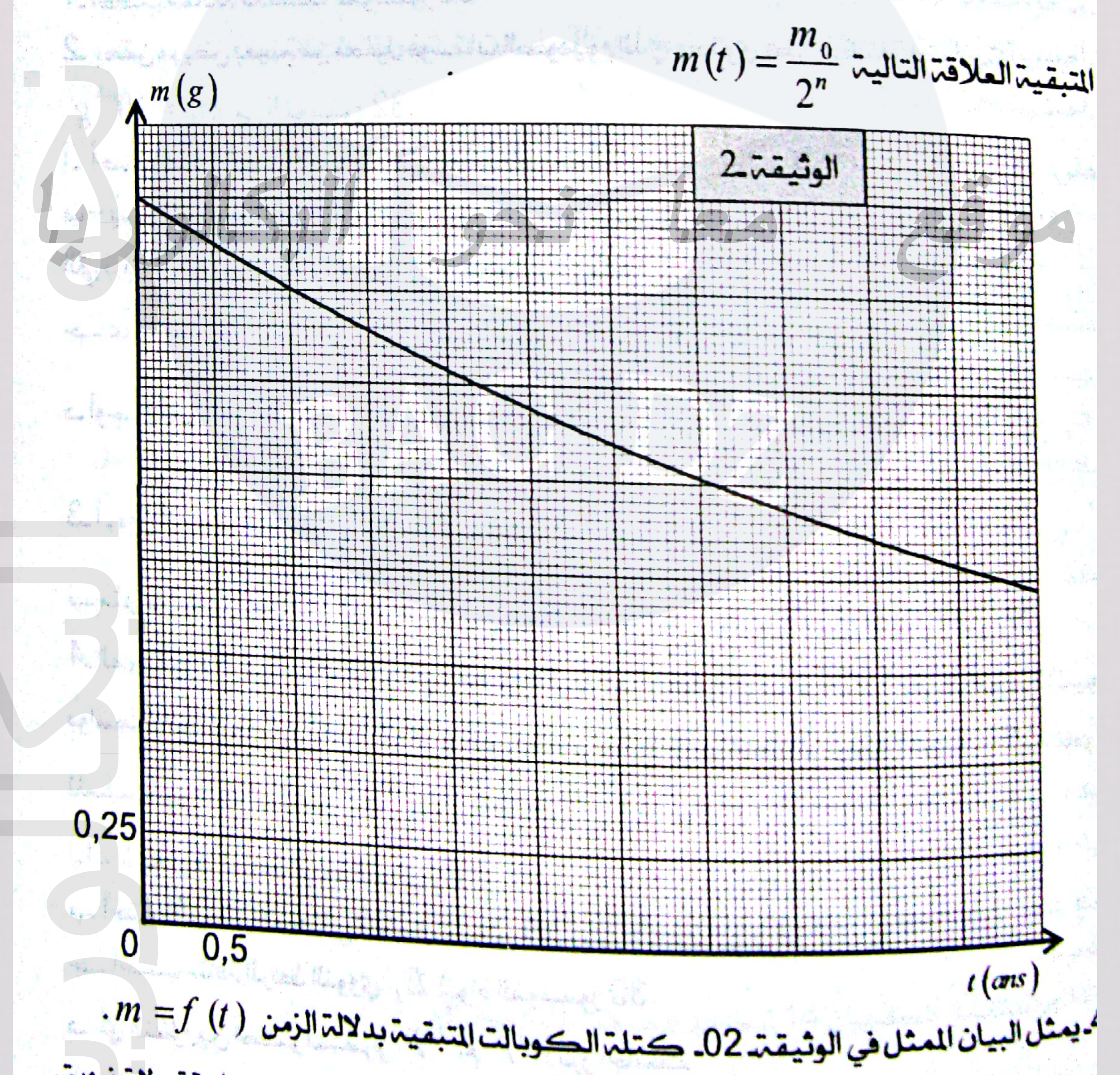
1- الكوبالت $^{60}_{27}Co$ نشيط إشعاعيا و يفسر هذا النشاط بتحول نيترون $^{1}_{0}n$ إلى بروتون $^{1}_{1}P$.

1-1- حدد نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت معللا جوابك.

2-1- أكتب معادلة هذا النشاط الإشعاعي، و تعرف على النواة المتولدة من بين النواتين التاليتين: $_{28}Ni$ و $_{26}Fe$.

2- أعط عبارة قانون التناقص الإشعاعي ثم بين أنه يمكن كتابته بالشكل التالي: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ بحيث $m(t)$ كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة t و m_0 كتلة الكوبالت عند اللحظة $t = 0s$.

3- عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$، و بين أنه في اللحظة $t = nt_{1/2}$، تحقق كتلة الكوبالت المتبقية العلاقة التالية $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$



4- يمثل البيان الممثل في الوثيقة 02- كتلة الكوبالت المتبقية بدلالة الزمن $m = f(t)$.

4.1- حدد بيانيا $t_{1/2}$، واستنتج m كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة $t = 2 ans$.

4.2- بين أنه عند اللحظة $t = \tau$ (ثابت الزمن τ): $m = \frac{m_0}{e}$.

4.3- بين أن المماس عند اللحظة $t = 0s$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \tau$.

4.4- جد عبارة النشاط الإشعاعي A_0 للكوبالت عند اللحظة $t = 0s$ بدلالة N_A, m_0, τ و $M(Co)$. ثم أحسب قيمة النشاط الإشعاعي في اللحظة τ.

يعطى: $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$، $M(Co) = 60 g.mol^{-1}$.

التمرين 13:

يعتبر الفوسفور المشع $^{32}_{15}P$ من أهم العناصر المستعملة في الطب النووي. نمط إشعاعه β^- وله زمن نصف عمره $14,3 jours$. نعطي فيما يلي كتلته و مستخرجا من الجدول الدوري:

$m(P) = 5,31 \times 10^{-26} kg$، $_{11}Na; _{12}Mg; _{13}Al; _{14}Si; _{15}P; _{16}S; _{17}Cl$.

1- أكتب معادلة تفكك الفوسفور 32.

2- يحقن مريض بعينة من محلول فوسفات الصوديوم الذي يحتوي على كتلة ابتدائية $m_0 = 10^{-8} g$ من الفوسفور 32.

أ- أحسب عدد الأنوية الابتدائية في العينة المستعملة.

ب- يرمز لثابت النشاط الإشعاعي بالرمز λ. أعط قانون التناقص الإشعاعي واستنتج العلاقة التي تربط λ و زمن نصف العمر $t_{1/2}$، ثم أحسب قيمته.

جـ- عرف النشاط الإشعاعي $A(t)$ لعينة مشعة، واحسب قيمته عند اللحظة $t = 0s$.

د- أوجد اللحظة t_1 التي يصبح فيها نشاط العينة مساويا لـ $\frac{1}{10}$ من قيمته الابتدائية.

3- أ- بين أنه عند اللحظة $t = n t_{1/2}$ نكتب $A(t) = \frac{A_0}{2^n}$.

ب- مثل كيفيا تغيرات $A = f(t)$ مستعملا اللحظات: $t_{1/2}, 2t_{1/2}, 3t_{1/2}, 4t_{1/2}, 5t_{1/2}, ...$

4- الفوسفور 30 هو أحد النظائر التي تحصل عليها العالم كيري سنة 1934 بقذف أنوية الألمنيوم بواسطة الجسيمات ألفا (α). و هو عنصر مشع و يتفكك وفق النمط β^+ متحولا للسيليسيوم 30 المستقر (^{30}Si).

أ- أعط تعريفا لطاقة الربط النووي E_l.

ب- أحسب النقص الكتلي لنواة الفوسفور 30 بوحدة الكيلوغرام.

جـ- أحسب طاقة الربط النووي E_l لنواة الفوسفور 30.

د- أي النظيرين أكثر استقرار ^{30}P أم ^{31}P ؟ برر إجابتك.

المعطـيات:

$1u = 1,66\times10^{-27}kg$ ، $1eV = 1,6\times10^{-19}J$ ، $c = 3\times10^{8}m.s^{-1}$.

$N_A = 6,023\times10^{23}mol^{-1}$.

الجسيم	${}^{30}_{15}P$	النيترون	البروتون
الكتلة	$m = 29,97006u$	$m_n = 1,00866u$	$m_p = 1,00728u$

طاقة الربط للنيكليون الواحد عند الفوسفور 31 هي: $E_l/A = 8,48\,MeV/nucléon$.

التمرين 14:

يتفكك الكلور 36 إلى الأرغون 36زمن نصف العمر لـ ${}^{36}Cl$ يقدر بـ $301\times10^{3}ans$ ، مما يجعل الكلور 36 مناسبا للتأريخ الجيولوجي للمياه الجوفية على فترة تمتد من 60 ألف إلى مليون سنة.

1- أكتب معادلة التفكك الإشعاعي للكلور 36 مع توضيح القوانين المستعملة.

2- ما هو النمط الإشعاعي الناتج.

3- أحسب ثابت النشاط الإشعاعي λ للكلور 36 باستعمال الوحدات النظامية.

4- أحسب طاقة الربط لنواة الكلور 36 بـ MeV.

يعطى: $c = 3\times10^{8}m/s$ ، $1MeV = 1,6\times10^{-13}J$

الأرغون Ar	الكلور 36	النيترون	البروتون	الجسيم
	59,71128	1,67492	1,67262	$m\times(10^{-27}kg)$
18	17	0	1	Z

5- في المياه السطحية يتجدد ${}^{36}Cl$ باستمرار مما يجعل نسبته ثابتة ، والعكس بالنسبة للمياه الجوفية حيث أن الذي يتفكك لا يتجدد وهذا ما يجعله مناسبا للتأريخ. كما يستعمل ${}^{14}C$ ذي نصف العمر $5,72\times10^{3}ans$ لتأريخ المياه الجوفية الحديثة.

أ- اكتب عبارة قانون التناقص الإشعاعي وأثبت أنه حل للمعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dN}{dt} + \lambda.N(t) = 0$$

ب- لتكن عينة حجمها V لماء جوفي : نقبل أن أنوية ${}^{36}Cl$ الابتدائية N_0 هو عدد الأنوية الموجودة في عينة بنفس الحجم لماء سطحي ، $N(t)$ هو عدد أنوية الكلور 36 المستخرجة حالا من مياه جوفية.

استنتج عمر المياه الجوفية التي تحتوي على 38% فقط من عدد أنوية ${}^{36}Cl$ الموجودة في المياه السطحية.

جـ- لماذا لم نستعمل الكربون 14 لتحديد عمر هذا الماء الجوفي؟.

التمرين 15:

1. تتحول نواة البولونيوم $^{210}_{84}Po$ إلى نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$.

أ. اكتب معادلة التفاعل النووي ، و حدد طبيعة الجسيم الصادر.

ب. احسب بـ (MeV) الطاقة المحررة من هذا التفكك.

2. تحتوي عينة من البولونيوم 210 عند اللحظة $t=0$ على كتلة $m_0=10g$ ، عند اللحظة t تتفكك كتلة m' وتبقى كتلة m من m_0.

أ. اكتب عبارة m' بدلالة كل من: t,λ,m_0

ب. اكتب العلاقة النظرية بين: $\frac{dm'}{dt}$ و m و λ.

$\frac{dm'}{dt}(g\,s^{-1})$

$5{,}4\times10^{-4}$

0   2 $m(g)$

3. يمثل البيان منحنى الدالة: $\frac{dm'}{dt}=f(m)$ ،

اعتمادا على البيان و العلاقة النظرية: $\frac{dm'}{dt}=f(m)$

أ. جد قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ .

ب. عرف زمن نصف العمر $(t_{1/2})$ ، واحسب قيمته.

4. احسب عند اللحظة $t=3t_{1/2}$ عدد أنوية البولونيوم 210 المتبقية في العينة.

يعطي: $1u=931{,}5\frac{MeV}{c^2}$

$m(Pb)$	$m(Po)$	$m(\alpha)$	$N_A(mol^{-1})$	$M(Po)$
206,0385	$210{,}0482u$	$4{,}002u$	$6{,}02\times10^{23}$	$210g/mol$

التمرين 16:

لتاريخ أو تتبع بعض الظواهر الطبيعية، يلجأ العلماء إلى طرائق و تقنيات تعتمد أساسا على قانون التناقص الإشعاعي.

- من بين هذه التقنيات ، تقنية التأريخ بواسطة اليورانيوم ـ الرصاص.

المعطيات:

$$m_p=1{,}00728u\,,\,m\left(^{206}Pb\right)=205{,}92949u\,,\,m\left(^{238}U\right)=238{,}0003\,1u$$

$$M\left(^{238}U\right)=238g.mol^{-1},1u=931{,}5MeV\,c^{-2},m_n=1{,}00866u$$

$$t_{1/2}(U)=4{,}5\times10^{9}\,ans\,,\,M\left(^{206}Pb\right)=206g.mol^{-1},\frac{E_l(Pb)}{A}=7{,}78MeV\,/\,nuc$$

- تتحول نواة اليورانيوم 238 المشعة إلى نواة الرصاص 206 بعد سلسلة من التفككات α و β^- المتتالية. ننمذج هذه التحولات النووية بالمعادلة التالية:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\ {}^{0}_{-1}e + y\ {}^{4}_{2}He$$

1. دراسة نواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$:

1.1. بتطبيق قانون الانحفاظ، حدد العددين x و y.

2.1. أعط تركيب نواة اليورانيوم 238.

3.1. احسب طاقة الربط لنواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$ ، ثم تحقق أن نواة $^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرارا من نواة $^{238}_{92}U$.

2. تاريخ صخرة معدنية بواسطة اليورانيوم ـ الرصاص:

نجد الرصاص و اليورانيوم بنسب مختلفة في الصخور المعدنية حسب تاريخ تكوينها.

نعتبر أن تواجد الرصاص في بعض الصخور المعدنية ينتج فقط من التفكك التلقائي اليورانيوم 238 خلال الزمن.

نتوفر على عينة من صخرة معدنية تحتوي عند لحظة تكوينها $t = 0$، على عدد من أنوية اليورانيوم $^{238}_{92}U$.

- تحتوي هذه العينة المعدنية عند اللحظة t على الكتلة $m_U(t) = 10g$ من اليورانيوم 238، والكتلة $m_{Pb}(t) = 0,01g$ من الرصاص 206.

1.2. أثبت أن عبارة عمر الصخرة المعدنية هو: $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(1 + \frac{m_{Pb}(t).M(^{238}U)}{m_U(t).M(^{206}Pb)}\right)$

2.2. أحسب t بالسنة.

التمرين 17:

التأريخ بالكربون 14.

تمتص جميع النباتات الكربون C الموجود في الجو (^{14}C و ^{12}C) من خلال ثنائي أكسيد الكربون، بحيث تبقى نسبة عدد أنوية الكربون 14 $N_0(^{14}C)$ على عدد أنوية الكربون 12 $N_0(C)$ في النباتات ثابتة خلال فترة حياتها : $\frac{N_0(^{14}C)}{N_0(^{12}C)} = 1,2\times10^{-12}$. انطلاقا من لحظة موت النبات تتناقص هذه النسبة نتيجة تفكك الكربون 14 لكونه نظير مشع.

المعطيات: $t_{1/2}(^{14}C) = 5730ans$ ، $M(^{12}C) = 12g.mol^{-1}$ ، $1an = 3,15\times10^7 s$.

- نمط تفكك نواة الكربون 14 هو β^- ، و ينتج عن هذا التفكك النواة $^{A}_{Z}Y$.

1- يعطي الشكل 1 جزءا من مخطط سيغري (N, Z).

1-1- اكتب معادلة التحول النووي للكربون 14 محددا النواة ${}^{A}_{Z}Y$.

2-1- تتفكك نواة الكربون ${}^{11}_{6}C$ لتعطي نواة البور ${}^{A'}_{Z'}B$، اكتب معادلة هذا التحول النووي محددا A' و Z'

2- اعتمادا على مخطط الطاقة الممثل في الشكل 2.

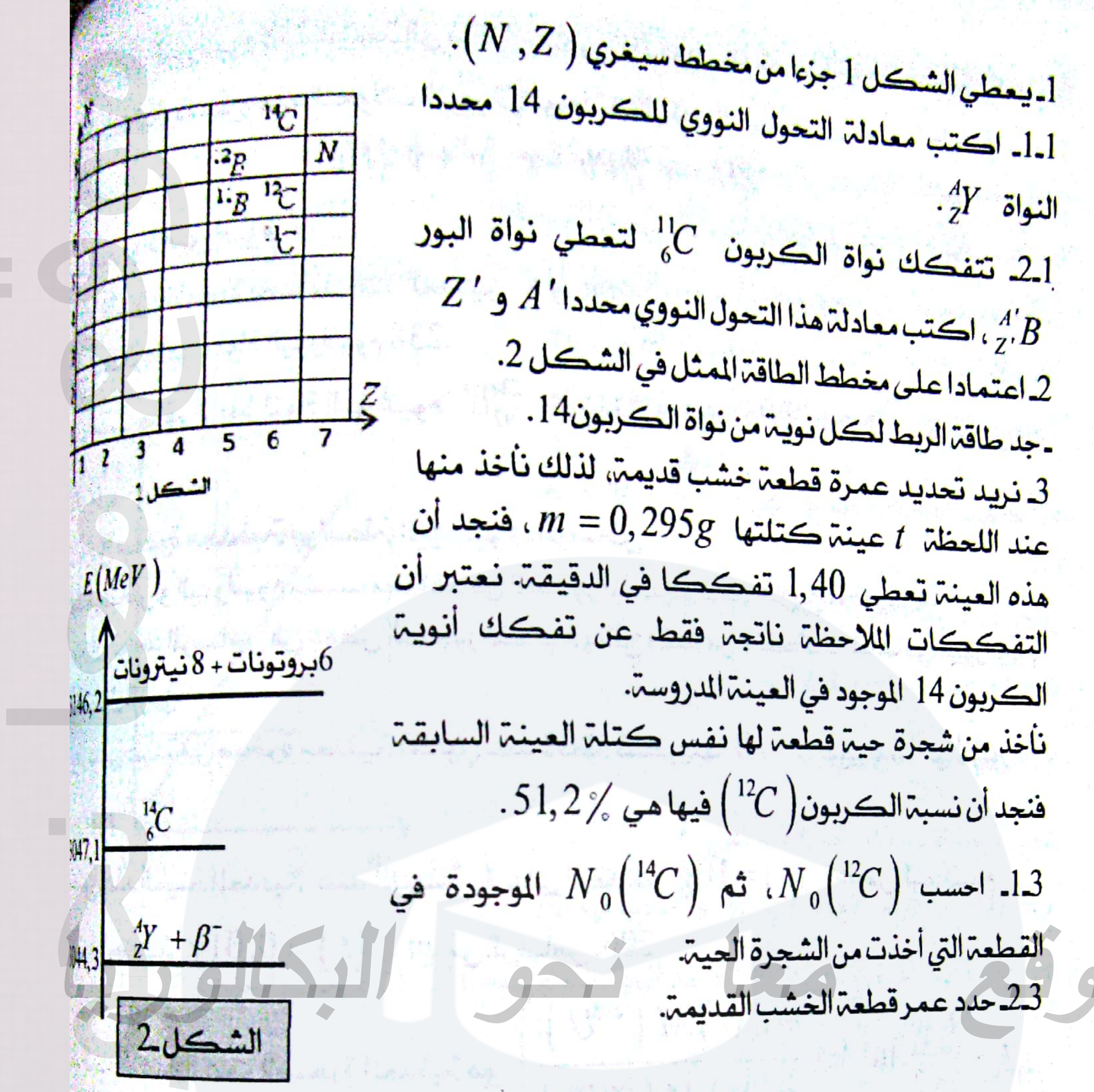
- جد طاقة الربط لكل نوية من نواة الكربون14.

3- نريد تحديد عمرة قطعة خشب قديمة، لذلك نأخذ منها عند اللحظة t عينة كتلتها $m = 0,295g$، فنجد أن هذه العينة تعطي 1,40 تفككا في الدقيقة. نعتبر أن التفككات الملاحظة ناتجة فقط عن تفكك أنوية الكربون 14 الموجود في العينة المدروسة.

نأخذ من شجرة حية قطعة لها نفس كتلة العينة السابقة فنجد أن نسبة الكربون $\left({}^{12}C\right)$ فيها هي 51,2 %.

1-3- احسب $N_0\left({}^{12}C\right)$، ثم $N_0\left({}^{14}C\right)$ الموجودة في القطعة التي أخذت من الشجرة الحية.

2-3- حدد عمر قطعة الخشب القديمة.



التمرين 18:

1- تتفكك نواة السترونسيوم ${}^{94}_{38}Sr$ إلى نواة الإيتريوم ${}^{94}_{39}Y$ ، يصاحب هذا التفكك إصدار الجسيم X.

أ- اكتب معادلة التحول النووي الحادث، مبينا طبيعة الجسيم X.

ب- اشرح كيف ينشأ الجسيم X.

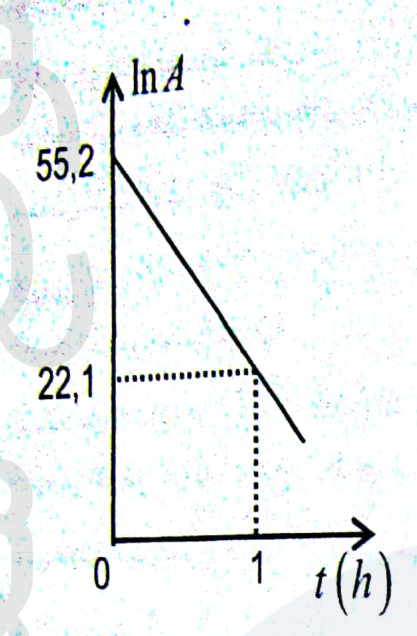
2- نذكر بأن العلاقة التي تعطي تطور تناقص عدد الأنوية المتفككة بدلالة الزمن كالآتي: $N(t) = N_0 e^{-\lambda.t}$، كما يعطى نشاط أي منبع مشع بالعبارة : $A = \left|\frac{dN}{dt}\right|$.

أ- عرف نشاط منبع إشعاعي.

ب- استنتج العلاقة التي تعطي تطور نشاط منبع بدلالة الزمن. أعط وحدة قياسها في جملة الوحدات الدولية.

3- من أجل تعيين زمن نصف العمر $t_{1/2}$ لنواة السترونسيوم 94، ندرس تجريبيا تطور النشاط لعينة مشعة كتلتها m_0 منه بدلالة الزمن، مكنتنا هذه الدراسة التجريبية

من رسم المنحنى $\ln A = f\left(t\right)$ المبين في الشكل المقابل.



أ. علل نظريا شكل المنحنى المتحصل عليه.

ب. عين بيانيا قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ.

جـ. عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$، ثم احسب قيمته.

د. احسب عدد الأنوية الابتدائية الموجودة في العينة المدروسة، ثم استنتج قيمة m_0.

هـ. كم تصبح قيمة هذه الكتلة بعد 10 دقائق من بداية تفككها؟

هل يمكن أن نعتبر زوالها عند هذه اللحظة؟ علل

يعطى: $N_A = 6,02\times10^{23}\,mol^{-1}$

التمرين 19:

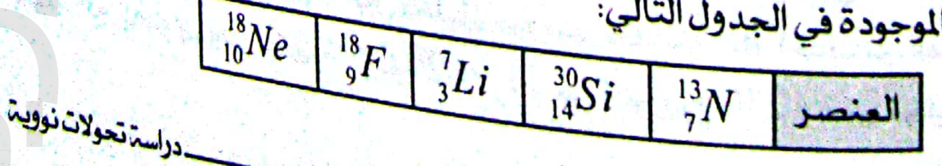
عند اللحظة $t = 0$ نتوفر على عينتين مشعتين من الألمنيوم $^{30}_{13}Al$ كتلتها m_1، و الثانية من عنصر مجهول $^{A}_{Z}X$ كتلتها $m_2 = 3mg$ تبين الوثيقة التالية تغير عدد الأنوية المشعة المتبقية لكل عينة بدلالة الزمن t.

1. هل يمكن أن يكون للعينتين نفس النشاط الإشعاعي في كل لحظة؟ علل.

2 ـ أعطي عبارة التناقص الإشعاعي، ثم جد العلاقة التي تربط بين زمن نصف العمر $t_{1/2}$ وثابت النشاط الإشعاعي λ لكل نوية.

3أ. أرفق لكل عينة البيان الموافق علما أن ثابت النشاط الإشعاعي للألمنيوم $^{30}_{13}Al$ هو $\lambda_{Al} = 0,19s^{-1}$.

ب. حدد العنصر المجهول $^{A}_{Z}X$ من بين العناصر الموجودة في الجدول التالي:



العنصر	$^{13}_{7}N$	$^{30}_{14}Si$	$^{7}_{3}Li$	$^{18}_{9}F$	$^{18}_{10}Ne$

جـ- احسب كتلة العينة m_1.

4.أ- ما هو نمط تفكك كل من $_{13}^{30}Al$ و $_{Z}^{A}X$ ؟ علل.

بـ- أكتب معادلة تفكك كل نواة من النواتين السابقتين مستخدما الجدول المرفق.

يعطى ثابت أفوغادرو: $N_A = 6,02\times10^{23}\ mol^{-1}$.

التمرين 20:

تأريخ الترسبات البحرية:

يستعمل التوريوم $_{90}^{230}Th$ لتأريخ المرجان و الترسبات البحرية لأن تركيز التوريوم على سطح الترسب الموجود في تماس مع ماء البحر يبقى ثابتا و يتناقص حسب العمق داخل الترسب.

1- يعطي اليورانيوم $_{92}^{238}U$ المذاب في ماء البحر ذرات التوريوم $_{90}^{230}Th$ مع انبعاث x جسيم α و y جسيم β^-.

1-1- اكتب معادلة هذا التحول النووي محددا قيمة كل من العددين x و y.

1-2- نرمز لثابت النشاط الإشعاعي للتوريوم $_{90}^{230}Th$ بـ λ و لثابت النشاط الإشعاعي لليورانيوم $_{92}^{238}U$ بـ λ'.

- بين أن النسبة $\dfrac{N\left(_{90}^{230}Th\right)}{N\left(_{92}^{238}U\right)}$ تكون ثابتة عندما يصبح لعينة اليورانيوم 238 و عينة التوريوم 230 نفس النشاط الإشعاعي، حيث $N\left(_{90}^{230}Th\right)$ عدد أنوية التوريوم230 عند اللحظة t و $N\left(_{92}^{238}U\right)$ عدد أنوية اليورانيوم عند نفس اللحظة t.

2- تتولد عن تفكك نواة التوريوم $_{90}^{230}Th$ نواة الراديوم $_{88}^{226}Ra$. اكتب معادلة هذا التفاعل النووي، محددا طبيعة الجسيم الصادر.

3- نسمي $N(t)$ عدد أنوية التوريوم 230 الموجودة في عينة من المرجان عند اللحظة t ونسمي N_0 عدد هذه الأنوية عند اللحظة $t=0$.

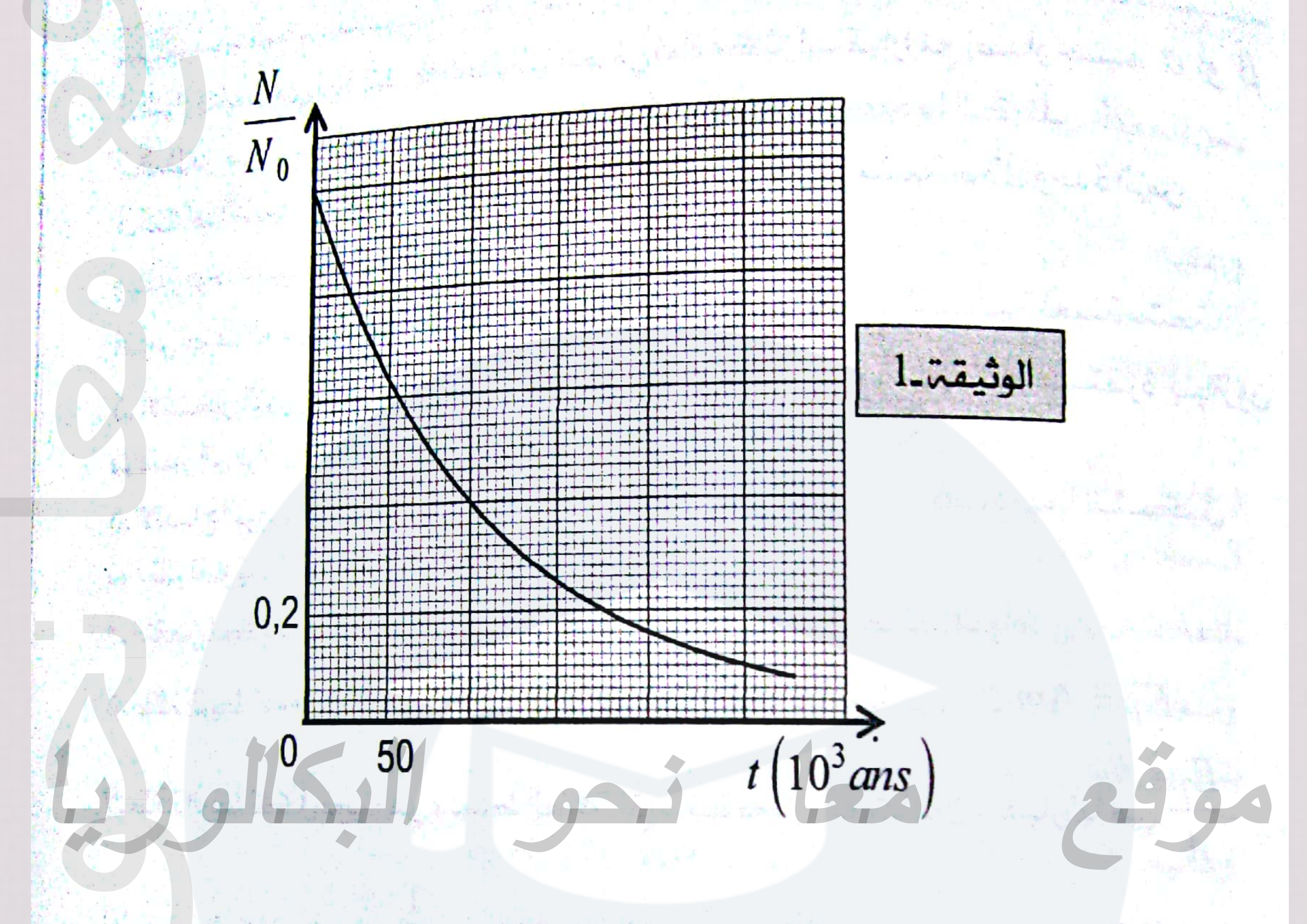
- يمثل البيان المرفق(الوثيقة-1) تطور النسبة $\dfrac{N(t)}{N_0}$ بدلالة الزمن t، اعتمادا على البيان تحقق أن زمن نصف عمر التوريوم هو $t_{1/2} = 7,5\times10^4 ans$.

4- يستعمل البيان المرفق (الوثيقة-1) لتأريخ عينة من الترسب البحري أخذت من قعر المحيط شكلها أسطواني و ارتفاعها h. بين تحليل جزء منها كتلته m أخذت من القاعدة العليا لهذه العينة أنه يحتوي على كتلة $m_s = 20\mu g$ من التوريوم 230 و بين تحليل جزء له نفس

الكتلة m أخذ من القاعدة السفلى للعينة ذاتها أنه يحتوي فقط على كتلة $m_p = 1,2\mu g$ من التوريوم 230.

نعتبر أنه عند اللحظة $t = 0$ حيث تكون كتلة التوريوم 230 هي $m_0 = m_s$.

ـ جد بالسنة عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلية للعينة.



حلول التمارين:
دراســـة تحـــولات نـــووية

حل التمرين 01

1ـ النواة المشعة: هي نواة تتفكك تلقائيا لتعطي نواة أكثر استقرارا مع إصدار جسيم α أو β

2ـ النظائر: هي أنوية ذرات لها نفس العدد الذري Z و تختلف في عددها الكتلي A.

3ـ النشاط الإشعاعي A: هو عدد التفككات التي تحدث لعينة مشعة خلال وحدة الزمن ويقدر بوحدة البيكيرال Bq.

4ـ زمن نصف العمر $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية لعينة مشعة.

5ـ الانشطار النووي: هو تفاعل نووي مفتعل يحدث بقذف نواة ثقيلة غير مستقرة بنيترون فتنشطر إلى نواتين أكثر استقرارا و تحرير طاقة و عدد معين من النيترونات.

6ـ الاندماج النووي: هو تفاعل يحدث فيه إلتحام نواتين خفيفتين ، أثناء تصادمهما لتشكيل نواة ثقيلة، ويتطلب ذلك درجة حرارة عالية جدا.

7ـ النقص الكتلي Δm: هو الفرق بين كتلة النيكليونات و كتلة النواة.

8ـ طاقة الربط النووي E_l: هي الطاقة اللازمة لتماسك النواة عبارتها هي $E_l = \Delta m\, c^2$.

9ـ طاقة الربط لكل نوية: هي متوسط الطاقة التي تربط كل نيكليون و عبارتها هي $\frac{E_l}{A}$.

10ـ وحدة الكتلة u: هي $\frac{1}{12}$ من كتلة ذرة الكربون ${}^{12}_{6}C$

حل التمرين 02

1ـ أ	2ـ ب	3ـ ب	4ـ ب	5ـ أ	6ـ جـ

حل التمرين 03

1ـ معادلة التفكك: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}N + {}^{0}_{-1}e$

بتطبيق قانون الانحفاظ لصودي نجد: $14 = A + 0$ و $6 = Z + (-1)$

ومنه: $A = 14$ و $Z = 7$ ومنه: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$.

2ـ أ ـ زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية.

بـ تحدد بيانيا زمن نصف العمر: حسب تعريف زمن نصف العمر فإنه يوافق النسبة 50% ومن البيان نقرأ $t_{1/2} = 5500ans$.

ـ استنتاج ثابت التفكك:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 1,25\times10^{-4} ans^{-1}$$

حل التمرين 04

1- العائلة المشعة:
هي مجموعة من الأنوية الناتجة عن سلسلة من التفككات المتتالية والتي تبدأ من نواة غير مستقرة (في هذه الحالة $^{238}_{92}U$) و تنتهي عند نواة مستقرة (في هذه الحالة $^{206}_{82}Pb$).

2- الرمز الكامل للنواة X و Y:

- من المخطط: $^{A}_{Z}X$ نظيرة النواة $^{206}_{82}Pb$ و $\begin{cases} Z=82 \\ A=Z+N=82+128=210 \end{cases}$

وعليه: $^{210}_{82}X \equiv {}^{210}_{82}Pb$

- من المخطط: $^{A}_{Z}Y$ نظيرة النواة $^{214}_{84}Po$ و $\begin{cases} Z=84 \\ A=Z+N=84+126=210 \end{cases}$

وعليه: $^{210}_{84}Y \equiv {}^{210}_{84}Po$.

3- معادلتي التفكك 3 و 4:

- المعادلة 3: من المخطط النواة الأم هي $^{210}_{83}Bi$ و النواة البنت هي $^{210}_{84}Po$

ومنه: $^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + {}^{A}_{Z}X$

بتطبيق قانون الانحفاظ لصودي نجد: $A=0$ و $Z=-1$

وعليه: $^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + {}^{0}_{-1}e$. ونمط التفكك هو β^-

- المعادلة 4: من المخطط النواة الأم هي $^{210}_{84}Po$ و النواة البنت هي $^{206}_{82}Pb$

ومنه: $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{A}_{Z}X$

بتطبيق قانون الانحفاظ لصودي نجد: $A=4$ و $Z=2$

وعليه: $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$ ونمط التفكك هو α.

حل التمرين 05

1- حساب النقص الكتلي: $\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m\left({}^{A}_{Z}X\right)$

ومنه: $\Delta m = 48m_p + 65m_n - m\left({}^{113}_{48}Cd\right)$ وعليه: $\Delta m\left({}^{113}_{48}Cd\right) = 1,043u$.

2- طاقة الربط لهذه النواة: $E_l\left({}^{113}_{48}Cd\right) = \Delta m\, c^2 = 1,043 \times 931,5 = 971,554 MeV$

حل التمرين 06

1- معادلة التفكك: $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{A}_{Z}X$

بتطبيق قانون الانحفاظ نجد: $Z=2$ و $A=4$

الجسيم المنبعث هو نواة الهيليوم $\alpha \equiv {}^{4}_{2}He$ وعليه: $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + \alpha$

2. حساب الطاقة الناتجة عن هذا التفكك: $E_{lib} = \Delta m c^2 = [m_i - m_f]c^2$

ومنه: $E_{lib} = [m(Po) - m(Pb) - m(He)]$

أي: $E_{lib} = [210,008 - 205,9935 - 4,0026] \times 931,5 = 4,38 MeV$

3. طاقة الربط لنواة البولونيوم 210:

$$E_l = \Delta m c^2 = \left[Zm_p + (A-Z)m_n - m\left({}^{210}_{84}Po\right)\right]c^2$$

ومنه: $E_l = [84 \times 1,007 + 126 \times 1,009 - 210,0008] \times 931,5 = 1603,3 MeV$

حل التمرين 07

1. معادلة التفكك: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}N + {}^{0}_{-1}e$

بتطبيق قانون الانحفاظ لصودي نجد: $14 = A + 0$ و $6 = Z + (-1)$

إذن: $A = 14$ و $Z = 7$ ومنه: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

2.

أ. طاقة الربط لنواة الكربون 14:

هي الطاقة E_l اللازم تقديمها لنواة الكربون من أجل تفكيكها إلى نوياتها (6 بروتونات و 8 نيترونات) في حالة سكون.

حسب هذا التعريف و مخطط الطاقة نكتب ما يلي:

$$E_l = 13146,2 - 13047,1 = 99,1 MeV$$

ب. طاقة الربط لكل نوية لنواة الكربون 14

$$\frac{E_l\left({}^{14}C\right)}{A} = \frac{99,1}{14} = 7,07\, MeV/nuc$$

حل التمرين 08

1. معادلة التفكك: ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He$

بالاعتماد على مبدأ انحفاظ العدد الكتلي و الشحني نجد: $Z = 82$ و $A = 206$.

ومنه ${}^{206}_{82}X \equiv {}^{206}_{82}Pb$

وعليه: ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + \alpha$

2. أ. عبارة N بدلالة N_0 و t هي: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

ومنه: $(N/N_0) = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln(N/N_0) = -\lambda t \Rightarrow -\ln(N/N_0) = \lambda t$ ....(1)

ب. استنتاج بيانيا قيمة λ :

البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته هي: $-\ln(N/N_0) = at = 0,005t$ ....(2)

ـ وبالمطابقة بين العبارتين (1) و (2) نجد أن:

$$\lambda = 0,005J^{-1} = 2,083\times10^{-4}h^{-1} = 5,79\times10^{-8}s^{-1}$$

ـ تعريف $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف الأنوية الابتدائية $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ:

$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln\frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda t_{1/2}}$ ومنه: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

3.

أـ عبارة النشاط $A(t)$: $A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

بـ عبارة النشاط الابتدائي A_0: من أجل $t = 0$ نجد: $A_0 = \lambda N_0$

ـ قيمة النشاط A_0: $A_0 = \lambda N_0 = 1,16\times10^{7}Bq$.

حل التمرين 09

1ـ تتركب نواة $^{226}_{88}Ra$ من 88 بروتونا $Z = 88$ و 138 نيترونا $(N = A - Z = 138)$.

2ـ معادلة التفكك: $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \alpha$

بالاعتماد على قانون صودي نكتب: $\begin{cases}226 = A + 4\\ 88 = Z + 2\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}A = 222\\ Z = 86\end{cases}$

وعليه نجد: $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + \alpha$

3ـ أـ تعريف طاقة الربط للنواة E_l: هي الطاقة اللازم توفيرها من الوسط الخارجي لتفكيك النواة إلى مكوناتها و هي ساكنة.

بـ عبارة النقص في الكتلة لنواة $^{Z}_{A}X$ هي:

$$\Delta m = \left[Zm_p + (A - Z)m_n - m({}^{A}_{Z}X)\right]$$

جـ النقص الكتلي لنواة $^{226}_{88}Ra$:

$$\Delta m(Ra) = \left[88m_p + 138m_n - m({}^{226}_{88}Ra)\right] = 1,881u$$

دـ استنتاج طاقة الربط لنواة $^{226}_{88}Ra$:

$E_l({}^{226}_{88}Ra) = \Delta m\, c^2 = 1,881\times931,5 = 1752,1515Mev$.

ـ استنتاج طاقة الربط لكل نوية:

$$\frac{E_l}{A}({}^{226}_{88}Ra) = \frac{1752,1515}{226} = 7,75\frac{Mev}{nucléon}$$

هـ- حساب النقص الكتلي لنواة الرادون Ra :

$$\Delta m(Rn) = \left[86m_p + 136m_n - m({}^{222}_{86}Rn)\right] = 1{,}856u$$

- استنتاج طاقة ربط النواة: $E_l({}^{222}_{86}Rn) = \Delta m c^2 = 1{,}856 \times 931{,}5 = 1728{,}864 Mev$

- استنتاج طاقة الربط لكل نوية: $\frac{E_l}{A}(Rn) = 7{,}79 \frac{Mev}{nucléon}$

و- النواة الأكثر استقرارا هي: نواة Rn لأن لها طاقة ربط لكل نوية أكبر.

4- حساب $t_{1/2}$ بالثانية ثم بالسنوات: $t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} = 5{,}07 \times 10^{10} s = 1607{,}68 ans$.

5- تحديد المدة الزمنية اللازمة لتفكك 90% من كتلة العينة الابتدائية:

الزمن اللازم لتفكك 90% أي بقاء 10% من كتلة العينة الابتدائية.

من العلاقة: $m(t) = m_0 e^{-\lambda.t}$ نجد:

$m(t) = \frac{10}{100} m_0 = m_0 e^{-\lambda.t} \Rightarrow ln\frac{10}{100} = -\lambda t$ ومنه: $t = 1{,}69 \times 10^{11} s$

6- عدد التفككات α و β^- :

$${}^{226}_{86}Ra \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + a\alpha + b.\beta^-$$

وبالاعتماد على قانون صودي نجد:

$$\begin{cases} 226 = 206 + 4a \\ 88 = 82 + 2a - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$$

ومنه: ${}^{226}_{86}Ra \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 5.\alpha + 4.\beta^-$

حل التمرين 10

1- إتمام المعادلات وتحديد النمط الإشعاعي الحادث في كل منها:

${}^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + {}^{0}_{+1}e$ .... نمط الإشعاع β^+

${}^{139}_{55}Cs \rightarrow {}^{139}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$ .... نمط الإشعاع β^-

${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$ .... نمط الإشعاع α

${}^{60}_{28}Ni^* \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{0}\gamma$ .... الإصدار γ

2- حساب طاقة الربط لنواة البولونيوم ${}^{210}_{84}Po$:

من العلاقة: $E_l(Po) = \Delta m(Po)c^2 = \left[Z.m_p + (A-Z)m_n - m(Po)\right]c^2$

ومنه: $E_l(Po) = [84 \times 1{,}007 + 126 \times 1{,}009 - 209{,}982]c^2$

وعليه: $E_l(Po) = 1{,}74 \times 931{,}5 = 1620{,}81 MeV$

إذن: $E_l(Po) = 1620{,}81 MeV$

- حساب طاقة الربط لكل نوية:

$$\frac{E_l(Po)}{A} = \frac{1620,81}{210} = 7,718 \frac{MeV}{nucléon}$$

ب- المقارنة:

نلاحظ أن: $\frac{E_l(Ra)}{A} \rangle \frac{E_l(Po)}{A}$ ومنه فإن نواة البولونيوم أكثر استقرارا من نواة الراديوم.

3. أ. يوجد اليورانيوم238 إلى يومنا هذا له لأن زمن نصف عمره $t_{1/2} = 4,47 \times 10^9 ans$ كبير جدا.

ب- تعيين قيمة A و Z لكل نواة وذكر نمط التفكك:

$^{238}_{92}U \rightarrow ^{234}_{90}X_1 + ^4_2He$ .... نمط التفكك α

$^{234}_{90}X_1 \rightarrow ^{234}_{91}X_2 + ^0_{-1}e$ .... نمط التفكك β^-

$^{234}_{91}X_2 \rightarrow ^{234}_{92}X_3 + ^0_{-1}e$ .... نمط التفكك β^-

$^{234}_{92}X_3 \rightarrow ^{230}_{90}X_4 + ^4_2He$ .... نمط التفكك α

$^{230}_{90}X_4 \rightarrow ^{226}_{88}X_5 + ^4_2He$ .... نمط التفكك α

$^{226}_{88}X_5 \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^4_2He$ .... نمط التفكك α

4. أ. معادلة تفكك الراديوم 226 هي: $^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^4_2He$

ب- تعريف ثابت التفكك λ هو:

ثابت يميز النواة المتفككة إشعاعيا، ويعبر عن قابلية هذه النواة للتفكك.

- حساب قيمة λ:

$\lambda = \frac{\ln}{t_{1/2}}$ ومنه: $\lambda = 4,31 \times 10^{-4} ans^{-1} = 1,37 \times 10^{-11} s^{-1}$

5. أ. تعريف النشاط الإشعاعي A:

هو عدد التفككات التي تحدث لعينة مشعة خلال وحدة الزمن ويقدر بوحدة البيكيرال Bq

ب- عبارة m_0 بدلالة M, N_A, λ, A_0:

$A_0 = \lambda . N_0 = \lambda . \frac{m_0 . N_A}{M}$ ومنه: $m_0 = \frac{A_0 . M}{\lambda . N_A}$

ت ع: $m_0 = \frac{3,7 \times 10^{10} \times 226}{1,37 \times 10^{-11} \times 6,02 \times 10^{23}} = 1,01 \approx 1\ g$

إذن: $m_0 = 1\ g$

01ـ معادلة التفكك: ${}^{40}_{Z}K \rightarrow {}^{40}_{Z'}Ar + \beta^+$

علما أن: $Z_{Ar} = Z' = 40 - 22 = 18$

و بتطبيق مبدأ الانحفاظ نجد: $Z = 18 + 1$

إذن: ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + \beta^+$

02ـ عبارة النسبة $\frac{N(Ar)}{N(K)}$ بدلالة t و λ:

ـ عدد الأنوية المتبقية: $N(K) = N_0(K)e^{-\lambda t}$

ـ عدد الأنوية المتفككة (يساوي عدد الأنوية الناتجة):

$$N_d = N(Ar) = N_0(K) - N(K) = N_0(K)\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

و عليه:

$$\frac{N(Ar)}{N(K)} = \frac{N_0(K)\left(1 - e^{-\lambda t}\right)}{N_0(K)e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t} - 1$$

03ـأ ـ البيان المناسب: هو بيان الوثيقة 2.

التعليل: $\frac{N(Ar)}{N(K)} = 0$ ؛ $t = 0$ و $\frac{N(Ar)}{N(K)} \rightarrow \infty$ ؛ $t \rightarrow \infty$، و هذا يوافق بيان الوثيقة 2.

ب ـ تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

جـ ـ استنتاج زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

لدينا $\frac{N(Ar)}{N(K)} = e^{\lambda t} - 1$ و لما $t = t_{1/2}$.

فإن $\frac{N(Ar)}{N(K)} = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{1/2}} - 1 = 1$ و من بيان الوثيقة 2 نقرأ: $t_{1/2} = 1,3 \times 10^9 ans$

04ـ استنتاج عمر الصخور:

$$\frac{N(K)}{N(Ar)} = 0,1 \Rightarrow \frac{N(Ar)}{N(K)} = 10$$

و من بيان الوثيقة 2 نقرأ: $t = 4,5 \times 10^9 ans$

1.1. نوع النشاط: β^- التعليل: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^{0}e$

2.1 معادلة التفكك النووي: ${}_{27}^{60}Co \rightarrow {}_Z^AX + \beta^-$

بتطبيق مبدأ انحفاظ العدد الكتلي و الشحني نجد: $\begin{cases}60 = A + 0\\27 = Z - 1\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}A = 60\\Z = 28\end{cases}$

إذن: ${}_{27}^{60}Co \rightarrow {}_{28}^{60}Ni + \beta^-$

2. عبارة قانون التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

وبالاعتماد على العلاقة: $\frac{m(t)}{M} = \frac{N(t)}{N_A}$ وعند اللحظة $t = 0$: $\frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A}$

ومنه: $\frac{m(t).N_A}{M} = \frac{m_0.N_A}{M}e^{-\lambda t}$ إذن: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$

3. تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية.

- عند اللحظة $t = nt_{1/2}$ نكتب: $m(nt_{1/2}) = \frac{m_0}{2^n}$.

$m(nt_{1/2}) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}nt_{1/2}} = m_0 e^{-n\ln 2} = m_0 e^{\ln 2^{-n}}$ وعليه: $m(nt_{1/2}) = \frac{m_0}{2^n}$

1.4. تحديد $t_{1/2}$ بيانيا: من البيان نقرأ $t_{1/2} = 5,25ans$.

- استنتاج كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة $t = 21ans$:

نلاحظ أن: $t = 21ans = 4t_{1/2}$ وعليه: $m(4t_{1/2}) = \frac{m_0}{2^4} = 0,125g$

2.4 تبيين أن: $m(\tau) = \frac{m}{e}$:

بالاعتماد على $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ ومنه: $m(\tau) = m_0 e^{-\frac{1}{\tau}.\tau} = m_0 e^{-1}$

وعليه نجد: $m = \frac{m}{e}$.

3.4 تبيين أن المماس للمنحني $m = f(t)$ يقطع محور الأزمنة عند اللحظة $t = \tau$:

معادلة المماس من الشكل: $m = at + b$ لما $t = 0$: $b = m_0$

والميل: $a = \left.\frac{dm}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{m_0}{\tau}$ إذن: $m = -\frac{m_0}{\tau}t + m_0.........(\Delta)$.

ـ النقطة $(\tau,0)$ تنتمي للمستقيم (Δ) ،إذن المماس عند المبدأ يقطع محور الأزمنة عند $t=\tau$

4.4ـ عبارة A_0 بدلالة $M(Co), N_A, m_0, \tau$:

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda.\frac{m_0.N_A}{M(Co)} = \frac{m_0.N_A}{\tau.M(Co)}$$

ـ حساب $A(\tau)$:

$$A(\tau) = A_0 e^{-\lambda t} = \frac{m_0.N_A}{\tau.M(Co)} e^{-\frac{1}{\tau}.\tau} = \frac{m_0.N_A}{\tau.M(Co)e} = 3,3\times10^{13}Bq$$

وعليه: $A(\tau) = 3,08\times10^{13}Bq$

حل التمرين 13

1ـ كتابة معادلة التفكك: ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \beta^-$

بتطبيق مبدأ انحفاظ العدد الكتلي و العدد الشحني نجد: $\begin{cases}32 = A + 0\\ 15 = Z - 1\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}A = 32\\ Z = 16\end{cases}$

وعليه: ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + \beta^-$

2أـ حساب عدد الأنوية الابتدائية N_0 :

من العلاقة: $\frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A}$ نجد: $N_0 = \frac{m_0.N_A}{M} = 1,88\times10^{14}\,nucléon$

2بـ قانون التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

العلاقة بين λ و $t_{1/2}$:

$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$ ومنه: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 5,58\times10^{-7}s^{-1}$.

2جـ- تعريف النشاط الإشعاعي A :

هو عدد التفككات التي تحدث لعينة مشعة خلال وحدة الزمن و يقدر بوحدة البيكيرال Bq

ـ حساب النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0 :

$$A_0 = \lambda.N_0 = 10,49\times10^7 Bq$$

2دـ إيجاد قيمة اللحظة t_1 :

$A(t_1) = \frac{A_0}{10} = A_0 e^{-\lambda t_1}$ ومنه: $\frac{1}{10} = e^{-\lambda t_1}$ ومنه: $\ln\frac{1}{10} = \ln e^{-\lambda t_1} = -\lambda t_1$

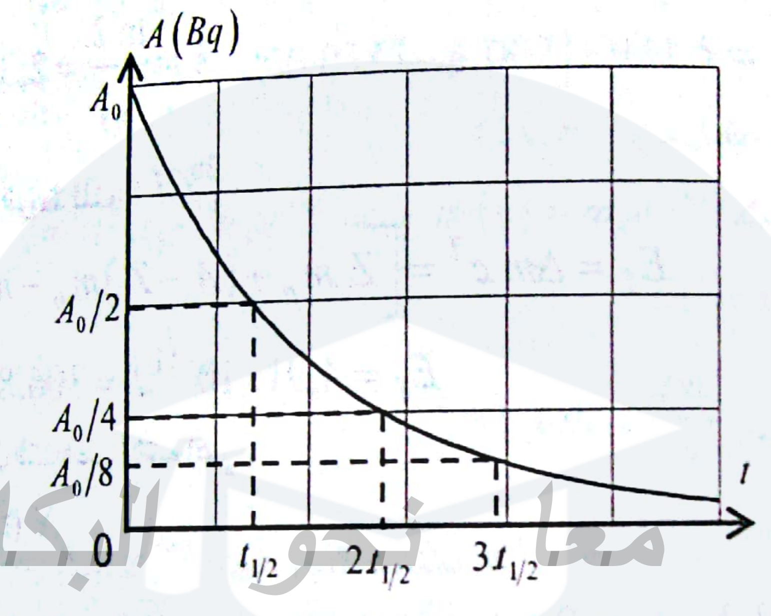
وعليه: $t_1 = \frac{\ln 10}{\lambda}$ إذن: $t_1 = 4,1\times10^6 s$.

3أ. تبين أنه عند اللحظة $t = n\,t_{1/2}$ نكتب: $A(t) = \frac{A_0}{2^n}$:

$A(t) = A(n\,t_{1/2}) = A_0 e^{\left(-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} . n\,t_{1/2}\right)} = A_0 e^{-\ln 2^n}$ وعليه: $A(t) = \frac{A_0}{2^n}$

3ب. تمثيل كيفيا تغيرات $A = f(t)$ مستعملا اللحظات: $t_{1/2}, 2t_{1/2}, 3t_{1/2}, 4t_{1/2}, 5t_{1/2}, ...$

t	0	$t_{1/2}$	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$	$5t_{1/2}$
$A(Bq)$	A_0	$A_0/2$	$A_0/4$	$A_0/8$	$A_0/16$	$A_0/32$



4أ. تعريف طاقة الربط النووي E_l : هي الطاقة اللازمة لتماسك النواة.

4ب. حساب النقص الكتلي لنواة الفوسفور30:

$$\Delta m(^{30}P) = \left[Zm_p + (A-Z)m_n - m(^{30}P)\right] = 4,466\times10^{-28}kg$$

4جـ. حساب طاقة الربط النووي E_l :

$$E_l = \Delta m\,c^2 = 4,466\times10^{-28}\times(3\times10^8)^2 = 40,194\times10^{-12}J$$

$$E_l = \frac{40,194\times10^{-12}}{1,6\times10^{-19}} = 25,12\times10^7 eV = 251,2MeV$$

4د. النظير الأكثر استقرارا:

$$\frac{E_l(^{30}P)}{A} = \frac{251,2MeV}{30} = 8,37MeV\ /nucléon$$

نلاحظ أن: $\frac{E_l(^{30}P)}{A} \langle \frac{E_l(^{31}P)}{A}$ وعليه النظير ^{31}P هو الأكثر استقرارا.

1- معادلة التفكك : $^{36}_{17}Cl \rightarrow ^{36}_{18}Ar + ^{A}_{Z}X$

بالاعتماد على قانوني الانحفاظ:

- انحفاظ العدد الكتلي A : $36 = 36 + A \Rightarrow A = 0$

- انحفاظ العدد الذري Z : $17 = 18 + Z \Rightarrow Z = -1$

ومنه : $^{A}_{Z}X$ عبارة عن: $^{0}_{-1}e$

2- النمط الإشعاعي الناتج : β^-

3- حساب ثابت النشاط الإشعاعي λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 2,3 \times 10^{-6} ans^{-1}$$

4- حساب طاقة الربط للنواة $^{36}_{17}Cl$:

$$E_l = \Delta m\, c^2 = \left[Z.m_p + (A - Z)m_n - m\left(^{36}Cl\right)\right]c^2$$

ومنه: $E_l = 4,91 \times 10^{-11} J = 306,87 MeV$

5- أ/ عبارة قانون التناقص الإشعاعي :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

- إثبات أن عبارة التناقص الإشعاعي حل المعادلة التفاضلية $\frac{dN}{dt} + \lambda.N(t) = 0$:

لدينا : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ومنه : $\frac{dN}{dt} = -\lambda.N_0 e^{-\lambda t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد : $-\lambda.N_0 e^{-\lambda t} + \lambda.N_0 e^{-\lambda t} = 0$

إذن: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة.

ب/ عمر المياه الجوفية :

لدينا: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ وعليه: $N(t) = 0,38 N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$

ومنه: $\ln 0,38 = \ln e^{-\lambda t}$

$$t = \frac{-\ln 0,38}{\lambda} = \frac{-t_{1/2}.\ln 0,38}{\ln 2}$$

وعليه: $t = 4,2 \times 10^5 ans$

جـ- لا نستعمل الكربون 14 لتحديد عمر هذا الماء الجوفي لأن: $t \rangle t_{1/2}\left(^{14}C\right)$

1.أ. معادلة التفاعل النووي: $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + ^{A}_{Z}X$

بتطبيق مبدأ الانحفاظ لصودي: $\begin{cases} 210 = 206 + A \\ 84 = 82 + Z \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} A = 4 \\ Z = 2 \end{cases}$

$^{4}_{2}X \equiv ^{4}_{2}He$ الجسيم الصادر هو: $\alpha \equiv ^{4}_{2}He$

ومعادلة التفاعل هي: $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + \alpha$

ب.حساب الطاقة المحررة من هذا التفكك:

$$\Delta E = E_{lib} = (m_i - m_f)c^2 = \left[m(Po) - m(Pb) - m(\alpha)\right]c^2$$

ومنه: $\Delta E = E_{lib} = \left[210,0482 - 206,0385 - 4,002\right] \times 931,5 = 7,172 MeV$

2.أ.عبارة m' بدلالة كل من: t, λ, m_0:

$m' = m_0 - m$ حيث: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ ومنه: $m' = m_0 - m_0 e^{-\lambda t}$

إذن: $m' = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$

ب.العلاقة النظرية بين: $\frac{dm'}{dt}$ و m و λ:

باشتقاق العلاقة $m' = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ بالنسبة للزمن نجد: $\frac{dm'}{dt} = \lambda . m_0 e^{-\lambda t}$

ومنه: $\frac{dm'}{dt} = \lambda . m(t)$......(1).

3.أ.قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته: $\frac{dm'}{dt} = a.m$ حيث a يمثل ميل المستقيم.

$$a = \frac{\Delta \frac{dm'}{dt}}{\Delta m} = \frac{5,4 \times 10^{-4}}{2} = 2,7 \times 10^{-4} s^{-1}$$

إذن: $\frac{dm'}{dt} = 2,7 \times 10^{-4} m$......(2)

-بالمطابقة بين المعادلتين (1) و (2) طرف لطرف نجد أن: $\lambda = a = 2,7 \times 10^{-4} s^{-1}$

ب.تعريف زمن نصف العمر $(t_{1/2})$:

هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية المشعة $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

- حساب قيمته $(t_{1/2})$: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 2,55 \times 10^3 s$.

4- حساب عدد أنوية البولونيوم 210 المتبقية في العينة عند اللحظة $t = 3t_{1/2}$:

$N(t) = N(3t_{1/2}) = N_0 e^{-3\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{1/2}} = \frac{N_0}{8}$ ونعلم أن: $\frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A}$

ومنه: $N(3t_{1/2}) = \frac{N_0}{8} = \frac{m_0 . N_A}{8.M}$

ت ع: $N(3t_{1/2}) = 3,58 \times 10^{21} noyeaux$

حل التمرين 16

1- دراسة نواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$:

1.1- تحديد العددين x و y:

لدينا: $^{238}_{92}U \rightarrow ^{206}_{82}Pb + x\ ^{0}_{-1}e + y\ ^{4}_{2}He$ وبتطبيق مبدأ الانحفاظ نجد:

$$\begin{cases} 238 = 206 + 4y \\ 92 = 82 - x + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 6 \end{cases}$$

إذن: $^{238}_{92}U \rightarrow ^{206}_{82}Pb + 6\ ^{0}_{-1}e + 8\ ^{4}_{2}He$

2.1- تركيب نواة اليورانيوم 238:

تتركب من 92 بروتونا و 146 نيترونا $(N = A - Z = 146)$.

3.1- حساب طاقة الربط لكل نوية:

$$E_l(^{238}_{92}U) = \left[92m_p + 146m_n - m(^{238}_{92}U)\right]c^2$$

ت ع: $E_l(^{238}_{92}U) = 1801,344 MeV$

- حساب طاقة الربط لكل نوية: $\frac{E_l(^{238}_{92}U)}{A} = 7,57 MeV\ / nucléon$

بما أن $\frac{E_l(^{206}_{82}Pb)}{A} \rangle \frac{E_l(^{238}_{92}U)}{A}$ فإن نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرارا من نواة $^{238}_{92}U$

2- تأريخ صخرة معدنية بواسطة اليورانيوم ـ الرصاص:

1.2- إثبات العبارة التالية: $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} . \ln\left(1 + \frac{m_{Pb}(t).M(^{238}U)}{m_U(t).M(^{206}Pb)}\right)$:

- عدد أنوية اليورانيوم 238 المتبقية عند اللحظة t هو: $N(U) = N_0 e^{-\lambda t}$

ومنه $N_0 = \frac{N(U)}{e^{-\lambda t}} = N(U)e^{\lambda t}$.

- عدد أنوية الرصاص 206 المتشكلة هو: $N(Pb) = N_0 - N(U) = N_0\left(1-e^{-\lambda t}\right)$.

ومنه: $N(Pb) = N(U)e^{\lambda t}\left(1-e^{-\lambda t}\right) = N(U)\left(e^{\lambda t}-1\right)$

وبالتالي: $\frac{N(Pb)}{N(U)} = \left(e^{\lambda t}-1\right)$ ومنه: $\frac{N(Pb)}{N(U)}+1 = e^{\lambda t}$ و

عليه: $\ln\left(\frac{N(Pb)}{N(U)}+1\right) = \ln e^{\lambda t}$ ومنه: $\ln\left(\frac{N(Pb)}{N(U)}+1\right) = \lambda t$

ومنه: $t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N(Pb)}{N(U)}+1\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\left(\frac{N(Pb)}{N(U)}+1\right)$.......(1)

ونعلم أن: $N(U) = \frac{m_U(t).N_A}{M\left({}^{238}U\right)}$ و $N(Pb) = \frac{m_{Pb}(t).N_A}{M\left({}^{206}Pb\right)}$

وبالتعويض في العلاقة (1) نجد أن: $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(1+\frac{m_{Pb}(t).M\left({}^{238}U\right)}{m_U(t).M\left({}^{206}Pb\right)}\right)$.

2.2 حساب t بالسنة: $t = 7,52\times10^6 ans$

حل التمرين 17

1.1 - معادلة التحول النووي للكربون 14: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e$

بتطبيق مبدأ انحفاظ العدد الذري و العدد الكتلي نجد: $\begin{cases}14 = A+0 \Rightarrow A = 14\\ 6 = Z-1 \Rightarrow Z = 7\end{cases}$

ومنه: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}Y + {}^{0}_{-1}e$ و بالاعتماد على مخطط الشكل 1 نجد أن ${}^{14}_{7}Y \equiv {}^{14}_{7}N$

إذن معادلة التفكك هي: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

2.1 - معادلة تحول نواة الكربون 11 إلى نواة البور ${}^{A'}_{Z'}B$: ${}^{11}_{6}C \rightarrow {}^{A'}_{Z'}B + {}^{A}_{Z}X$

- حسب مخطط الشكل 1 فإن نواة البور ${}^{A'}_{Z'}B$ عددها الذري $Z' = 5$.

- وحسب قانون صودي فإن: $\begin{cases}11 = A'+A\\ 6 = 5+Z\end{cases}$ ومنه: $Z = 1$ و $A = 0$ وعليه: $A' = 11$

لأن الجسيم الذي له $Z = 1$ هو $\beta^+\left({}^{0}_{+1}e\right)$ إذن: ${}^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + \beta^+$

1.2- طاقة الربط لكل نوية بالنسبة نواة الكربون 14:

حسب تعريف طاقة ربط النواة نجد من المخطط:

$$E_l\left({}^{14}_{6}C\right) = 13146,2 - 13047,1 = 99,1 MeV$$

وعليه: $\dfrac{E_l\left({}^{14}_{6}C\right)}{A} = \dfrac{99,1}{14} = 7,08 MeV \ / \ nucléon$.

1.3- حساب $N_0\left({}^{12}C\right)$ و $N_0\left({}^{14}C\right)$:

- كتلة الكربون $\left({}^{12}C\right)$ الموجودة في الكتلة $m = 0,295g$ من قطعة الشجرة الحية هي:

$$m_0\left({}^{12}C\right) = (51,2\%) \times m = 0,512 \times 0,295 = 0,15104g$$

ونعلم أن: $n_0\left({}^{12}C\right) = \dfrac{m_0\left({}^{12}C\right)}{M\left({}^{12}C\right)} = \dfrac{N_0\left({}^{12}C\right)}{N_A}$

ومنه: $N_0\left({}^{12}C\right) = \dfrac{m_0\left({}^{12}C\right).N_A}{M\left({}^{12}C\right)} = \dfrac{0,15104 \times 6,02 \times 10^{23}}{12}$.

إذن: $N_0\left({}^{12}C\right) = 7,58 \times 10^{21} noyaux$.

- لحساب $N_0\left({}^{14}C\right)$ في القطعة الحية نستعمل العلاقة:

$$\frac{N_0\left({}^{14}C\right)}{N_0\left({}^{12}C\right)} = 1,2 \times 10^{-12}$$

ومنه: $N_0\left({}^{14}C\right) = 1,2 \times 10^{-12} \times N_0\left({}^{12}C\right) \approx 9,1 \times 10^{9} noyaux$

2.3- تحديد عمر قطعة الخشب القديمة:

- ليكن A_0 نشاط عينة الكربون 14 في القطعة الحية (حديثة القطع) و A نشاط عينة الكربون 14 في القطعة القديمة التي عمرها t:

- حسب المعطيات: $A(t) = \dfrac{1,4}{60} = 2,33 \times 10^{-2} Bq$

- حساب قيمة النشاط A_0: $A_0 = \lambda N_0\left({}^{14}C\right) = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} N_0\left({}^{14}C\right) = 3,49 \times 10^{2} Bq$

- بتطبيق قانون التناقص في النشاط الإشعاعي: $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ ومنه: $\dfrac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$

وبالتالي: $\ln\frac{A(t)}{A_0} = -\lambda t \Leftarrow \ln\frac{A(t)}{A_0} = \ln e^{-\lambda t}$

ومنه: $t = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{A(t)}{A_0} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\frac{A_0}{A(t)} = 3305,12ans$.

حل التمرين 18

1.أ. معادلة التحول النووي: ${}^{94}_{38}Sr \rightarrow {}^{94}_{39}Y + {}^{A}_{Z}X$

بتطبيق قانون صودي: $\begin{cases} 94 = 94 + A \\ 38 = 39 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = -1 \end{cases}$

ومنه: ${}^{94}_{38}Sr \rightarrow {}^{94}_{39}Y + {}^{0}_{-1}e$ ، فالجسيم الصادر هو إلكترون: ${}^{0}_{-1}e\left(\beta^-\right)$

بـ ينشأ الجسيم X نتيجة تحول نيترون إلى بروتون وفق المعادلة التالية: ${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$

2.أ. تعريف نشاط منبع إشعاعي:

يمثل سرعة التفكك أي عدد التفككات الحادثة للعينة المشعة في الثانية الواحدة.

بـ العلاقة التي تعطي تطور نشاط منبع بدلالة الزمن هي: $A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

ومنه: $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ حيث: $A_0 = \lambda N_0$ يمثل النشاط الإشعاعي الابتدائي.

ـ وحدة قياس النشاط الإشعاعي هي البيكيرال Bq.

3.أ. تعليل شكل المنحنى:

نعلم أن: $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ منه: $\ln A(t) = \ln\left(A_0 e^{-\lambda t}\right)$

إذن: $\ln A(t) = \ln A_0 - \lambda t$ ....(1) وهي تمثل معادلة المستقيم المعطى في الشكل.

بـ تعيين قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ:

المنحنى عبارة عن خط مستقيم معادلته: $\ln A(t) = at + b$

حيث $a = \frac{\Delta(\ln A)}{\Delta t} = -33,1h^{-1}.\ln Bq$ ولما $t = 0$ نجد: $b = 55,2$

ومنه: $\ln A(t) = -33,1t + 55,2$.......(2)

وبالمطابقة بين العلاقتين (1) و (2) نجد أن: $-\lambda = a = -33,1h^{-1}$

ومنه: $\lambda = 33,1h^{-1} = 9,2\times10^{-3}s^{-1}$

جـ تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية للعينة المشعة.

- حساب قيمته: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 75s$

د- حساب N_0:

من البيان لما $t = 0$ نجد: $\ln A_0 = 55,2$ ومنه: $A_0 = e^{55,2} = 7,94 \times 10^{23} Bq$

ونعلم أن: $A_0 = \lambda . N_0$ ومنه: $N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = 8,6 \times 10^{25}\ noyaux$

- حساب الكتلة m_0:

من العلاقة: $m_0 = \frac{N_0}{N_A} \times M$ نجد: $m_0 = 13,43kg$

هـ- قيمة الكتلة المتبقية بعد 10 دقائق من بداية تفككها:

$m(t) = m_0 e^{-\lambda . t} = 5,50g$

- لدينا ثابت الزمن: $\tau = \frac{1}{\lambda} = 108,7s$ أي: $5\tau = 5 \times 108,7 = 543,5s = 9\min$

- نلاحظ أن: $t = 10\min \rangle 5\tau$ وعليه يمكن اعتبار زوالها بعد مدة 10 دقائق.

حل التمرين 19

1. لا يمكن أن يكون للعينتين نفس النشاط الإشعاعي في كل لحظة لأن في اللحظة $t = 0$ لهما نفس عدد الأنوية الابتدائية و يختلفان في ثابت النشاط الإشعاعي λ.

التعليل: بما أن: $N_0(Al) = N_0(X)$ و $\lambda_{Al} \neq \lambda_X$ (عنصران مختلفان).

إذن: $\lambda_{Al} . N_0(Al) \neq \lambda_X . N_0(X)$ إذن: $A_0(Al) \neq A_0\left({}_Z^A X\right)$

وعليه: $A(Al) \neq A\left({}_Z^A X\right)$

2. عبارة التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda . t}$.

- العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ:

$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda . t_{1/2}}$ ومنه: $\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda . t_{1/2}}$ ومنه: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

3. أ- إرفاق كل عينة مشعة بالمنحنى البياني الموافق لها:

من معطيات التمرين نجد: $t_{1/2}(Al) = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69}{0,19} = 3,6s$

- $t_{1/2}(Al) = 3,6s$ وعليه فالبيان 2 يوافق عينة الألمنيوم $\left({}_{13}^{30}Al\right)$

- إذن البيان 1 يوافق العينة $\left({}_Z^A X\right)$.

ب- تحدد العنصر المجهول $_{Z}^{A}X$:

لدينا: $n = \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{M}$ حيث: $(m_0 = m_2)$

ومنه: $M\left(_{Z}^{A}X\right) = \frac{m_2.N_A}{N_0} = \frac{3\times10^{-3}\times6,02\times10^{23}}{0,2\times5\times10^{20}} = 18g/mol$

لدينا عنصرين لهما نفس العدد الكتلي (الكتلة المولية) $A = 18$ وهما $_{9}^{18}F$ و $_{10}^{18}Ne$

ـ بالنسبة للنواة $_{9}^{18}F$ لها $(N = Z = 9)$ فهي تقع في واد الاستقرار إذن لا يمكن لها أن تشع.

ـ إذن العنصر المجهول $\left(_{Z}^{A}X\right)$ هو $_{10}^{18}Ne$ $(Z \rangle N)$.

جـ- حساب كتلة العينة m_1 :

من العلاقة: $m_1 = \frac{N_0.M(Al)}{N_A} = 4,98\times10^{-3}g$ إذن: $m_1 \approx 5mg$.

4أ- نمط تفكك كل من: $_{13}^{30}Al$ و $_{Z}^{A}X \equiv {}_{10}^{18}Ne$:

ـ $_{13}^{30}Al$: $Z = 13$ و $N = A - Z = 17$ نلاحظ أن: $N \rangle Z$

وعليه فإن نمط تفكك $_{13}^{30}Al$ هو β^-.

ـ $_{Z}^{A}X \equiv {}_{10}^{18}Ne$: $Z = 10$ و $N = A - Z = 8$ نلاحظ أن: $Z \rangle N$

وعليه فإن نمط تفكك $_{10}^{18}Ne$ هو β^+.

بـ معادلة تفكك كل نواة:

ـ بالنسبة لنواة $_{13}^{30}Al$: $_{13}^{30}Al \rightarrow {}_{Z}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e$

وبتطبيق قانون صودي نجد أن: $_{Z}^{A}Y \equiv {}_{14}^{30}Si$ ومنه: $_{13}^{30}Al \rightarrow {}_{14}^{30}Si + \beta^-$

ـ بالنسبة لنواة $_{10}^{18}Ne$: $_{10}^{18}Ne \rightarrow {}_{Z'}^{A'}Y' + {}_{+1}^{0}e$

وبتطبيق قانون صودي نجد أن: $_{Z'}^{A'}Y' \equiv {}_{9}^{18}F$ ومنه: $_{10}^{18}Ne \rightarrow {}_{9}^{18}F + {}_{+1}^{0}e$

حل التمرين 20

1.1- معادلة التحول النووي: $_{92}^{238}U \rightarrow {}_{90}^{230}Th + x\,{}_{2}^{4}He + y\,{}_{-1}^{0}e$

بالاعتماد على مبدأ الانحفاظ نجد: $\begin{cases}238 = 230 + 4x\\92 = 90 + 2x - y\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x = 2\\y = 2\end{cases}$

ومنه: $_{92}^{238}U \rightarrow {}_{90}^{230}Th + 2\alpha + 2\beta^-$

1.2- نعلم أن نشاط أي عينة مشعة هو: A حيث $A=-\frac{dN}{dt}=\lambda.N$

ومنه: $\begin{cases} A\left({}^{230}_{90}Th\right)=\lambda.N\left({}^{230}_{90}Th\right) \\ A\left({}^{238}_{92}U\right)=\lambda'.N\left({}^{238}_{92}U\right) \end{cases}$

إذا أصبح للعينتين نفس النشاط الإشعاعي أي: $A\left({}^{230}_{90}Th\right)=A\left({}^{238}_{92}U\right)$

فإن: $\lambda.N\left({}^{230}_{90}Th\right)=\lambda'.N\left({}^{238}_{92}U\right)$ إذن: $\frac{N\left({}^{230}_{90}Th\right)}{N\left({}^{238}_{92}U\right)}=\frac{\lambda'}{\lambda}=cte$.

2- معادلة التفاعل النووي: ${}^{230}_{90}Th \rightarrow {}^{226}_{88}Ra+{}^{A}_{Z}X$

وبتطبيق مبدأ الانحفاظ نجد: $\begin{cases} 230=226+A \\ 90=88+Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=4 \\ Z=2 \end{cases}$

ومنه: الجسيم الصادر هو: ${}^{4}_{2}X \equiv {}^{4}_{2}He\left(\alpha\right)$ إذن: ${}^{230}_{90}Th \rightarrow {}^{226}_{88}Ra+\alpha$

3- زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية أي:

$N\left(t_{1/2}\right)=\frac{N_0}{2}$ ومنه: $\frac{N\left(t_{1/2}\right)}{N_0}=\frac{1}{2}=0,5$

ومن البيان نقرأ: $t_{1/2}=75\times10^3 ans=7,5\times10^4 ans$.

4- عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلية للعينة:

لدينا (1)...... $N\left(t\right)=N_0e^{-\lambda t}$ وكذلك: $\frac{m}{M}=\frac{N}{N_A}$ ومنه: $m_0=m_s=\frac{N_0.M}{N_A}$

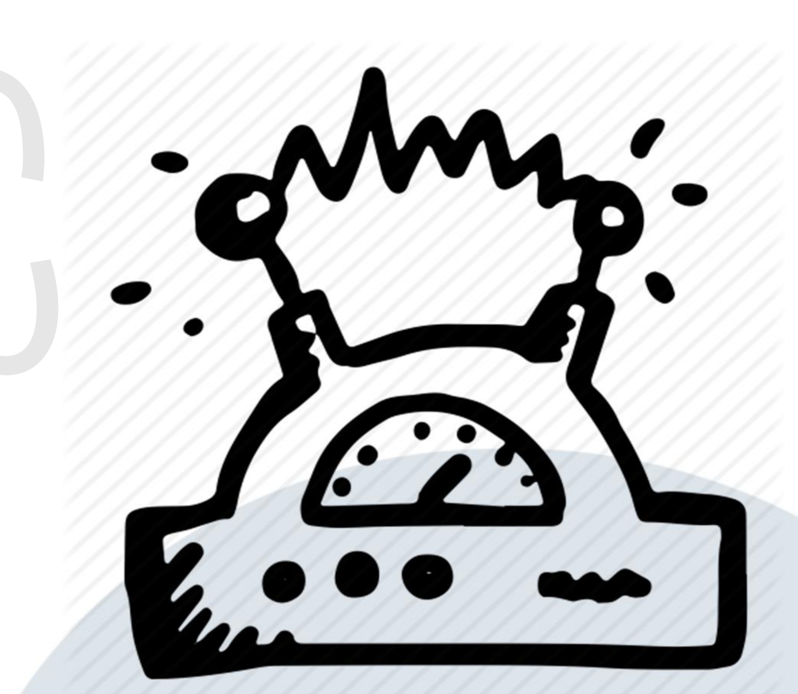
و $m\left(t\right)=m_p=\frac{N\left(t\right).M}{N_A}$ وبالتعويض في العبارة (1) نجد: $m_p=m_s e^{-\lambda t}$.

ومنه: $\ln\left(\frac{m_p}{m_s}\right)=\ln e^{-\lambda t}$ أي: $\ln\left(\frac{m_p}{m_s}\right)=-\lambda t=-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t$

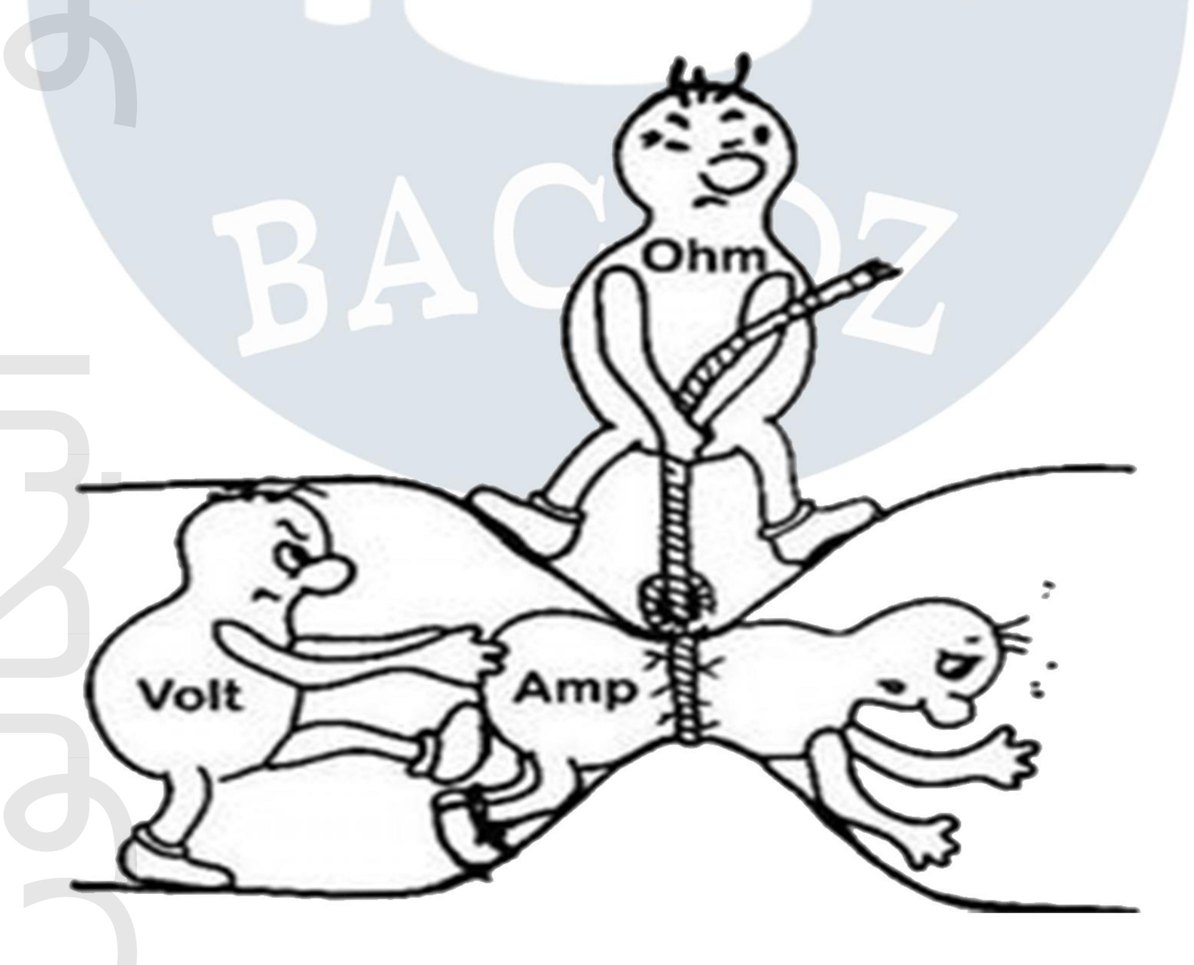
وعليه: $t=-\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{m_p}{m_s}\right)=\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{m_s}{m_p}\right)$

- عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلى هو: $t=30,43\times10^4 ans=3,04\times10^5 ans$.

الوحدة الثالثة



الظواهر الكهربائية



الوحدة رقم 03:
دراسة ظواهر كهربائية

الملخص:

I ـ دراسة الدارة (RC):

المكثفة: تتميز بسعة (C)، ورمزها A ─┤├─ B

شحنة المكثفة (q): $q = q_A = -q_B$ و $(q = n|\bar{e}|)$

و الشحنة تقدر بالكولون (C)

العلاقة بين شحنة المكثفة (q) **وشدة التيار** (i): $i(t) = \frac{dq}{dt}$

ويقدر التيار i بالأمبير (A).

العلاقة بين الشحنة (q) **والتوتر** (u_C):

$q(t) = C\,u_c(t)$

C تقدر بالفراد (F). u_c بالفولط (V).

العلاقة بين (i) **و** (u_C): $i(t) = C\frac{du_c}{dt}$

ـ أجزاء الفراد:

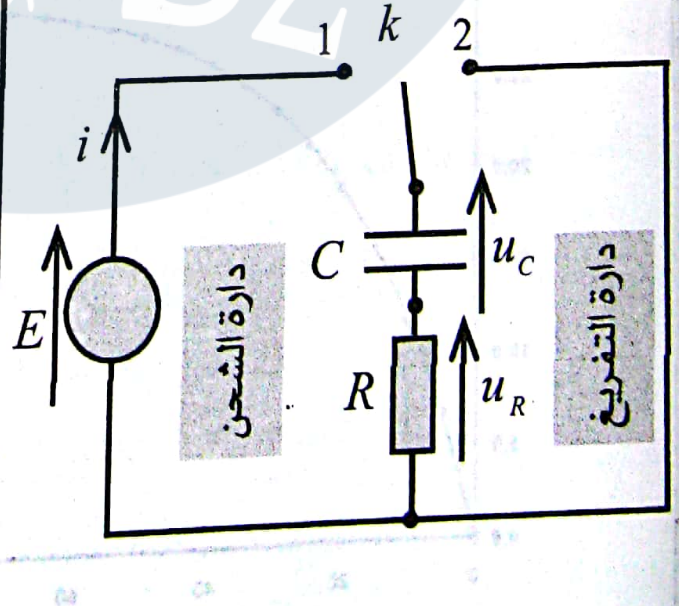
$1mF = 10^{-3}F$

$1\mu F = 10^{-6}F$

$1nF = 10^{-9}F$

$1pF = 10^{-12}F$

ـ دارة الشحن و التفريغ:



شحن المكثفة	تفريغ المكثفة
البادلة K في الوضع 1	البادلة K في الوضع 2
قانون جمع التوترات: $E = u_c + u_R$	قانون جمع التوترات: $0 = u_c + u_R$
ثابت الزمن τ: $\tau = R.C$ ، R المقاومة المكافئة لدارة الشحن	ثابت الزمن τ: $\tau = R.C$ ، R المقاومة المكافئة لدارة التفريغ

- حالة شحن مكثفة:

01ـ المعادلة التفاضلية لـ: u_c

$$\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{\tau}u_c=\frac{E}{\tau}$$

- حل المعادلة التفاضلية:

$$u_c(t)=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

- ثابت الزمن τ **:**

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,63E$.

$u_{C.max}=E$

02ـ المعادلة التفاضلية لـ: q

$$\frac{dq}{dt}+\frac{1}{\tau}q=\frac{E}{R}$$

- حل المعادلة التفاضلية:

$$q(t)=C\,u_c(t)$$

$$q(t)=C.E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

- ثابت الزمن τ **:**

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,63.CE$.

$Q_{max}=C.E$

03ـ المعادلة التفاضلية لـ: i

$$\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=0$$

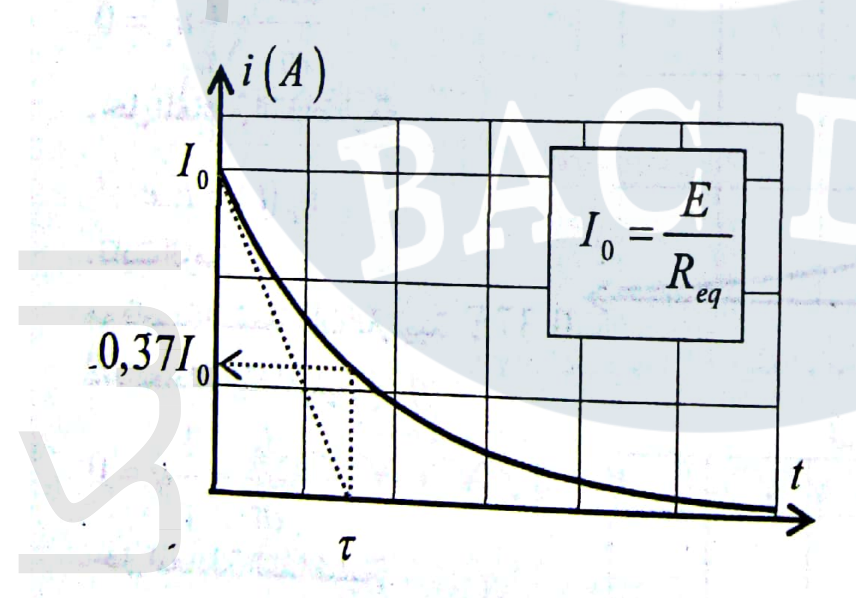
- حل المعادلة التفاضلية:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{E}{R_{eq}}e^{-t/\tau}$$

$$i(t)=I_0e^{-t/\tau}$$

- ثابت الزمن τ **:**

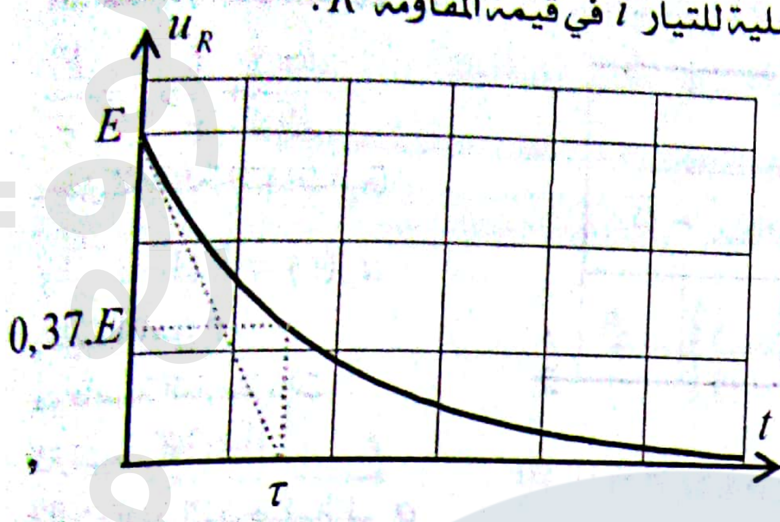
هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37I_0$.



حيث R_{eq} المقاومة المكافئة للدارة الكهربائية

04.المعادلة التفاضلية لـ u_R:

نحصل عليها بضرب طرفي المعادلة التفاضلية للتيار i في قيمة المقاومة R.



$$\frac{du_R}{dt}+\frac{u_R}{\tau}=0$$

- حل المعادلة التفاضلية:

$$u_R(t)=Ri(t)=RI_0e^{-t/\tau}$$

$$u_R(t)=E\,e^{-t/\tau}$$

- ثابت الزمن τ:

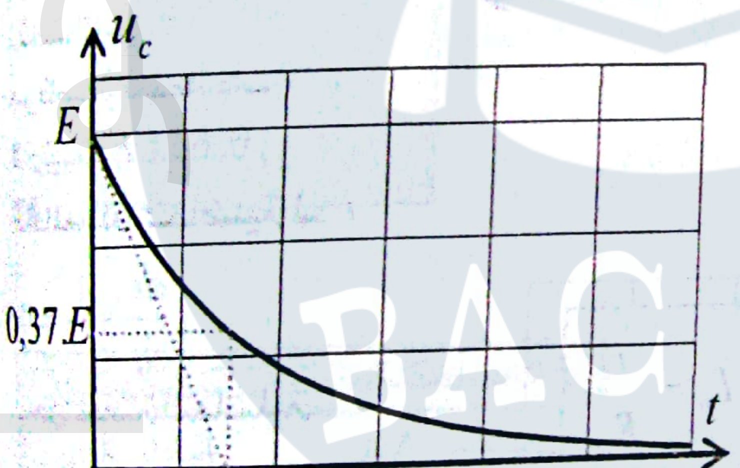
هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37E$

- **الطاقة المخزنة في المكثفة $E(c)$:** $E(c)=\frac{1}{2}q\,u_c(t)=\frac{1}{2}C\,u_c^2(t)$

و تقدر الطاقة بوحدة الجول (J).

- **زمن تناقص الطاقة إلى النصف $t_{1/2}$:** $t_{1/2}=\frac{R.C}{2}\ln 2=\frac{\tau}{2}\ln 2$

- حالة تفريغ مكثفة:



01.المعادلة التفاضلية لـ u_c:

$$\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{\tau}u_c=0$$

- حل المعادلة التفاضلية:

$$u_c(t)=E\,e^{-t/\tau}$$

- ثابت الزمن τ:

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37E$

02.المعادلة التفاضلية لـ q:

$$\frac{dq}{dt}+\frac{1}{\tau}q=0$$

- حل المعادلة التفاضلية:

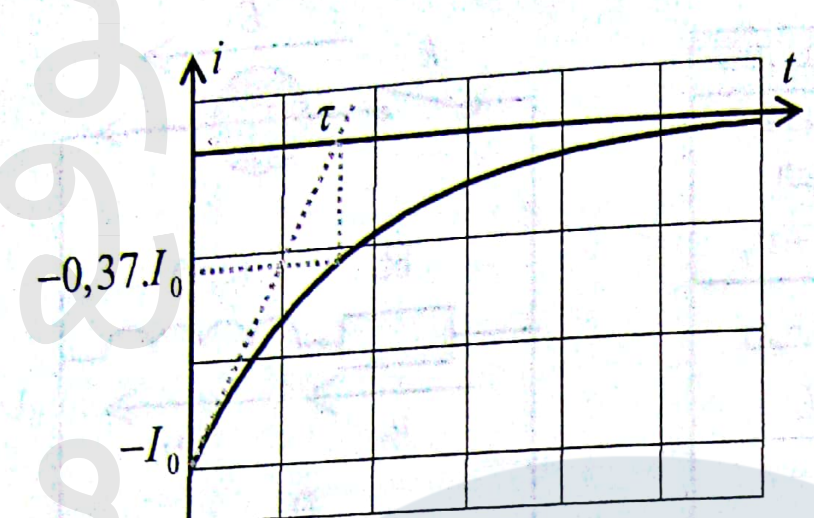
$$q(t)=C\,u_c(t)=C.Ee^{-t/\tau}$$

$$q(t)=Q_0e^{-t/\tau}$$

- ثابت الزمن τ :

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37C.E$.

03. المعادلة التفاضلية لـ i



$$\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=0$$

- حل المعادلة التفاضلية:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{E}{R_{eq}}e^{-t/\tau}$$

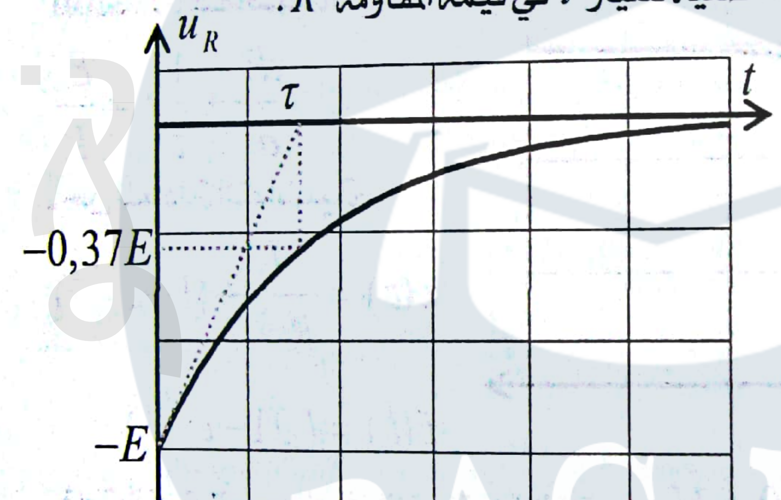
$$i(t)=-I_0e^{-t/\tau}$$

- ثابت الزمن τ :

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $-0,37I_0$

04. المعادلة التفاضلية لـ u_R :

نحصل عليها بضرب طرفي المعادلة التفاضلية للتيار i في قيمة المقاومة R .



$$\frac{du_R}{dt}+\frac{u_R}{\tau}=0$$

- حل المعادلة التفاضلية:

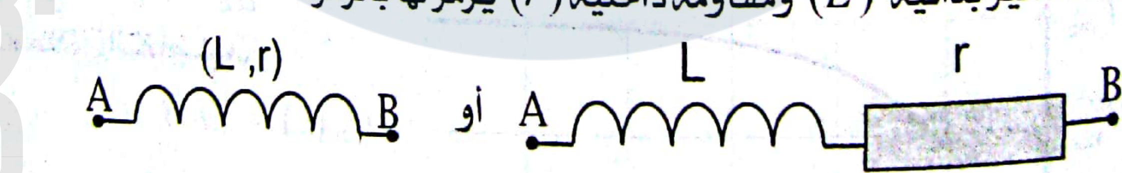
$$u_R(t)=Ri(t)=-E\,e^{-t/\tau}$$

- ثابت الزمن τ :

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $-0,37E$

II- دراسة الدارة (RL) :

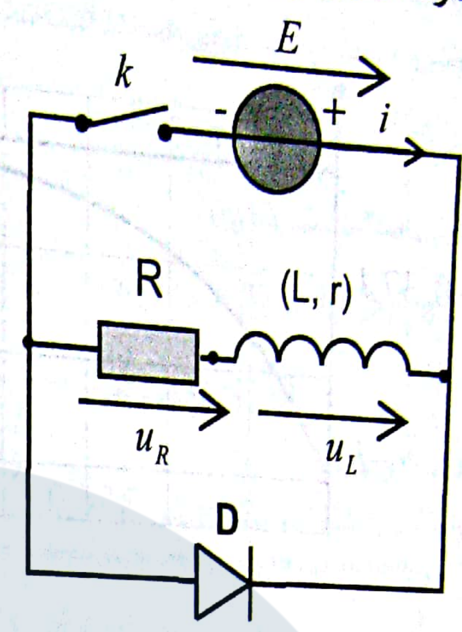
الوشيعة: تتميز بذاتية (L) ومقاومة داخلية (r) يرمز لها بالرمز



عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة: $u_b(t)=L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)$

وإذا كانت $(r=0)$ فإن : $u_b(t)=L\frac{di(t)}{dt}$

الدارة الكهربائية:



حالة غلق القاطعة	حالة فتح القاطعة
قانون جمع التوترات: $E = u_b + u_R$	قانون جمع التوترات: $0 = u_b + u_R$
ثابت الزمن τ: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$	ثابت الزمن τ: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

ـ حالة غلق القاطعة:

01. المعادلة التفاضلية لـ i

$$\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=\frac{E}{L}$$

ـ حل المعادلة التفاضلية:

$$i(t)=\frac{E}{R+r}(1-e^{-t/\tau})$$

$$i(t)=I_0(1-e^{-t/\tau})$$

i ، I_{max} ، $0,63I_{max}$ ، t ، τ

ـ ثابت الزمن τ : هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,63I_0$.

02. المعادلة التفاضلية لـ u_R (نحصل عليها بضرب طرفي المعادلة التفاضلية في R)

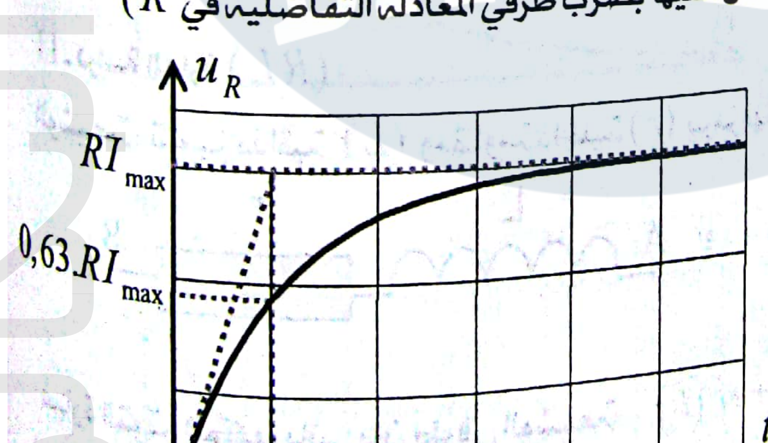
$$\frac{du_R}{dt}+\frac{1}{\tau}u_R=\frac{R.E}{L}$$

ـ حل المعادلة التفاضلية:

$$u_R(t)=Ri(t)$$

$$u_R(t)=R.\frac{E}{R+r}(1-e^{-t/\tau})$$

$$u_R(t)=u_{R\,max}(1-e^{-t/\tau})$$



ـ ثابت الزمن τ :

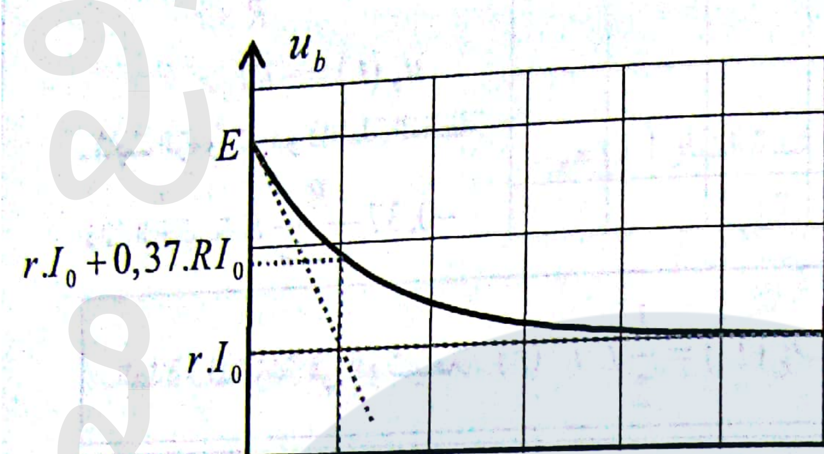
هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,63R.I_{max}$



03.المعادلة التفاضلية لـ: u_b

$$\frac{du_b(t)}{dt}+\frac{u_b(t)}{\tau}=\frac{r.E}{L}$$

العبارة الزمنية لـ: u_b



$$u_b(t)=E-u_R$$

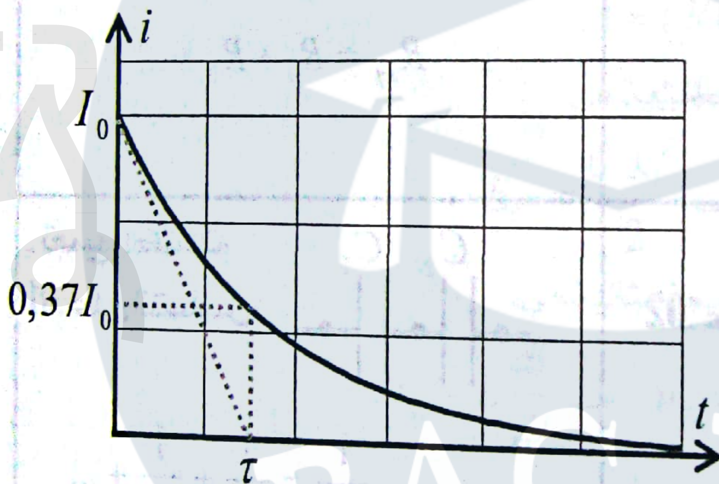
$$u_b(t)=\frac{E.r}{R+r}+\frac{R.E}{R+r}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_b(t)=r.I_0+I_0R\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

-ثابت الزمن τ : هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $r.I_0+0,37.RI_0$

أو هو فاصلة نقطة تقاطع المماس عند المبدأ و المستقيم المقارب $r.I_0$

-حالة فتح القاطعة:



01.المعادلة التفاضلية لـ: i

$$\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=0$$

-حل المعادلة التفاضلية:

$$i(t)=I_0e^{-t/\tau}$$

-ثابت الزمن τ :

هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37I_0$.

02.المعادلة التفاضلية لـ: u_R

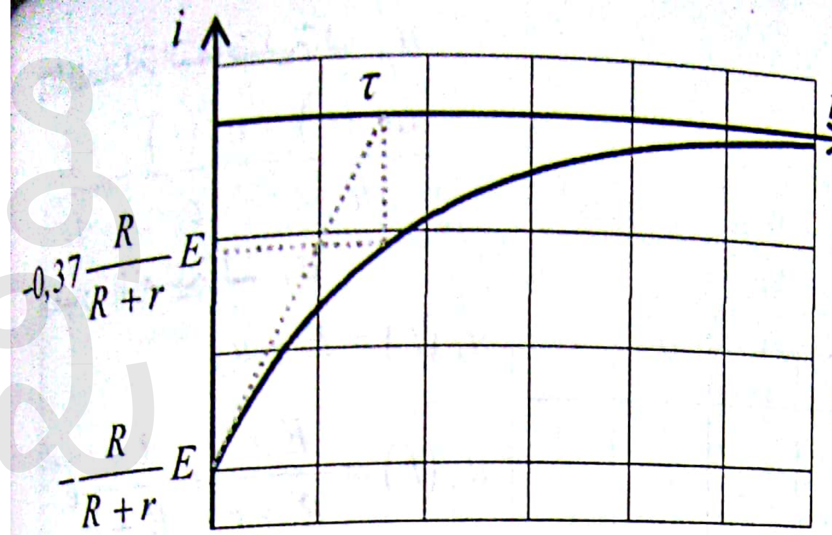
$$\frac{du_R}{dt}+\frac{u_R}{\tau}=0$$

-حل المعادلة التفاضلية:

$$u_R(t)=Ri(t)=R\frac{E}{R+r}e^{-t/\tau}$$

$$u_R(t)=RI_0e^{-t/\tau}$$

-ثابت الزمن τ :هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $0,37.RI_0$



03ـ العبارة الزمنية لـ u_b:

$$u_b(t) = -u_R(t)$$

$$u_b(t) = -\frac{R}{R+r}E.e^{-t/\tau}$$

$$u_b(t) = -RI_0.e^{-t/\tau}$$

ـ ثابت الزمن τ: هو فاصلة النقطة ذات الترتيبة $-0,37\frac{R}{R+r}E$

ـ الطاقة المخزنة في الوشيعة: $E(L) = \frac{1}{2}L.i^2(t)$ و تقدر الطاقة بوحدة الجول (J)

ـ تجميع المقاومات: **01ـ على التسلسل:** R_2 R_1 $R_{eq} = R_1 + R_2 + ...$	**02ـ على التفرع:** R_1 R_2 $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ...$
ـ تجميع المكثفات: **01ـ على التسلسل:** C_2 C_1 $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...$	**02ـ على التفرع:** C_1 C_2 $C_{eq} = C_1 + C_2 + ...$
ـ تجميع الوشائع: **01ـ على التسلسل:** L_2 L_1 $L_{\acute{e}q} = L_1 + L_2 + ...$	**02ـ على التفرع:** L_1 L_2 $\frac{1}{L_{\acute{e}q}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + ...$

ملاحـــــظات:

ـ تتصرف المكثفة كقاطعة مفتوحة عند بلوغ النظام الدائم $(i = 0)$

ـ تتصرف الوشيعة كناقل أومي في حالة النظام الدائم $(u_L = r.I_0)$ لأن: $\frac{di}{dt} = 0$

تمارين حول: دراسة ظواهر كهربائية

التمرين 01:

- اختر الجواب الصحيح لكل سؤال:

1. العلاقة بين شحنة المكثفة (q) وشدة التيار (i) هي:

أ- $i = dq.dt$ ب- $i = \frac{dq}{dt}$ جـ- $i = \frac{d^2q}{dt^2}$.

2. العلاقة بين شحنة المكثفة (q) والتوتر u_c هي:

أ- $q = \frac{du_c}{dt}$ ب- $q = C\,u_C$ جـ- $q = C\,u_C^2$.

3. عبارة ثابت الزمن للدارة RC هي:

أ- $\tau = RC^2$ ب- $\tau = RC$ جـ- $\tau = (RC)^2$.

4. عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة هي:

أ- $E_C = \frac{1}{2}C\,u_c$ ب- $E_C = C\,u_C^2$ جـ- $E_C = \frac{C\,u_C^2}{2}$.

5. عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي وشيعة مثالية هي:

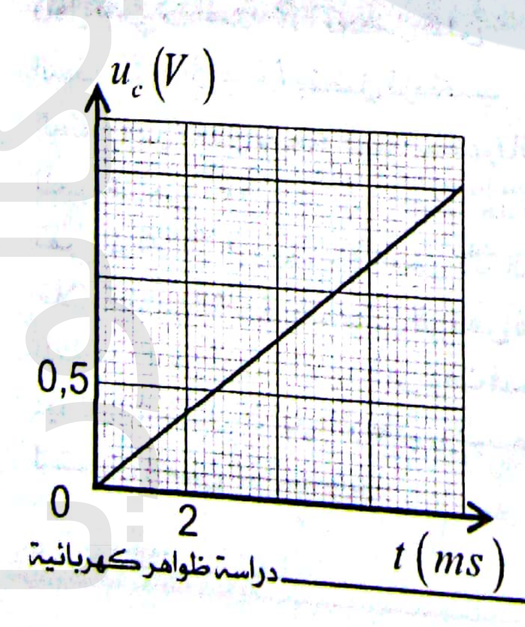
أ- $u_L = L\frac{di}{dt} + r.i$ ب- $u_L = L\frac{du_L}{dt}$ جـ- $u_L = L\frac{di}{dt}$.

6. عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة هي:

أ- $E_L = \frac{1}{2}L.i$ ب- $E_L = \frac{1}{2}L.i^2$ جـ- $E_L = \frac{1}{2}L^2.i$.

التمرين 02:

- تشحن مكثفة بمولد للتيار شدته $I = 0,95mA$، و تسجل تغيرات التوتر u_c بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن، فتحصلنا على بيان الشكل-1.

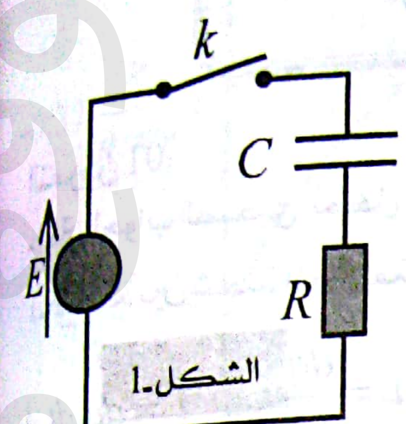


1. اكتب العلاقة التي تربط بين q، I و t.
2. جد معادلة البيان $u_c = g(t)$.
3. استنتج سعة المكثفة.

التمرين 03:

-يتألف التركيب التجريبي المبين في الشكل1، من مولد توتر E ، ناقل أومي R ، مكثفة C غير مشحونة و قاطعة k

عند اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة k.



1-بين على مخطط الدارة الكهربائية اتجاه التيار i و التوترين u_c و u_R.

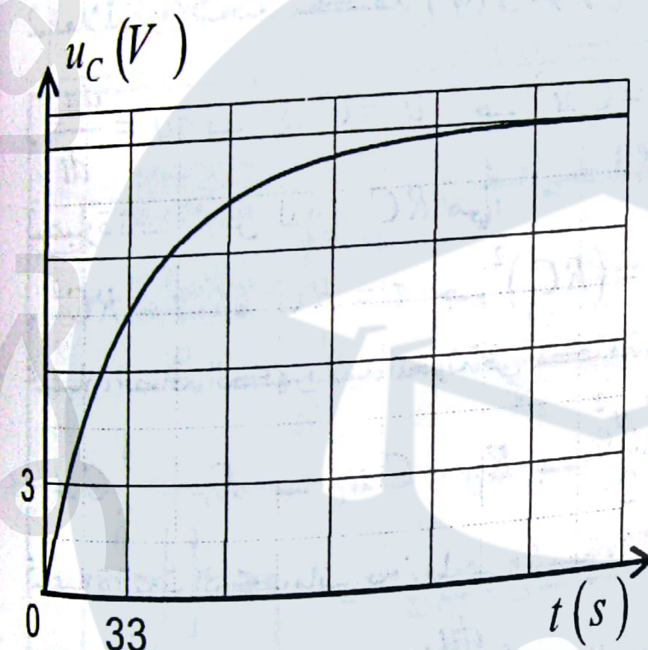
2-أعط العلاقة التي تربط بين E ، u_c و u_R.

3-عبر عن u_R بدلالة R و i ثم عن i بدلالة C و $\frac{du_c}{dt}$

4-استنتج المعادلة التفاضلية للتوتر u_c.

5-تحقق أن: $u_c(t)=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

6-استنتج العبارة اللحظية لـ: $i(t)$ و $q(t)$.



7-بواسطة نظام معلوماتي مناسب تمكنا من رسم المنحنى البياني $u_c=f(t)$ المبين في الشكل2، بالاعتماد عليه حدد:

أ-القوة الكهربائية المحركة للمولد E

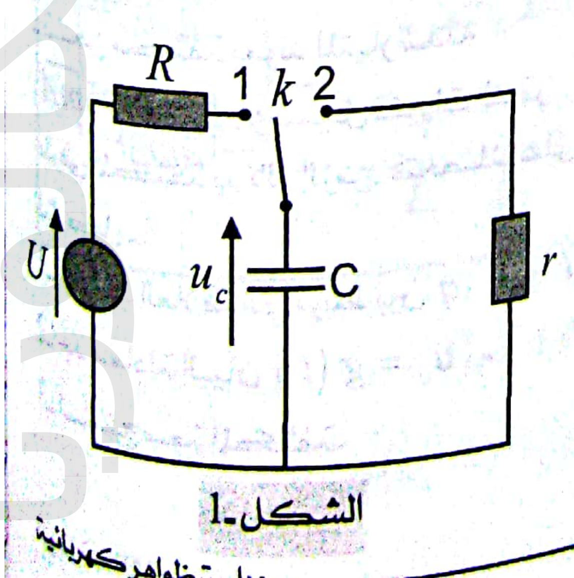
ب-ثابت الزمن τ.

جـ-مدة كل من: النظام الانتقالي و النظام الدائم.

التمرين 04:

نقرأ على لصيقة آلة تصوير العبارات التالية (احذر-خطر-تفادي تفكيك الآلة)، يرتبط هذا التنبيه بوجود مكثفة في علبة آلة التصوير، الذي يتم شحنه تحت توتر $U=300V$، عبر ناقل أومي مقاومته R. نحصل على التوتر $U=300V$ بفضل تركيب إلكتروني مغذى بعمود قوته الكهربائية المحركة هي $E=1,5V$، وعند أخذ الصورة تفرغ المكثفة عبر مصباح وامض لآلة التصوير خلال جزء من الثانية، فتمكن الوامض ذي المقاومة r من إضاءة شديدة في وقت قصير جدا.

-يمثل الشكل المقابل التركيب المبسط لتشغيل وامض آلة التصوير.



معطيات: سعة المكثفة هي: $C = 120\mu F$ ، $U = 300V$.

1. عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع (1) فتشحن المكثفة عبر ناقل أومي مقاومته R، تحت التوتر $U = 300V$.

1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$ تكتب على الشكل:

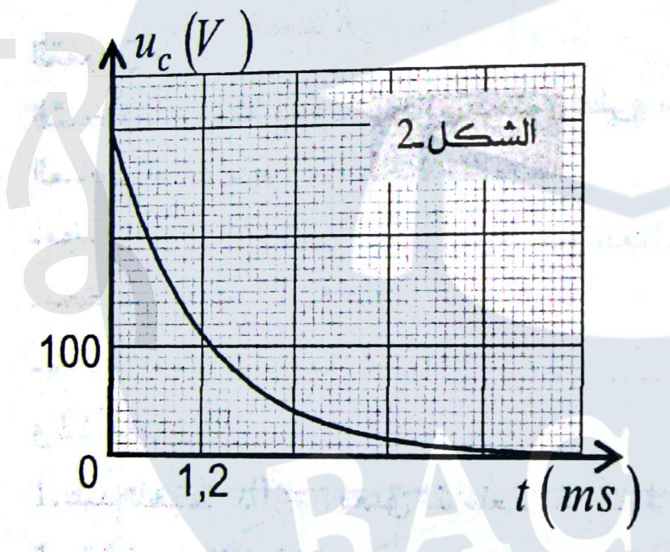
$u_c + \tau \frac{du_c}{dt} = U$، ثم استنتج عبارة ثابت الزمن τ.

2.1. تحقق أن حل المعادلة التفاضلية هو: $u_c(t) = U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

3.1. حدد قيمة u_c في النظام الدائم.

4.1. أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في النظام الدائم.

5.1. يتطلب الاشتعال العادي للمصباح الوامض طاقة كهربائية محصورة بين $5J$ و $6J$، هل يمكن شحن المكثفة مباشرة بواسطة العمود الكهربائي ذي القوة المحركة الكهربائية $E = 1,5V$؟.



2. نغير موضع البادلة إلى الوضع (2) عند لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة $(t = 0)$، فتفرغ المكثفة عبر المصباح الوامض الذي له مقاومة كهربائية r. نسجل بواسطة راسم اهتزاز مهبطي تغيرات التوتر u_c بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن فنحصل على المنحنى البياني الممثل في الشكل-2.

1.2. ارسم بعناية الدارة الكهربائية لتفريغ المكثفة مبينا عليها كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي.

2.2. عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لدارة التفريغ.

3.2. استنتج قيمة مقاومة المصباح الوامض r.

التمرين 05:

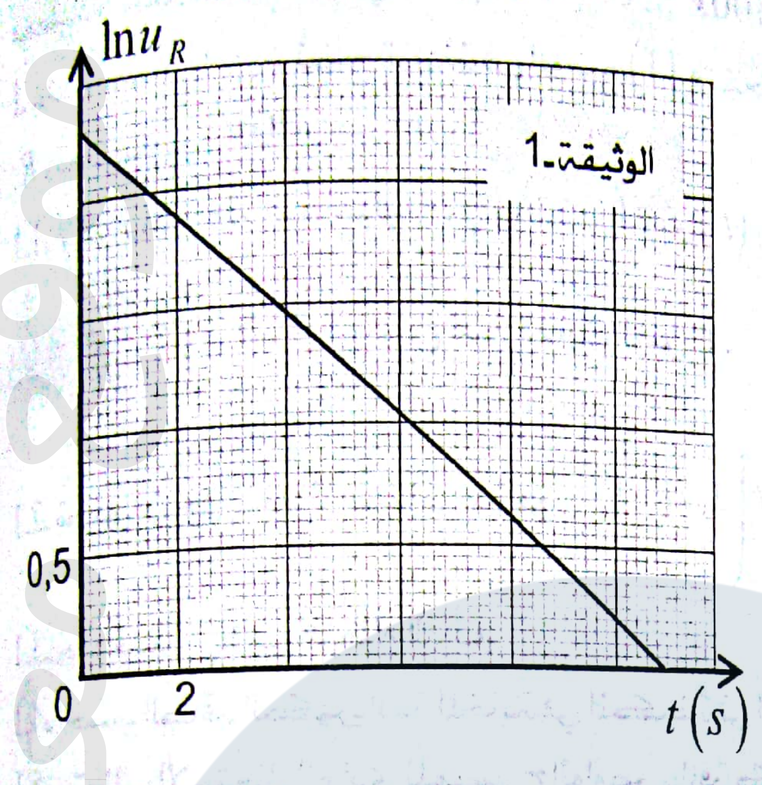
قصد شحن مكثفة مفرغة سعتها C، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 10V$، و ناقل أومي مقاومته $R = 1k\Omega$، وقاطعة K.

1. أرسم الدارة الكهربائية الموافقة مبينا عليها جهة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة واتجاه التوترات E ، u_R ، u_C.

2. بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_R(t)$.

3. إن حل المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_R(t)$ هي: $u_R(t) = ae^{-bt}$.



- عبر عن كل من a و b بدلالة E و R و C.

4. أ- بين أنه يمكن كتابة $\ln u_R = \alpha + \beta t$، يطلب إعطاء عبارة كل من α و β. بدلالة كل من E و τ حيث τ ثابت الزمن.

ب- سمح برنامج مناسب برسم البيان $\ln u_R = f(t)$ (الوثيقة -1)، أكتب معادلة المستقيم الموافق لهذا البيان.

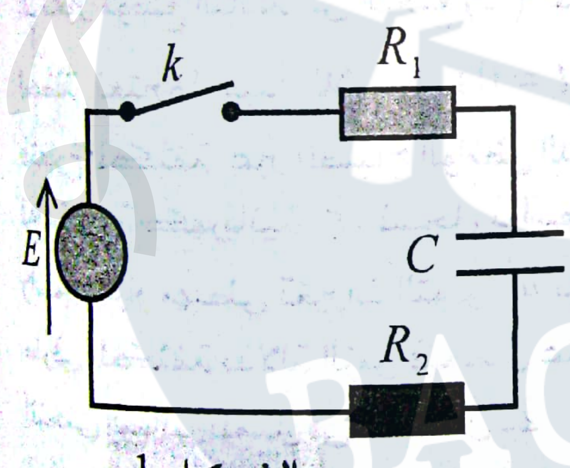
جـ- إستنتج سعة المكثفة C.

5. إذا تم شحن المكثفة السابقة بنفس المولد، وباستعمال مقاومة $R' = \dfrac{R}{2}$ هل يتغير بيان الوثيقة -1؟ علل.

التمرين 06:

الشكل-1- يمثل دارة كهربائية تحتوي على العناصر الكهربائية التالية:

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت E.
- مكثفة سعتها C، - قاطعة k.
- ناقلان أوميان مقاومتهما $R_1 = 1K\Omega$ و $R_2 = 4K\Omega$.



الشكل-1

1. عند اللحظة $t = 0s$ نغلق القاطعة k، أعط العبارة الحرفية للتوترات: u_{R_1}، u_{R_2}، u_C بدلالة الشحنة $q(t)$.

2. بتطبيق قانون جمع التوترات، بين أنه يمكن كتابة المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة $q(t)$ على الشكل:

$$\frac{dq(t)}{dt} + aq(t) + b = 0$$

، مع إعطاء عبارة كل من a و b بدلالة R_1, R_2, C, E.

3. علما أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل $q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})$، جد عبارة الثابتين α و β.

4ـ الشكل ـ2ـ يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$:

بالاعتماد على بيان الشكل ـ2ـ جد قيمة كل من:

أـ ثابت الزمن τ. ب ـ سعة المكثفة C.

جـ ـ التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E.

التمرين 07:

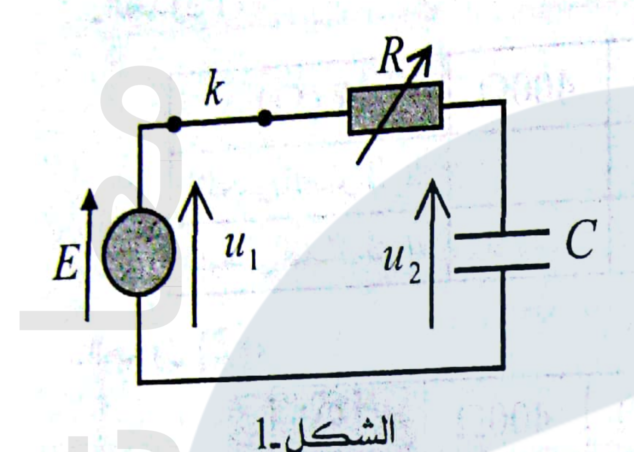
لمعرفة سعة مكثفة مجهولة نستعمل الأجهزة التالية:

ـ مولد للتوتر المستمر قوته الكهربائية المحركة: $E = 20V$.

ـ علبة مقاومات متغيرة، مكثفة سعتها C مجهولة.

ـ جهاز حاسوب موصول بالدارة من أجل تسجيل تغير التوترات و التيار بدلالة الزمن.

ـ أسلاك التوصيل و قاطعة k.

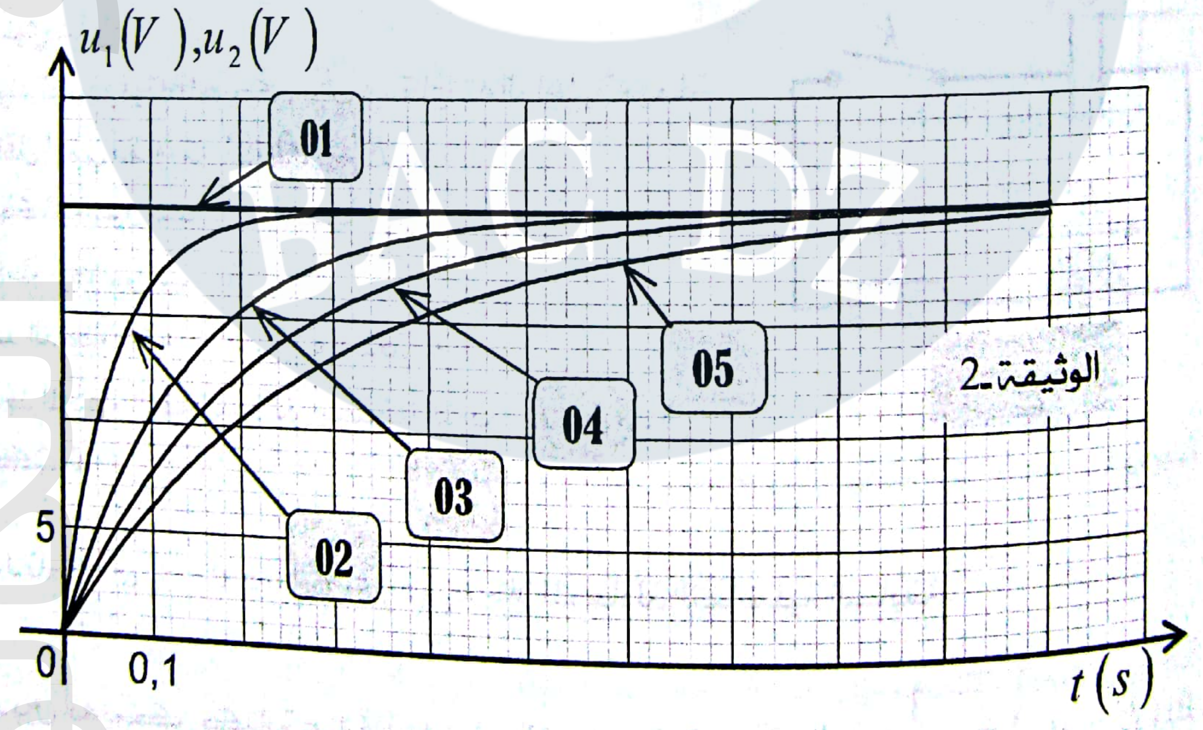


الشكل ـ1

تركيب الدارة RC موضح في الشكل ـ1ـ.

ـ بواسطة الحاسوب نسجل تغيرات التوترين u_1 و u_2 بدلالة الزمن انطلاقا من لحظة غلق القاطعة k، والتي نعتبرها مبدأ للأزمنة $t = 0$.

ـ المنحنيات المحصل عليها من أجل قيم مختلفة للمقاومة R مبينة في الوثيقة ـ2.



1ـ اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u_2، و بين أنها تقبل حلا من الشكل:

$$u_2(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

نفس الرقم يمكن أن يظهر عدة مرات).

2. املأ الجدول (1) واضعا في كل خانة رقم المنحنى الموافق (

3. املأ الجدول (2)، مع تحديد بيانيا ثابت الزمن τ الموافق لشحن المكثفة عندما $R = 1600\Omega$.

4. أرسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات τ بدلالة R.

- استنتج سعة المكثفة C، مبينا الطريقة المتبعة.

- الجدول (1):

$R(\Omega)$	400Ω	800Ω	1200Ω	1600Ω
المنحنى الممثل لـ u_1				
المنحنى الممثل لـ u_2				

- الجدول (2):

$R(\Omega)$	400Ω	800Ω	1200Ω	1600Ω
$\tau(s)$	0,06	0,14	0,21	.....

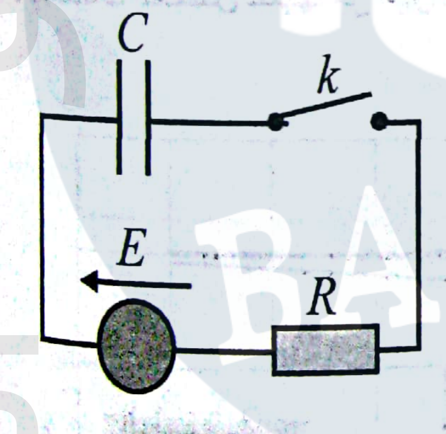
التمرين 08:

- ننجز الدارة الكهربائية والممثلة في الشكل-1 والتي تحتوي على:

- مولد للتوتر قوته المحركة E، ومقاومته الداخلية مهملة.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$.
- مكثفة غير مشحونة وسعتها C.
- قاطعة كهربائية k.

عند اللحظة $t = 0$، نغلق القاطعة k.

1. جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c بين طرفي المكثفة.



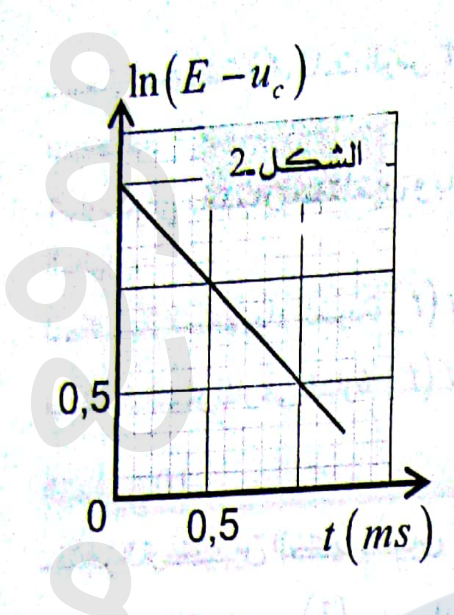
الشكل-1

2. أ. تأكد أن $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

ب. بين أنه يمكن كتابة عبارة الحل على الشكل التالي: $\ln(E - u_c) = -\frac{1}{\tau}t + \ln E$.

3. يعطى المنحنى الممثل في الشكل-2 تغيرات المقدار $\ln(E - u_c)$ بدلالة الزمن t. باستغلال البيان جد E و τ، ثم استنتج سعة المكثفة C.

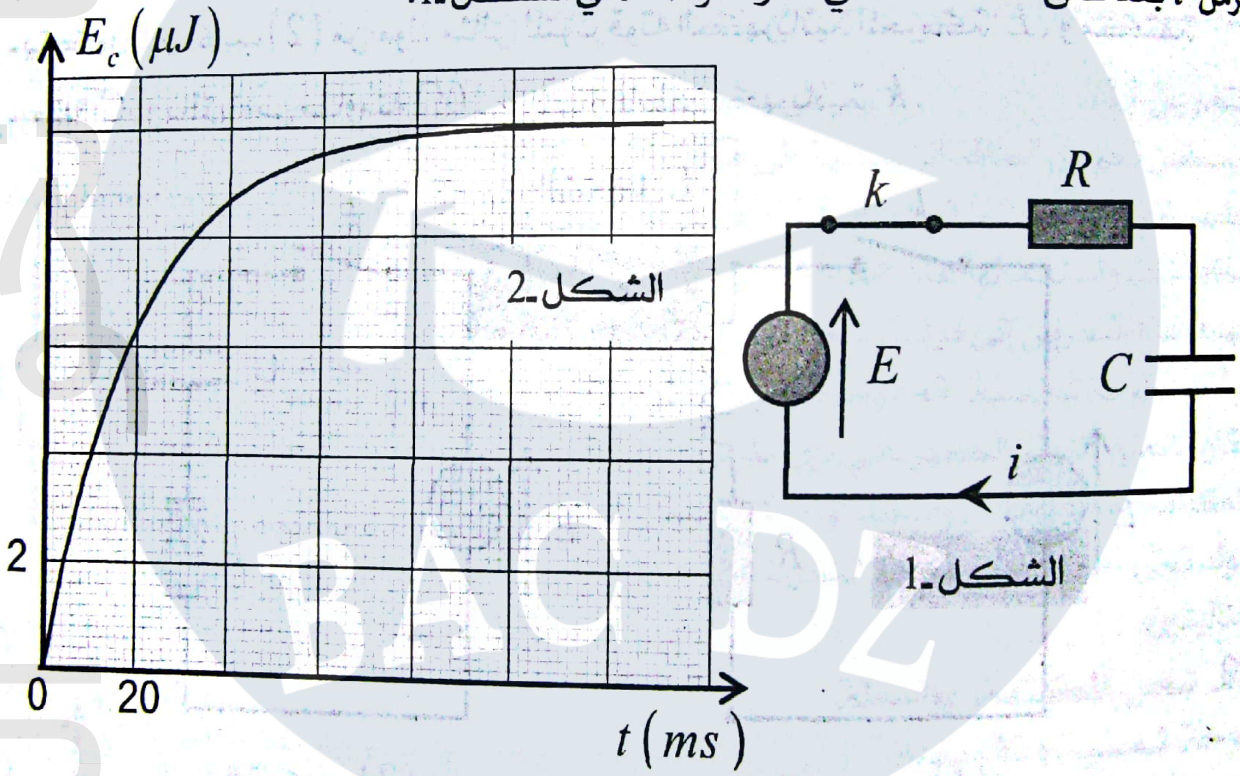
4ـ نرمز بـ E_c للطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$، و نرمز بـ $E_{c.max}$ الطاقة الأعظمية التي تخزنها المكثفة، أحسب النسبة $\frac{E_c}{E_{c.max}}$.



5ـ احسب سعة المكثفة C' التي يجب ربطها مع المكثفة السابقة في الدارة الكهربائية السابقة لكي يأخذ ثابت الزمن القيمة $\tau' = \frac{\tau}{3}$ مبررا كيفية ربطهما مع بعضهما البعض (تسلسل أو تفرع).

التمرين 09:

يوضح البيان المعطى جانبا (الشكل-2) تغيرات الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن t بعد غلق القاطعة k في الدارة الموضحة في الشكل-1.



1ـ بين أن المعادلة التفاضلية التي تعطي تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة من الشكل:

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{E}{RC}.$$

2ـ تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $u_c(t) = A\left(1 - e^{B.t}\right)$.

تأكد من ذلك و استنتج عبارة A و B.

3ـ أـ أعط العبارة اللحظية $E_C(t)$ للطاقة المخزنة بدلالة المقادير: t, R, C, E.

ب ـ علما أن التوتر بين طرفي المولد $E = 5V$، و اعتمادا على البيان استنتج قيم المقادير التالية:

ـ سعة المكثفة C، ثابت الزمن τ للدارة، مقاومة الناقل الأومي R، الشحنة العظمى التي تخزنها المكثفة Q_0.

4. أرسم في معلمين مختلفين و باستعمال سلم رسم مناسب تطور كل مقدار من المقدارين التاليين:

أ. كمية الكهرباء المخزنة $q(t)$ مع إعطاء عبارتها اللحظية.

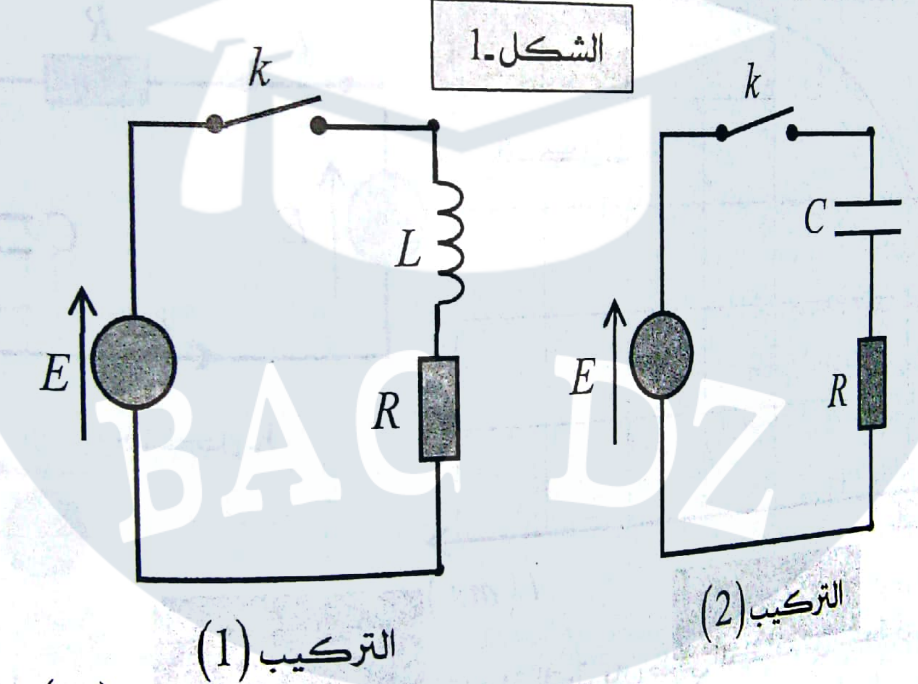
ب. شدة التيار المار في الدارة $i(t)$ مع إعطاء عبارته اللحظية.

التمرين 10:

ـ ننجز التركيبين الكهربائيين (1) و (2) المبينين في الشكل ـ1.

ـ يتكون التركيب (1) من: مولد مثالي للتوتر قوته الكهربائية المحركة E، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية مهملة، و ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$، و قاطعة كهربائية k.

ـ يتكون التركيب (2) من: مولد مثالي للتوتر قوته الكهربائية المحركة E، و مكثفة سعتها C، و ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$، و قاطعة كهربائية k.



التركيب (1)

التركيب (2)

$u_R(V)$

المنحنى (أ)

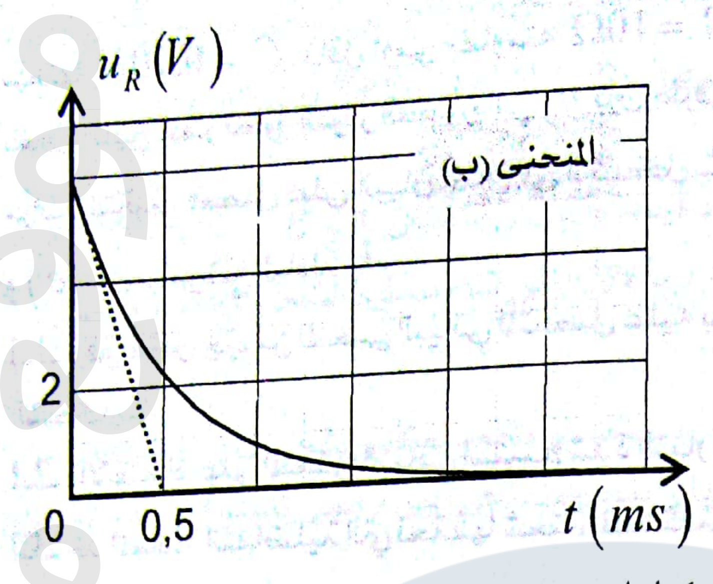
2

0

2

$t\,(ms)$

ـ عند اللحظة $t = 0$، نغلق القاطعة الكهربائية في كل تركيب و نعاين بواسطة جهاز ملائم التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي في كل تركيب، فتحصلنا على المنحنيين (أ) و (ب).



1. بين أن المنحنى (أ) يوافق التركيب التجريبي (1)، و المنحني (ب) يوافق التركيب التجريبي (2)، مع التعليل.

2. باستغلال المنحنى (أ):

أ. عين بيانيا قيمة القوة الكهربائية المحركة للمولد E، و ثابت الزمن τ.

ب. استنتج قيمة ذاتية الوشيعة.

3. باستغلال المنحنى (ب):

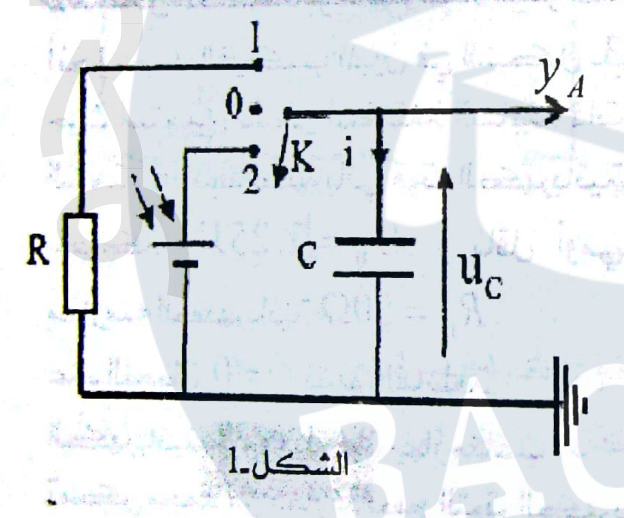
أ. جد قيمة سعة المكثفة C.

ب. عين اللحظة التي تشحن فيها المكثفة كليا.

4. أعط عبارة ثابت الزمن τ لكل دارة، ثم بين باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في نظام الوحدات الدولية SI.

5. احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة و المكثفة.

التمرين 11:



الشكل-1

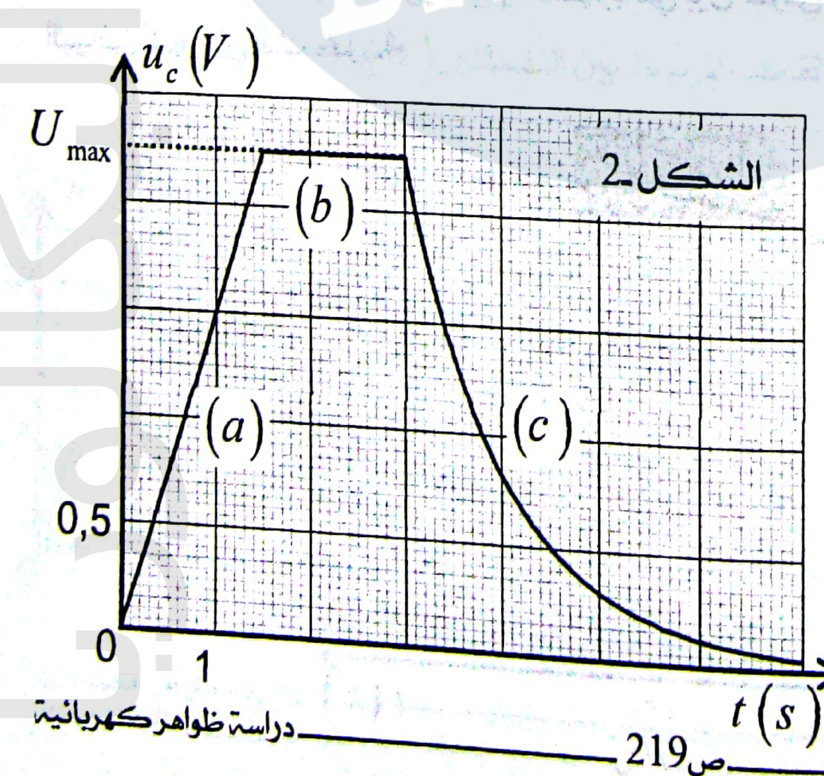
- يمكن تحويل الطاقة الشمسية إلى طاقة كهربائية، و تخزينها في بطاريات أو في مكثفات واستعمالها عند الحاجة.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة شحن مكثفة بواسطة لوحة شمسية، ثم بواسطة مولد توتر لمقارنة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة أثناء شحنها بواسطة لوحة شمسية و مولد توتر، أنجز عمر و محمد التجربتين التاليتين:

01. شحن المكثفة بواسطة لوحة شمسية و تفريغها:

تتصرف اللوحة الشمسية تحت ضوء الشمس كمولد يعطي تيارا كهربائيا شدته ثابتة $i = I_0$، ما دام التوتر بين طرفيها أصغر من القيمة العظمى $U_{max} = 2,25V$

- أنجز عمر التركيب الممثل في الشكل -1 و المتكون من لوحة شمسية، و مكثفة



سعتها $C = 0,10F$، ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$، و بادلة كهربائية k. و بواسطة جهاز معين عاين عمر تطور التوتر الكهربائي u_c بين طرفي المكثفة، مغيرا موضع البادلة k ثلاثة مرات متتالية، فحصل على البيان المبين في الشكل-2 و المتكون من ثلاثة أجزاء (a)، (b) و (c) حسب موضع البادلة k.

1.1- أرفق كل جزء من المنحنى البياني المتحصل عليه بموضع البادلة k الموافق له في الشكل-1.

2.1- بالاعتماد على المنحنى البياني استنتج شدة التيار الأعظمي I_0 أثناء عملية الشحن.

3.1- جد المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثفة $q(t)$.

- أثناء عملية التفريغ.

4.1- عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة أثناء عملية التفريغ هي:

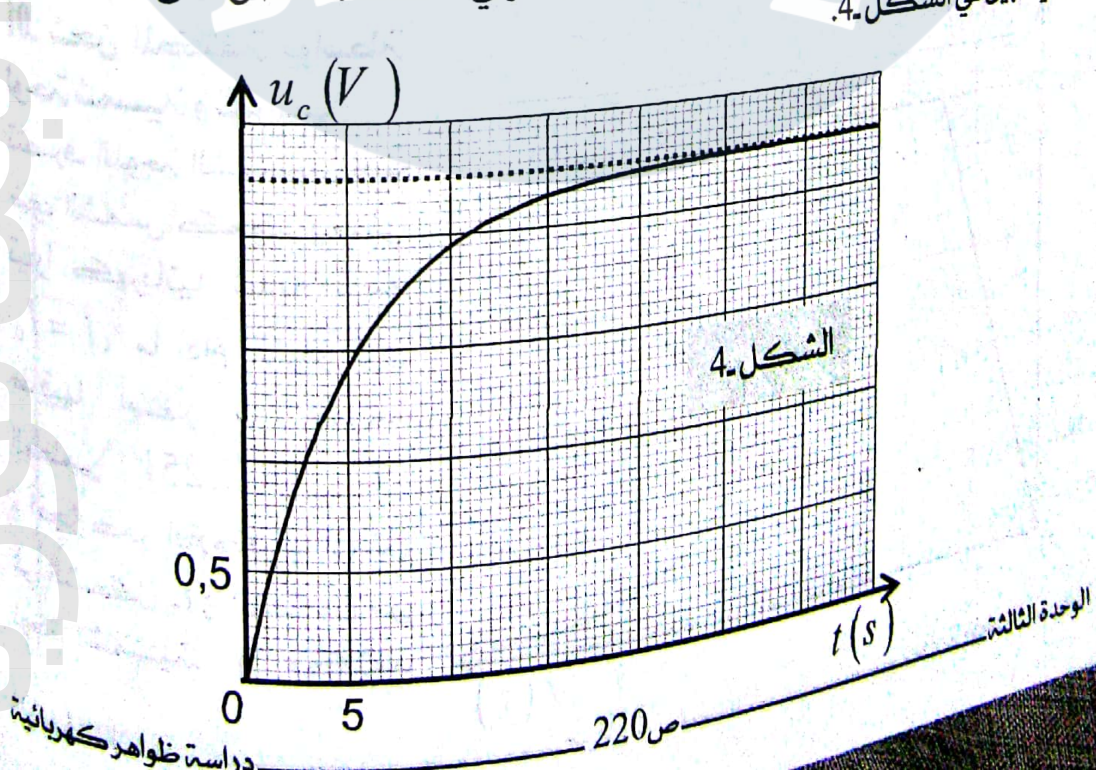
$u_c = U_{max} e^{-(t-3)/\tau}$ حيث τ ثابت الزمن للدارة المستعملة، استنتج العبارة اللحظية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$، ثم ارسم كيفيا المنحنى الممثل لتطور $i(t)$.

02- شحن المكثفة بواسطة مولد توتر E:

أنجز محمد التركيب المبين في الشكل-3 حيث استعمل لشحن المكثفة السابقة ذات السعة C، مولد كهربائي قوته الكهربائية المحركة $U_0 = 2,25V$، و ناقل أومي مقاومته الكهربائية $R_0 = 50\Omega$.

الشكل-3

عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة الكهربائية k. و بواسطة جهاز مناسب تمكن محمد من معاينة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة فحصل على المنحنى البياني المبين في الشكل-4.



الشكل-4

1.2- جد المعادلة التفاضلية للتوتر u_c أثناء عملية الشحن.

2.2- تقبل المعادلة التفاضلية حلا من الشكل: $u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + B$، حيث τ ثابت زمن الدارة الكهربائية المستعملة.

- بالاعتماد على منحنى الشكل-4، حدد قيمة كل من الثابتين A و B.

3.2- جد العبارة اللحظية لشدة التيار $i(t)$ بدلالة الزمن أثناء عملية الشحن، ثم ارسم كيفيا المنحنى الممثل لتطور $i(t)$.

4.2- أحسب قيمة المقاومة R'_0 التي يجب أن يستعملها محمد لكي يشحن المكثفة كليا خلال نفس المدة التي استغرقها الشحن الكلي للمكثفة في تجربة عمر، باعتبار أن مدة الشحن الكلي هي 5τ.

التمرين 12:

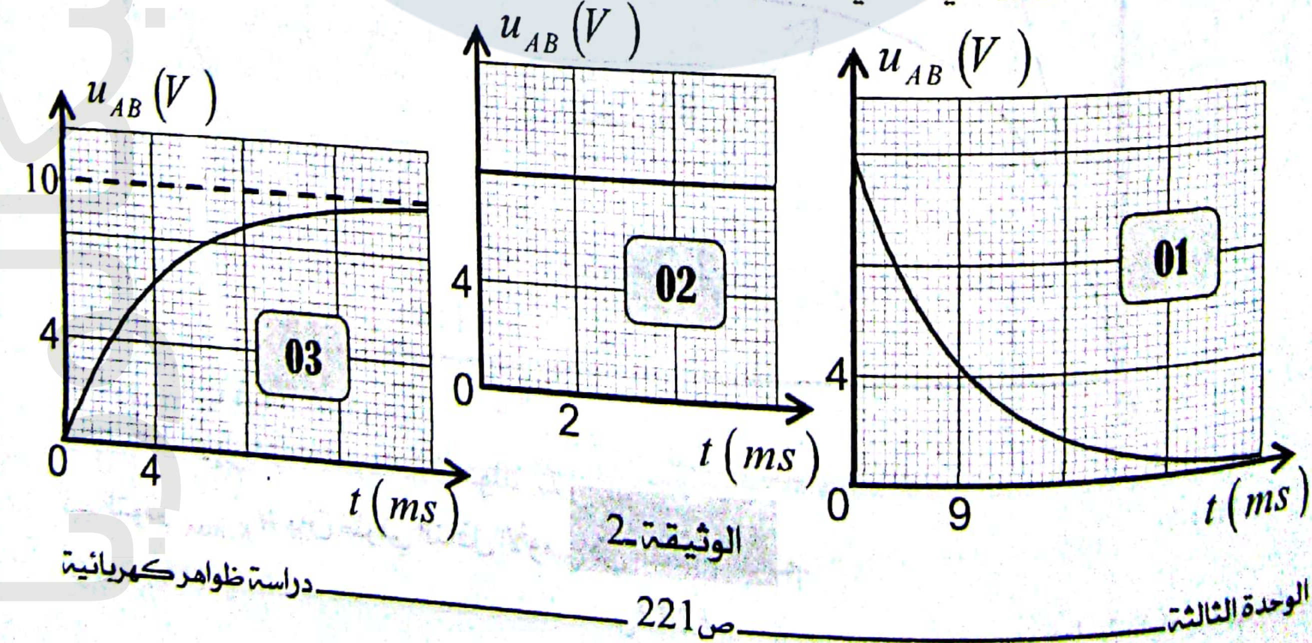
لتعيين طبيعة و مميزات ثلاثة ثنائيات أقطاب مجهولة و هي: ناقل أومي مقاومته R'، مكثفة سعتها C فارغة و وشيعة مقاومتها الداخلية r و ذاتيتها L. نربط في كل مرة أحد ثنائيات الأقطاب السابقة بين النقطتين (A) و (C) من دارة كهربائية تحتوي على التسلسل:

- ناقل أومي مقاومته $R = 25\Omega$، و مولد كهربائي ذو توتر كهربائي مستمر قوته المحركة الكهربائية E (الشكل-1).

الشكل-1

- توصل الدارة الكهربائية براسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة فيمكننا من إظهار المنحنى $u_{AB} = f(t)$ على شاشته فنحصل في كل مرة على أحد المنحنيات $(1),(2),(3)$ المبينة في الوثيقة-2.

1- أرفق بكل منحنى بياني ثنائي القطب المربوط بين النقطتين (A) و (C) الموافق له.



الوثيقة-2

2. اعتمادا على المنحنيات البيانية استنتج ما يلي:

أ. قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد E.

ب. قيمة المقاومة R'.

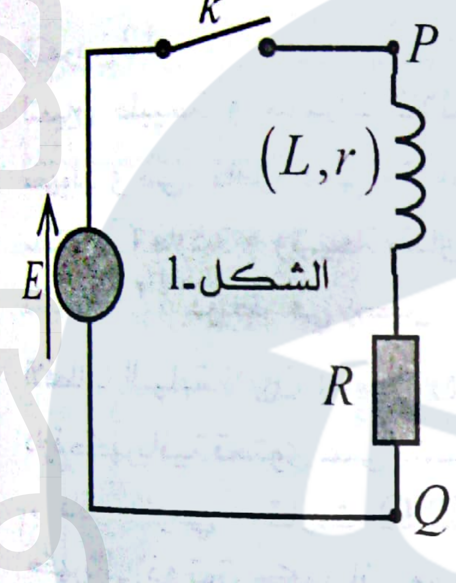
جـ. قيمة سعة المكثفة C.

د. قيمة المقاومة الداخلية r و ذاتية الوشيعة L.

3. أحسب الطاقة المخزنة في كل من المكثفة و الوشيعة في النظام الدائم.

4. نريد جعل زمن شحن المكثفة هو نفسه زمن وصول التيار في الوشيعة إلى نظامه الدائم، فمن أجل ذلك نظيف للمكثفة C مكثفة أخرى سعتها C' بين طريقة ربطها و ما هي قيمتها؟

التمرين 13:

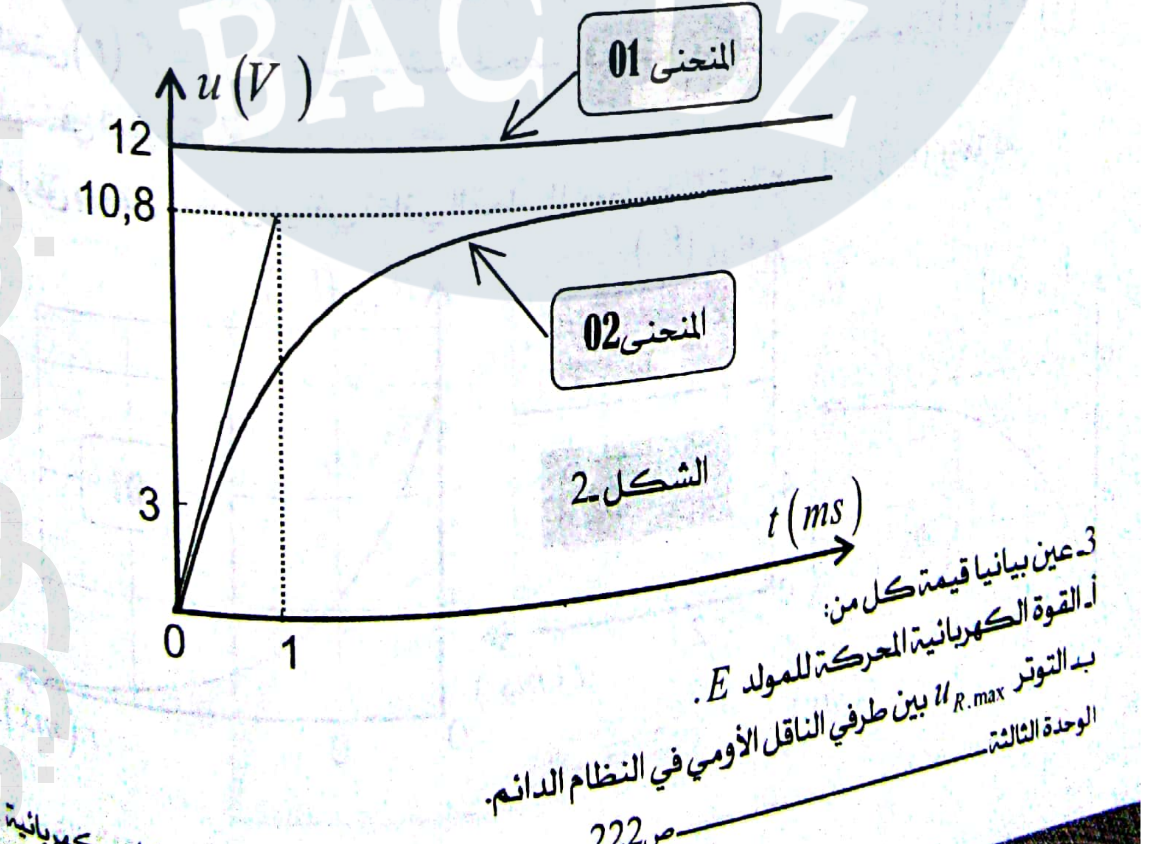


لتحديد المقدارين المميزين لوشيعة (معامل التحريض L، و المقاومة الداخلية r)، أنجز التلاميذ التركيب التجريبي المبين في الشكل-1.

عند اللحظة $t = 0$، تم إغلاق القاطعة k و بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذو ذاكرة، تم تتبع تطورات التوتر $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي، ذي المقاومة $R = 100\Omega$، و التوتر u_{PQ} بين طرفي مولد التوتر الكهربائي ذي القوة الكهربائية المحركة E، فتم الحصول على المنحنيين **01** و **02** الممثلين في الشكل-2.

1. مثل على مخطط الدارة الكهربائية كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي.

2. بين أن المنحنى 2 يمثل تطور التوتر $u_R(t)$.



3. عين بيانيا قيمة كل من:

أ. القوة الكهربائية المحركة للمولد E.

ب. التوتر $u_{R.\max}$ بين طرفي الناقل الأومي في النظام الدائم.

جـ- ثابت الزمن τ.

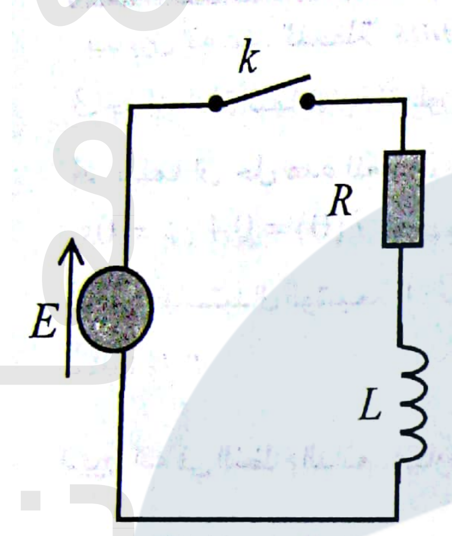
4- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

5- بين أن عبارة r هي: $r = R\left(\frac{E}{u_{R.\max}} - 1\right)$، ثم أحسب قيمتها.

6- تحقق أن قيمة معامل تحريض الوشيعة هو: $L \approx 111mH$

التمرين 14:

نحقق الدارة الكهربائية المبينة في الشكل-02- و التي تحتوي على:



الشكل-1

- ناقل أومي مقاومته $R = 50\Omega$.
- وشيعة (B_1) ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية مهملة.
- مولد ذو توتر ثابت E، و قاطعة k.

1- عند اللحظة $t = 0s$ نغلق القاطعة k:

فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيين (1) و (2) المثلين في الشكل-2.

$u(V)$

المنحني 02

المنحني 01

1

0

10

$t(ms)$

الشكل-2

- بين على مخطط الدارة المبين في الشكل-1 :

أ- جهة التيار الكهربائي، و التوترين u_L و u_R.

ب- كيف تم ربط الدارة الكهربائية براسم الإهتزاز المهبطي من أجل مشاهدة المنحنيين (1) و (2) الممثلين في الشكل-2.

2. أ- استنتج بيانيا التوتر $u_{(B_1)}$ بين طرفي الوشيعة (B_1) عند اللحظة $t = 10ms$، ثم u_R التوتر بين طرفي الناقل الأومي.

ب- بين أنه عند اللحظة $t = 100ms$، شدة التيار المار في الدارة الكهربائية $I_0 = 0,12A$.

3- جد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$.

4- علما أن حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + B.e^{-t/\alpha}$، و عند اللحظة $t = 0s$، $i(0) = 0A$ جد عبارة الثوابت A، B و α بدلالة E، L و R.

5- نقوم باستبدال الوشيعة (B_1) بوشيعة أخرى (B_2) لها نفس الذاتية L و لها مقاومة داخلية $r = 10\Omega$.

أ- بين أنه في النظام الدائم ،عبارة التوتر $u(B_2)$ تعطى بالعلاقة: $u_{(B_2)} = \dfrac{r.E}{(R+r)}$

ب- أرسم كيفيا المنحني $u_{(B_2)} = f(t)$

التمرين 15:

نريد معرفة سلوك وشيعة ذاتيتها L، و مقاومتها الداخلية r، لذلك نشكل دارة كهربائية تتكون من الوشيعة على التسلسل مع مولد قوته المحركة الكهربائية ثابتة $E = 12V$ وناقل أومي مقاومته $R = 12\Omega$ وقاطعة K.

1- أرسم مخطط الدارة الكهربائية.

2- نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0s$، بين على المخطط:

أ- الجهة الاصطلاحية للتيار الكهربائي والأسهم الممثلة للتوترات الكهربائية بين كل ثنائي قطب: u_L، u_R، E.

ب- كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي لمعاينة التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي.

3- جد المعادلة التفاضلية التي تعطي التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي.

$u_R(V)$

الوثيقة 3

2

0

2

$t(ms)$

4. علما أن المعادلة التفاضلية الناتجة تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = A(1-e^{-t/B})$ حلا لها ما هو المدلول الفيزيائي للثابتين A و B.

5. بالاعتماد على المنحني المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي و المعطى بالوثيقة-1 استنتج:

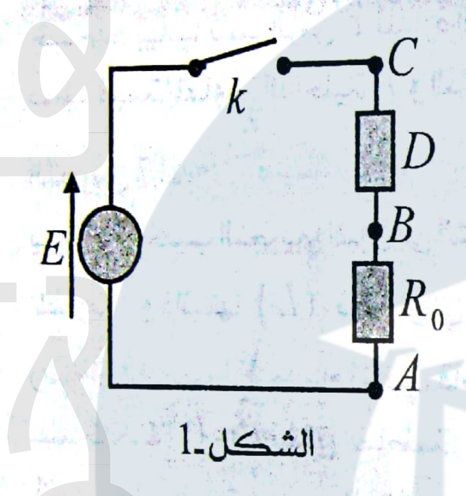
أ. قيمتي الثابتين A و B.

ب. المقاومة الداخلية للوشيعة r و ذاتيتها L.

6. أكتب عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة بدلالة الزمن t، واستنتج قيمتها عند اللحظة $t = 14ms$.

7. جد قيمة $u_L(t)$ عند اللحظات 0، τ، 5τ، ثم مثل المنحني $u_L = f(t)$.

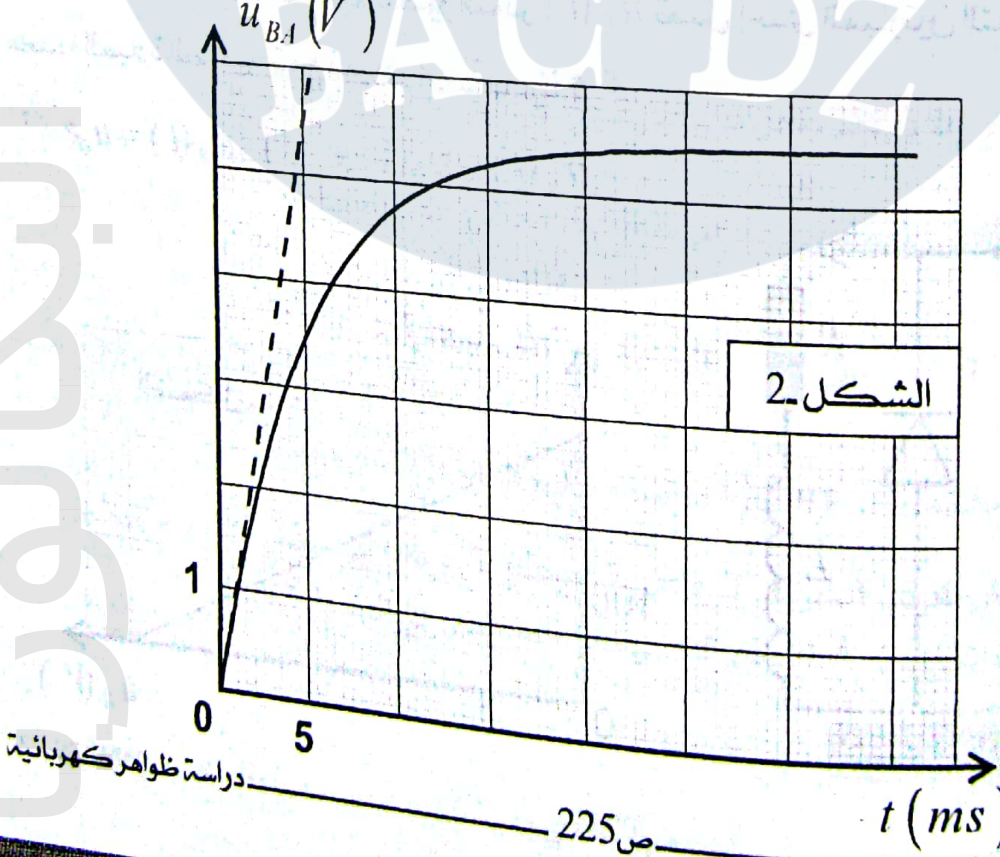
التمرين 16:



الشكل-1

- لتحديد طبيعة ثنائي قطب كهربائي D مجهول، و الذي يمكن أن يكون إما مكثفة سعتها C أو وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r. من أجل ذلك نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل المقابل و الذي يحتوي على العناصر الكهربائية التالي: مولد للتوتر الكهربائي قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$، مقاومة كهربائية $R_0 = 100\Omega$، و ثنائي القطب الكهربائي المجهول D و قاطعة كهربائية k، مربوطة على التسلسل.

1- عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة الكهربائية k، و بالاستعانة براسم اهتزاز مهبطي مربوط بين طرفي المقاومة الكهربائية R_0، تحصلنا على المنحنى البياني $u_{BA} = f(t)$، المبين في الشكل-2.



راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على ... كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على

أ. انقل مخطط الدارة الكهربائية وبين عليه كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على المنحنى $u_{BA}=f(t)$، وبين عليه جهة التيار i.

ب. بالاعتماد على المنحنى $u_{BA}=f(t)$ بين أن ثنائي القطب الكهربائي D المجهول هو عبارة عن وشيعة.

2. أ. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر u_{BA} هي:

$$\frac{du_{BA}}{dt}+\frac{1}{\tau}u_{BA}=\frac{R_0}{L}E \quad \text{حيث} \quad \tau=\frac{L}{R_0+r}.$$

ب. تأكد أن: $u_{BA}=\frac{R_0}{R_0+r}E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

جـ. حدد بيانيا ثابت الزمن τ للدارة الكهربائية المدروسة.

د. جد قيمة المقاومة الداخلية r والذاتية L للوشيعة.

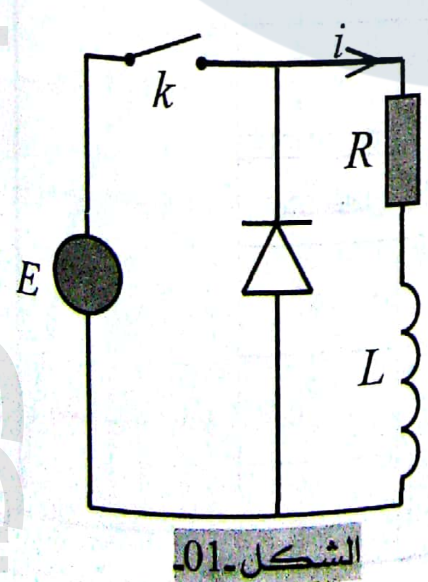
التمرين 17:

يبين التركيب التجريبي المبين في الشكل-01- دارة كهربائية تحتوي على وشيعة مهملة المقاومة، وذاتيتها (L)، ناقل أومي مقاومته $R=40\Omega$، مولد مثالي يعطي توتر ثابت E، راسم اهتزاز مهبطي، صمام ثنائي، قاطعة k.

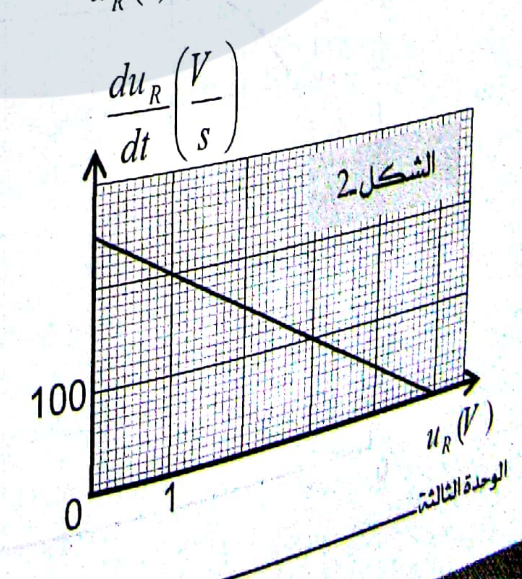
عند اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة، فيمر التيار الكهربائي كما هو موضح في الشكل-01-.

1. بين على الدارة الكهربائية اتجاه التوترات: $u_R(t), u_L(t), E$.
2. جد المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التيار $i(t)$.
3. استنتج المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_R(t)$.
4. تأكد أن المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_R(t)$ تقبل إحدى العبارتين التاليتين حلا لها محددا العبارة الصحيحة مع تعيين عبارتي u_0 و τ:

$$u_R(t)=u_0e^{-t/\tau} \quad , \quad u_R(t)=u_0(1-e^{-t/\tau})$$



الشكل-01-



5- يمثل البيان المعطى في الشكل -02- تغيرات المقدار $\frac{du_R(t)}{dt}$ بدلالة $u_R(t)$.

أ- أكتب العبارة البيانية الموافقة لهذا البيان.

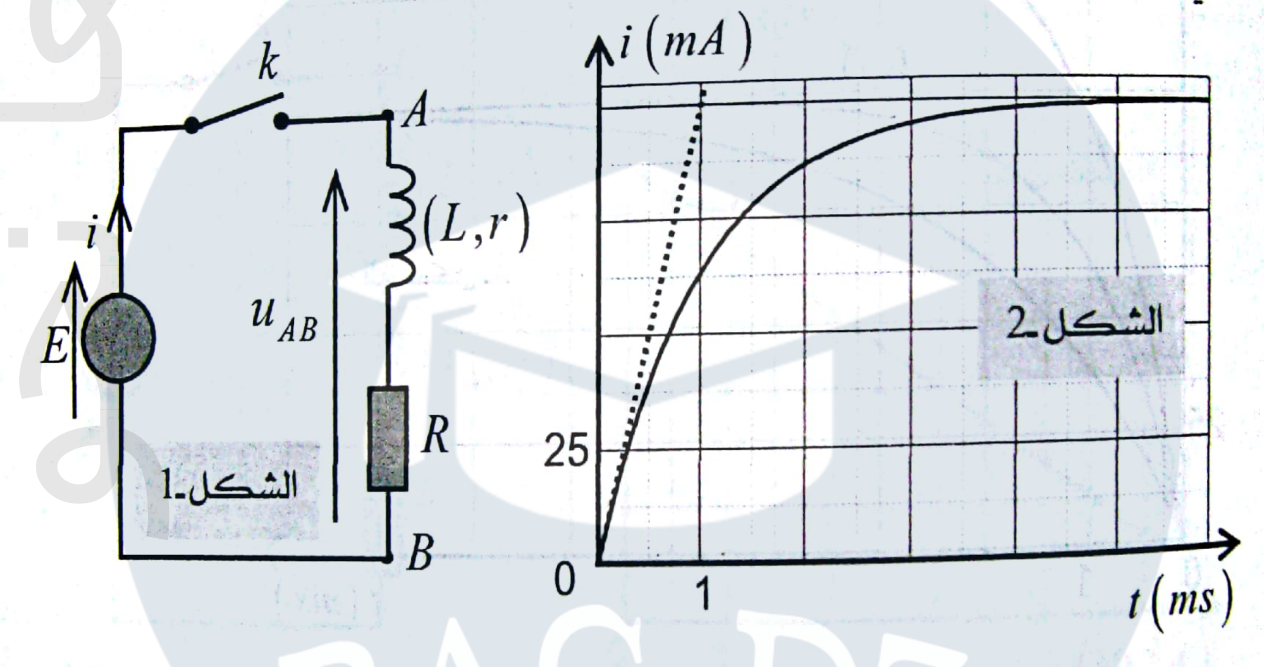
ب- استنتج من البيان كل من: τ , E , L.

التمرين 18:

نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل -1-، و ذلك لمتابعة تطور التيار الكهربائي المار في ثنائي القطب AB، المكون من ناقل أومي مقاومته R، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r. يطبق المولد الكهربائي المثالي توترا ثابتا $E = 6,0V$ بين طرفي ثنائي القطب AB.

1- نضبط المقاومة R عند القيمة $R = 50\Omega$، و نغلق القاطعة k عند اللحظة $t = 0$.

نسجل بواسطة جهاز ملائم تطور شدة التيار i المار في الدارة بدلالة الزمن فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل -2-.



أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة كل من: R, i, r, L.

ب- هل يتزايد أم يتناقص المقدار $L\frac{di}{dt}$ في النظام الانتقالي؟ علل إجابتك.

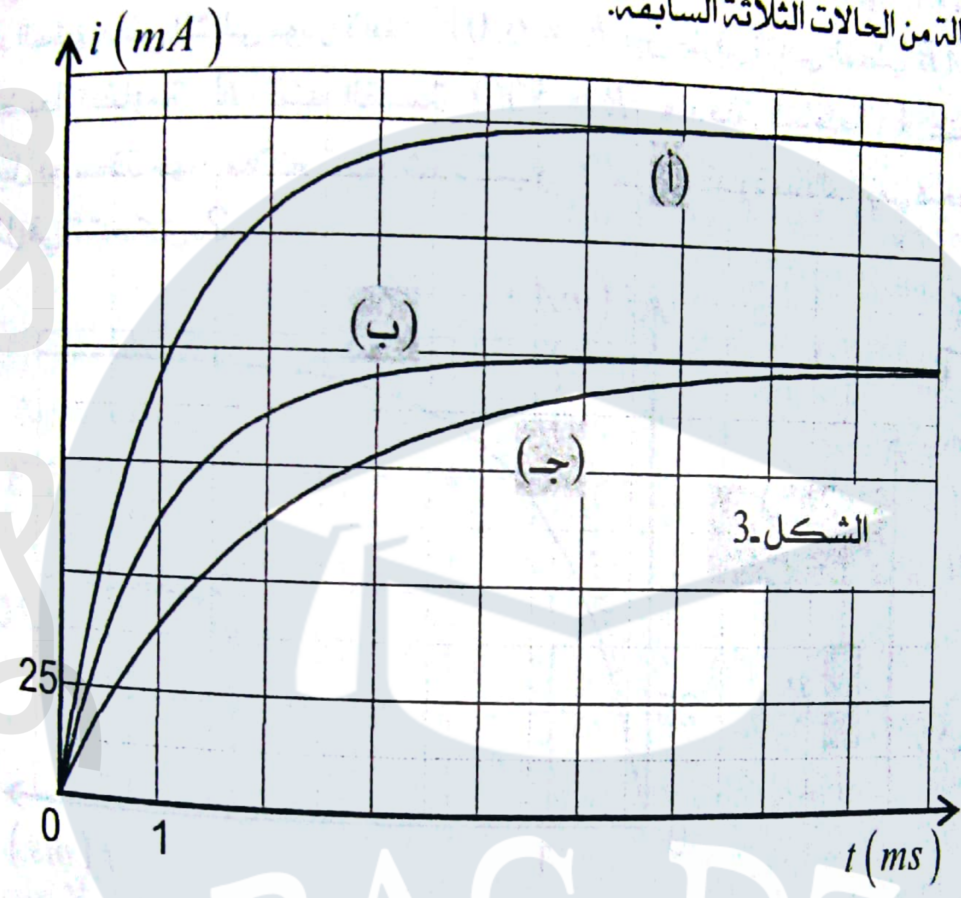
جـ- عبر عند اللحظة $t = 0$ عن $\frac{di}{dt}$ بدلالة E و L، ثم جد قيمة L.

د- أحسب قيمة $\frac{di}{dt}$ بالنسبة لـ $t \rangle 5ms$، واستنتج قيمة r.

2- نستعمل نفس التركيب التجريبي المبين في الشكل -1-، و نغير في كل حالة قيمة ذاتية الوشيعة L، وقيمة المقاومة R للناقل الأومي كما هو مبين في الجدول التالي:

الحالة	$L(H)$	$R(\Omega)$	$r(\Omega)$
الأولى	$L_1 = 6,0\times10^{-2}$	$R_1 = 50$	10
الثانية	$L_2 = 1,2\times10^{-1}$	$R_2 = 50$	10
الثالثة	$L_3 = 4,0\times10^{-2}$	$R_3 = 30$	10

-يعطى في الشكل-3 المنحنيات (أ)، (ب) و (جـ) التي تمثل تطور شدة التيار الكهرباني المارفي الدارة في كل حالة من الحالات الثلاثة السابقة.



أ-أرفق بكل حالة المنحنى البياني الموافق لها مع التعليل.

ب-نضبط المقاومة R_2 على القيمة R_2' لكي يكون لثابت الزمن نفس القيمة في الحالتين الثانية و الثالثة.

-عبر عن R_2' بدلالة r, R, L_3, L_2 ثم أحسب قيمتها.

التمرين 19:

نحقق دارة كهربائية تتكون من وشيعتين $b_1(L_1, r_1)$ ، $b_2(L_2, r_2)$، و ناقل أومي مقاومته $R = 90\Omega$ ، ومولد كهربائي للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ مقاومته الداخلية مهملة، و القاطعة k كما يوضحه الشكل-1.

-عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة k.

1-بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار i ، حاملات الشحنة، التوتر $u(b_1)$ و $u(b_2)$ والتوتر E.

2. أثبت أن الذاتية والمقاومة الداخلية للوشيعة المكافئة تعطي بالشكل التالي:
$$r = r_1 + r_2 \text{ و } L = L_1 + L_2$$

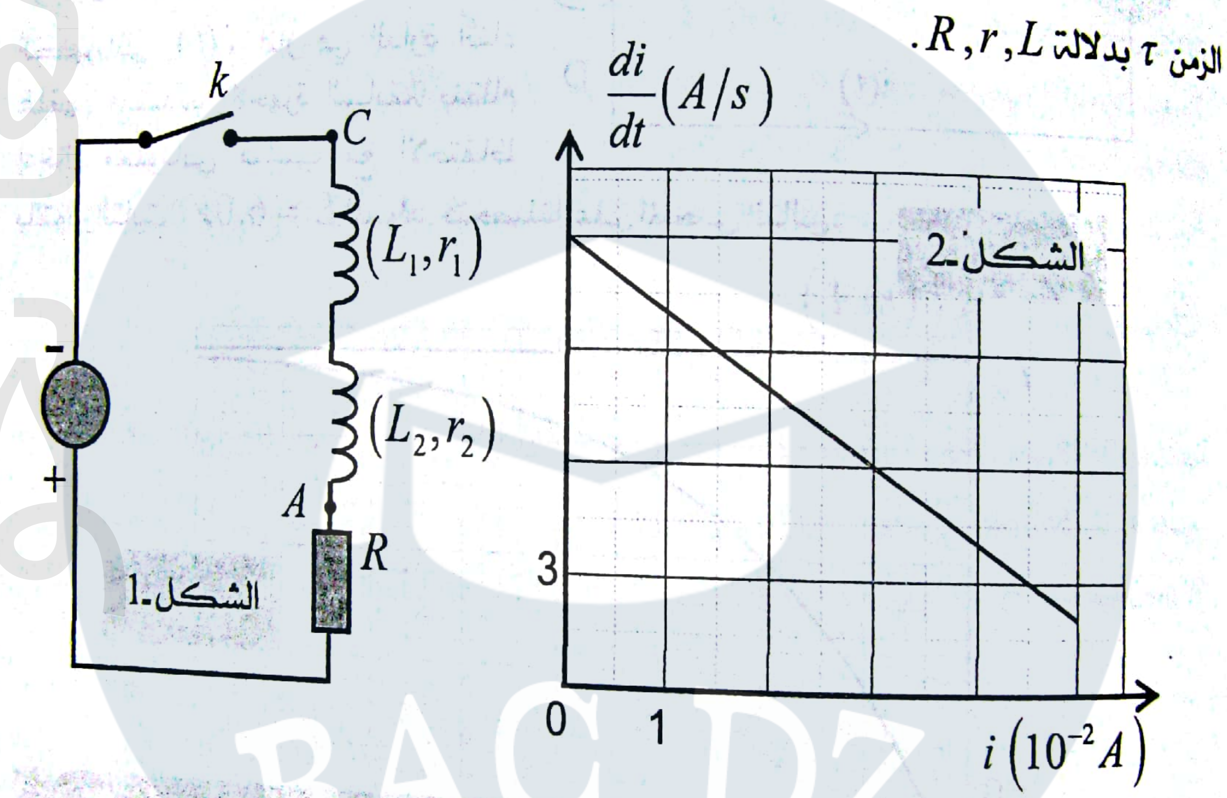
3. جد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i.

3. يمثل الشكل-2 منحنى الدالة $\frac{di}{dt} = f(i)$، اعتمادا على البيان:

- أحسب قيمة كل من الذاتية L والمقاومة الداخلية r للوشيعة المكافئة.

4. جد عبارة شدة التيار الأعظمي I_0 بدلالة R, r, E، ثم احسب قيمتها.

5. تقبل المعادلة التفاضلية السابقة العبارة $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ كحل لها، جد عبارة ثابت الزمن τ بدلالة R, r, L.



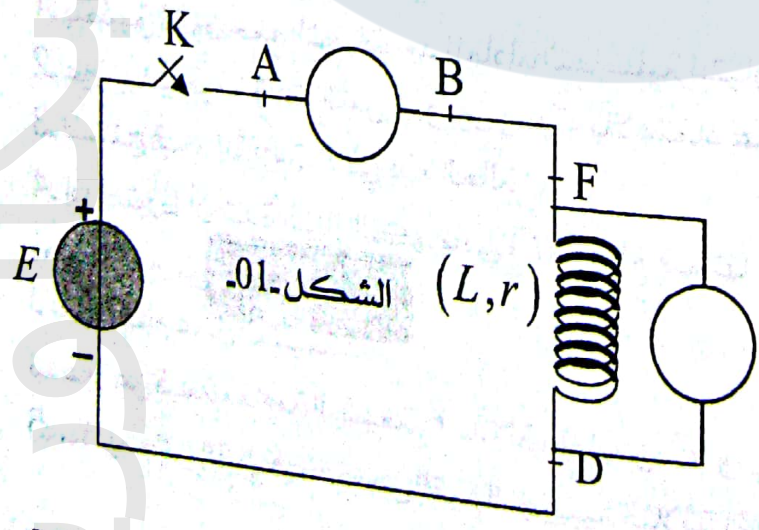
التمرين 20:

من أجل إيجاد المقاومة (r) لوشيعة منمذجة بثنائي قطب (L, r)، ذاتيتها $L = 250mH$، قمنا بالمحاولات التالية:

المحاولة الأولى:

الاعتماد على النظام الدائم.

ركبنا دارة كهربائية تشمل العناصر التالية: مولد توتر مستمر قيمته $E = 6,0V$ ومقاومته الداخلية مهملة، جهاز أمبير-متر رقمي، جهاز فولط-متر رقمي أسلاك توصيل، الوشيعة المدروسة، وهي موصولة على التسلسل.



1- أتمم الشكل-1 مبينا عليه موضع كل من الأمبير-متر ، و الفولط-متر ، ومثل عليه التوتر E بين طرفي المولد، والتوتر u_B بين طرفي الوشيعة.

2- أعطت القياسات: $(u_B = 5,95V)$ و $(I_0 = 410mA)$.

- استنتج مقاومة الوشيعة مع التبرير.

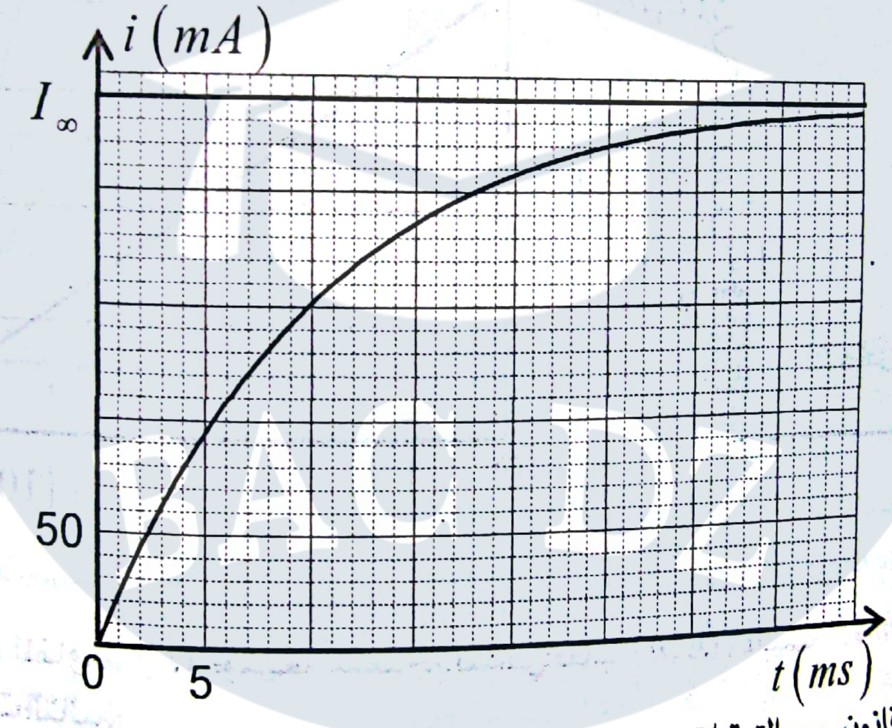
المحاولة الثانية:

الاعتماد على النظام الانتقالي.

أضفنا إلى التركيب السابق ناقلا أوميا مقاومته $R = 10,0\Omega$ على التسلسل كما هو موضح في الشكل 02:

الشكل-02-

من أجل التعرف على تغيرات شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة أثناء غلقها، استبدلنا الأجهزة السابقة بنظام إدخال معلوماتي مناسب مع الاحتفاظ بالتوتر الثابت $E = 6,0V$ للمولد، فتحصلنا على المنحنى التالي:



1- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

2- عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ، وبين وحدته بالاعتماد على التحليل البعدي.

3- استنتج قيمة المقاومة r في هذه الحالة.

4- إذا اعتبرنا أن شدة التيار الكهربائي $i(t)$ تبلغ قيمتها الحدية $I_\infty = 240mA$ خلال مدة زمنية أكبر من 5τ.

أ- ما هو نظام عمل الوشيعة؟

ب- عبر عن قيمة مقاومة الوشيعة r بدلالة كل من E و I_∞ و R. وأحسب قيمتها.

5- ماذا يمكن القول فيما يخص القيم التجريبية الثلاثة لمقاومة الوشيعة؟.

التمرين 21:

تشمل الدارة المقابلة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل:

- وشيعة مقاومتها الداخلية $(r = 8\Omega)$ وذاتيتها (L) متغيرة.
- ناقل أومي مقاومته R.
- مولد تيار مستمر قوته الكهربائية المحركة E.
- قاطعة كهربائية k.

الشكل-1

البيانين (1) و (2) المرفقين في الوثيقة يمثلان تغيرات $u_b(t)$ من اجل قيمتين مختلفتين للذاتية L_1 و L_2 على الترتيب.

1. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن قيمة التوتر الابتدائي بين طرفي الوشيعة $u_b(0) = E$، ثم عين قيمته.

2. جد عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة عند النظام الدائم بدلالة المقادير التالية: r, E, R. ثم استنتج قيمة R.

3. أ- بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي الوشيعة تكتب على الشكل التالي:

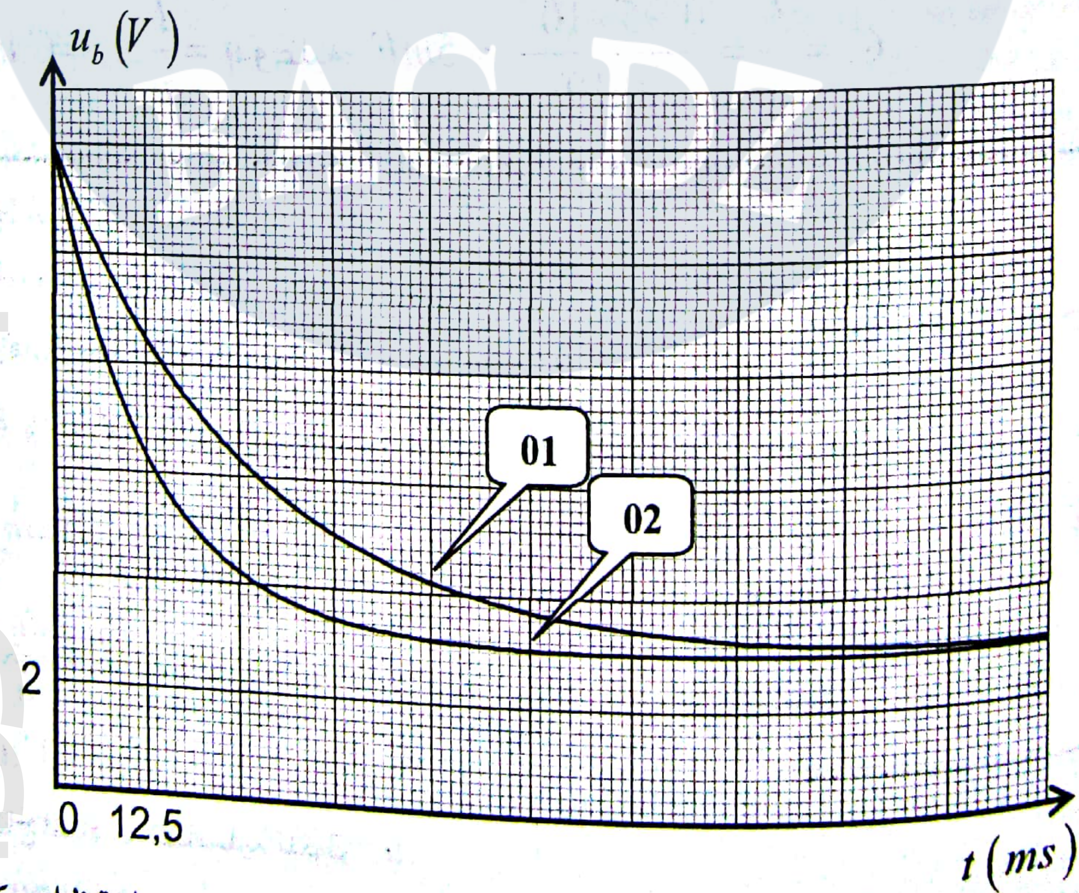
$$\frac{du_b(t)}{dt} + \frac{u_b(t)}{\tau} = \frac{r.E}{L}$$

، حيث τ ثابت زمن الدارة يطلب إعطاء عبارته.

ب- المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل: $u_b(t) = Ae^{-t/\tau} + B$

حيث A و B ثابتين يطلب تعيين عبارتيهما.

4. عين بيانيا قيمة ثابت الزمن الموافق لكل حالة، ثم استنتج قيمة كل من L_1 و L_2





حلول التمارين:
دراسة ظواهر كهربائية

حل التمرين 01

1-ب	2-ب	3-ب	4-جـ	5-جـ	6-ب

حل التمرين 02

1-العلاقة التي تربط بين q، I و t:

بما أن المكثفة شحنت بتيار شدته ثابتة فإن شحنة المكثفة تكتب بالعلاقة $(1)...q = I\,t$.

2-معادلة البيان $u_c = g(t)$:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ و معادلته هي $u_c = at$، حيث a يمثل ميل المستقيم.

إذن: $a = \frac{\Delta u_c}{\Delta t} = 0,19V.s^{-1}$ $u_c = 0,19 \times t .....(2)$.

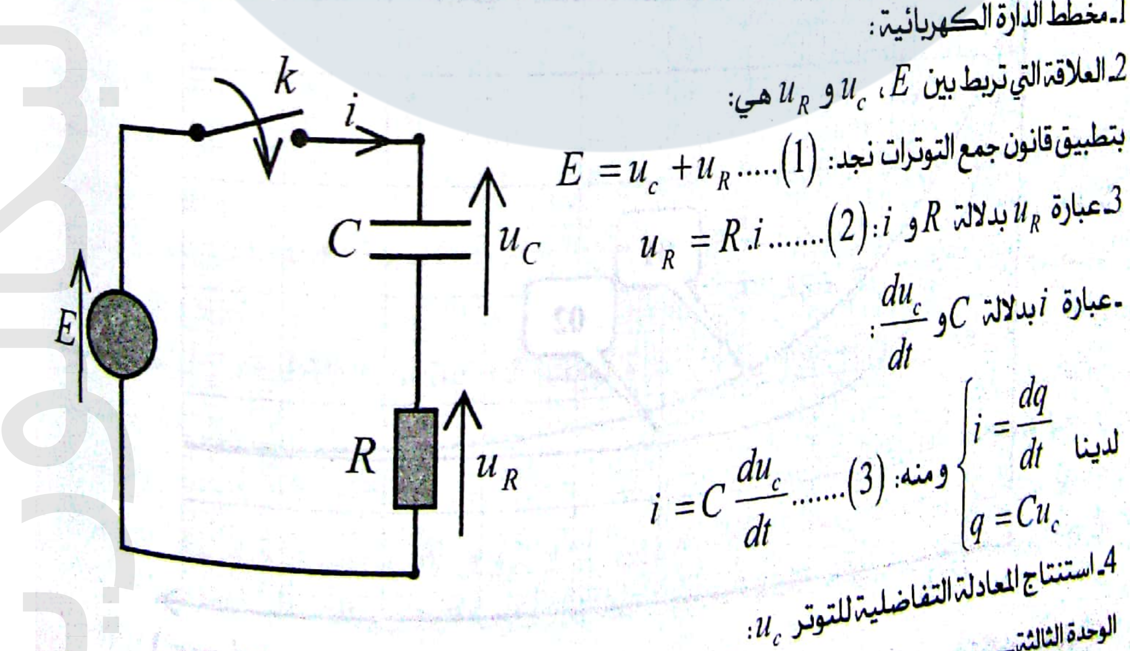
3-استنتاج سعة المكثفة C:

بقسمة العلاقة (1) على (2) نجد: $\frac{I}{a} = \frac{q}{u_c}$ ونعلم أن: $q = C\,u_c$

ومنه: $q = \frac{I}{a}u_c = C\,u_c$ وعليه: $C = \frac{I}{a} = \frac{0,95\times10^{-3}}{0,19} = 5mF$.

حل التمرين 03

1-مخطط الدارة الكهربائية:



2-العلاقة التي تربط بين E، u_c و u_R هي:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E = u_c + u_R .....(1)$

3-عبارة u_R بدلالة R و i: $u_R = R.i ....(2)$

-عبارة i بدلالة C و $\frac{du_c}{dt}$:

لدينا $\begin{cases} i = \frac{dq}{dt} \\ q = Cu_c \end{cases}$ ومنه: $i = C\frac{du_c}{dt} ....(3)$

4-استنتاج المعادلة التفاضلية للتوتر u_c:

بالاعتماد على العلاقات (1)، (2) و (3) نجد: $RC\frac{du_c}{dt}+u_c=E$

ومنه: $\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{\tau}u_c=\frac{E}{\tau}$ حيث $\tau=RC$.

5. التحقق أن: $u_c(t)=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية:

باشتقاق عبارة $u_c(t)$ بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_c}{dt}=\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}$. وبتعويض عبارة $u_c(t)$

و $\frac{du_c}{dt}$ في المعادلة التفاضلية نجد: $\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{1}{\tau}E\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{E}{\tau}$

ومنه: $\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{E}{\tau}-\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}=\frac{E}{\tau}$

ومنه: $E=E$ إذن: $u_c(t)=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

6. استنتاج العبارة اللحظية لـ: $i(t)$ و $q(t)$:

$i=C\frac{du_c}{dt}=C\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}=\frac{C.E}{RC}e^{-t/\tau}$ وعليه: $i(t)=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}=I_0e^{-t/\tau}$.

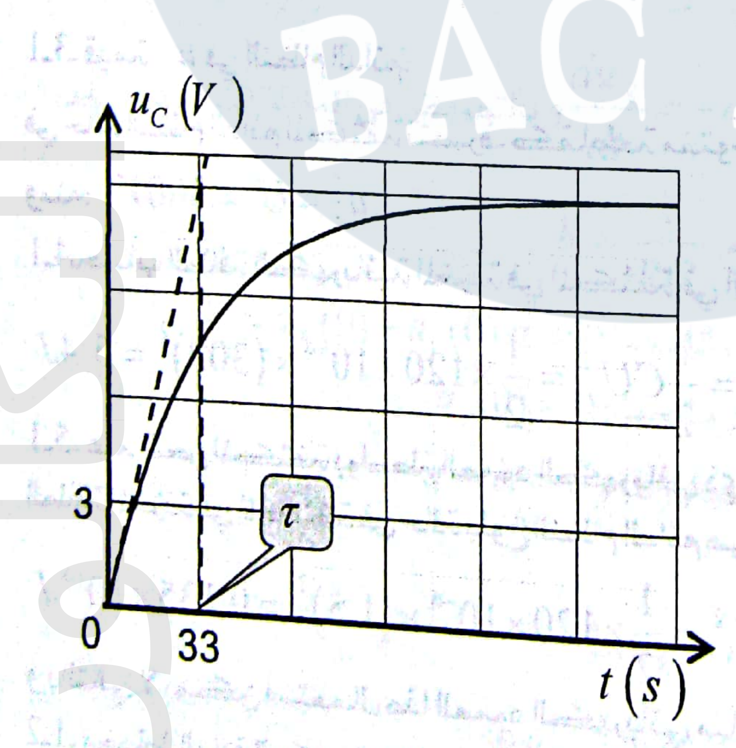
$q=Cu_c=C.E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ ومنه: $q(t)=Q_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$.

7. أ- القوة الكهربائية المحركة للمولد E:

في حالة بلوغ النظام الدائم

$i=0\ (u_R=Ri=0)$

وعليه: $E=u_{c.\max}=12V$



ب- ثابت الزمن τ: بالاعتماد على طريقة المماس عند المبدأ أو طريقة $0,63$ نجد أن: $\tau=33s$.

جـ- مدة كل من النظام الانتقالي و النظام الدائم:

- المدة الزمنية للنظام الانتقالي هي: $\Delta t=5\tau$ أي: $\Delta t=165s$.

- النظام الدائم: ابتداءا من نهاية المرحلة الانتقالية $t\rangle 165s$.

1.1- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $U = u_c + u_R$ و $u_R = Ri = RC\frac{du_c}{dt}$

وعليه: $U = u_c + RC\frac{du_c}{dt}$

ومنه نكتب: $U = u_c + \tau\frac{du_c}{d}$، حيث عبارة ثابت الزمن τ هي: $\tau = RC$

2.1- التحقق أن حل المعادلة التفاضلية هو: $u_c(t) = U\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$:

$\frac{du_c}{dt} = \frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$U\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \tau\frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = U$$

وعليه: $U - Ue^{-\frac{t}{\tau}} + Ue^{-\frac{t}{\tau}} = U$ إذن: $U = U$

وعليه: $u_c(t) = U\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

3.1- قيمة u_c في النظام الدائم:

في حالة النظام الدائم المكثفة تتصرف كقاطعة مفتوحة أي: $i = 0\left(u_R = Ri = 0\right)$

ومنه: $u_c = U = 300V$.

4.1- حساب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في النظام الدائم:

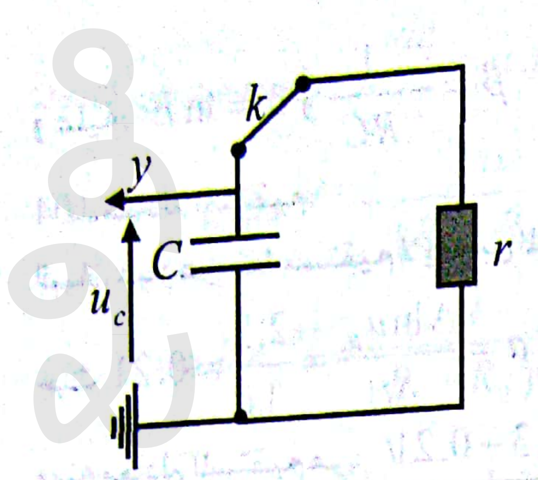
$$E_c = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\times 120\times 10^{-6}\times (300)^2 = 5,4J.$$

5.1- عند شحن المكثفة بواسطة العمود الكهربائي ذي القوة المحركة $E = 1,5V$ تكون الطاقة المخزنة في المكثفة في حالة بلوغ النظام الدائم هي:

$$E_c = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}\times 120\times 10^{-6}\times (1,5)^2 = 0,135\times 10^{-3}J$$

وبالتالي لا يمكن استعمال هذا العمود الكهربائي مباشرة لشحن مكثفة الو ماض.

1.2- مخطط الدارة الكهربائية لتفريغ المكثفة:



2.2 قيمة ثابت الزمن τ لدارة التفريغ:

بالاعتماد على طريقة المماس عند المبدأ أو طريقة $0,37\,\%$

نجد من البيان قيمة: $\tau = 1,2ms$.

3.2 استنتاج قيمة مقاومة المصباح الوامض r:

$\tau = r.C$ ومنه: $r = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{1,2\times10^{-3}s}{120\times10^{-6}F} = 10\Omega$

حل التمرين 05

01- رسم الدارة الكهربائية.

- جهة التيار الكهربائي و التوترات E و u_R و u_C.

02- المعادلة التفاضلية لتطور التوتر u_R:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$E = u_R(t) + u_c(t)$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد:

$$0 = \frac{du_R}{dt} + \frac{du_C}{dt}$$ ولدينا: $i = C\dfrac{du_C}{dt}$

ومنه: $u_R = Ri = RC\dfrac{du_C}{dt}$

أي: $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{1}{RC}u_R$ وبالتعويض في قانون جمع التوترات نجد: $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_R = 0$

03- التعبير عن a و b بدلالة E و R و C:

لدينا $u_R(t) = a.e^{-b.t}$ ومنه: $\dfrac{du_R}{dt} = -ab.e^{-b.t}$ وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$-ab.e^{-b.t} + \dfrac{1}{RC}a.e^{-b.t} = 0$ ومنه: $b = \dfrac{1}{RC}$

وبالاعتماد على قانون جمع التوترات عند اللحظة $t = 0$: $E = u_R(0) + u_c(0)$

وعليه: $E = u_R(0)$ لأن المكثفة غير مشحونة $u_c(0) = 0$

وكذلك: $u_R(0) = a.e^{-b.t} = a$ وعليه: $a = E = u_R(0)$

إذن: $u_R(t) = E\,e^{-t/RC}$

04- تبيين أنه يمكن كتابة $\ln u_R = \alpha + \beta t$:

$u_R(t) = E\,e^{-t/RC}$ ومنه: $\ln u_R = \ln E - \dfrac{1}{RC}t$

وعليه: $\alpha = \ln E$ و $\beta = -\dfrac{1}{RC}$

04.أ. معادلة المستقيم:

البيان عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $\ln u_R = at + b$

حيث: $a = \dfrac{\Delta \ln u_R}{\Delta t} = \dfrac{2,3}{11} = 0,21$ وعند اللحظة: $t = 0$ نجد: $b = 2,3$

ومنه معادلة المستقيم هي: $\ln u_R = 2,3 - 0,21t$

04.ب. استنتاج سعة المكثفة C:

بالمطابقة بين العلاقتين: $\ln u_R = \ln E - \dfrac{1}{RC}t$ و $\ln u_R = 2,3 - 0,21t$

نجد: $\dfrac{1}{RC} = 0,21$ منه: $C = 4761,9 \approx 4762 \mu F$

05. إذا تم شحن مكثفة باستعمال مقاومة $R' = \dfrac{R}{2}$، نعم يتغير البيان السابق نتيجة تغير

ميل المستقيم $\beta' = -\dfrac{1}{R'C} = -\dfrac{2}{RC}$

حل التمرين 06

1. العبارة الحرفية للتوترات: u_{R_1}، u_{R_2}، u_C بدلالة الشحنة $q(t)$:

$u_{R_1} = R_1 i = R_1 \dfrac{dq}{dt}$ ،$u_{R_2} = R_2 i = R_2 \dfrac{dq}{dt}$ ،$u_c = \dfrac{q}{C}$.

2. المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة $q(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E = u_c + u_{R_1} + u_{R_2}$

وبعد التعويض نجد: $E = \dfrac{q}{C} + R_1 \dfrac{dq}{dt} + R_2 \dfrac{dq}{dt}$

ومنه: $E = \dfrac{q}{C} + (R_1 + R_2)\dfrac{dq}{dt}$ وعليه: $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{(R_1 + R_2)C} q - \dfrac{E}{(R_1 + R_2)} = 0$

- عبارة a و b:

$a = \dfrac{1}{(R_1 + R_2)C}$ و $b = -\dfrac{E}{(R_1 + R_2)}$.

3. عبارة الثابتين α و β:

باشتقاق عبارة $q(t)$ بالنسبة للزمن نجد: $\frac{dq}{d}=\alpha.\beta.e^{-\beta.t}$ و بالتعويض في المعادلة

التفاضلية نجد: $\alpha.\beta.e^{-\beta.t}+\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}(1-e^{-\beta.t})-\frac{E}{(R_1+R_2)}=0$

ومنه: $\alpha.\beta.e^{-\beta.t}+\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}-\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}e^{-\beta.t}-\frac{E}{(R_1+R_2)}=0$

ومنه: $\left(\beta-\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)\alpha e^{-\beta.t}+\left(\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}-\frac{E}{(R_1+R_2)}\right)=0$

أي: $\begin{cases}\beta-\frac{1}{(R_1+R_2)C}=0\\ \frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}-\frac{E}{(R_1+R_2)}=0\end{cases}$ إذن: $\begin{cases}\beta=\frac{1}{(R_1+R_2)C}=\frac{1}{\tau}\\ \alpha=C.E=Q_0\end{cases}$

.4

أ-ثابت الزمن τ :

المنحنى البياني عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل: $\frac{dq}{dt}=Aq+B$

حيث: A هو ميل المستقيم: $A=-2$ و $B=20\times10^{-4}$

إذن: $\frac{dq}{dt}=-2q+20\times10^{-4}$ ومنه: $\frac{dq}{dt}+2q-20\times10^{-4}=0$

بالمطابقة بين المعادلتين: $\begin{cases}\frac{dq}{dt}+2q-20\times10^{-4}=0..........................(1)\\ \frac{dq}{dt}+\frac{1}{(R_1+R_2)C}q-\frac{E}{(R_1+R_2)}=0.........(2)\end{cases}$

نجد أن: $\frac{1}{\tau}=\frac{1}{(R_1+R_2)C}=2s^{-1}$ ومنه: $\tau=0,5s$.

ب-سعة المكثفة C:

$\tau=(R_1+R_2)C \Rightarrow C=\frac{\tau}{(R_1+R_2)}$

إذن: $C=0,1\times10^{-3}F=100\mu F$

جـ- التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E:

بالمطابقة بين المعادلتين (1) و (2) نجد: $-\frac{E}{(R_1+R_2)} = -20\times10^{-4}$

ومنه: $E = 20\times10^{-4}\times(R_1+R_2)$ إذن: $E = 10V$.

حل التمرين 07

1- المعادلة التفاضلية للتوتر u_2:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E = u_2 + u_R$

ونعلم أن: $u_R = Ri = RC\frac{du_2}{dt}$

ومنه: $E = u_2 + RC\frac{du_2}{dt}$ إذن: $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC}u_2 = \frac{E}{RC}$ وبوضع $\tau = RC$

نجد: $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{\tau}u_2 = \frac{E}{\tau}$.

- التأكد أنها تقبل حلا من الشكل: $u_2(t) = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$:

باشتقاق عبارة u_2 نجد: $\frac{du_2}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ وبعد التعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{\tau}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau}$ ومنه: $E = E$

إذن: $u_2(t) = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

2- ملأ الجدول (1):

التعليل

- حسب الدارة الكهربائية فإن التوتر بين طرفي المولد هو u_1 و بين طرفي المكثفة هو u_2.
- التوتر الكهربائي بين طرفي المولد يبقى ثابتا خلال كل التجارب (مولد للتوتر المستمر) $u_1 = E = 20V$.
- بما أن سعة المكثفة خلال كل التجارب ثابتة، فإنه كلما زادت قيمة المقاومة R زادت مدة إتمام شحن المكثفة أي زيادة قيمة ثابت الزمن $\tau = RC$ و بالاعتماد على منحنيات الوثيقة-2- نملأ الجدول (1).

1600Ω	1200Ω	800Ω	400Ω	$R(\Omega)$
01	**01**	**01**	**01**	المنحنى الممثل لـ u_1
05	**04**	**03**	**02**	المنحنى الممثل لـ u_2

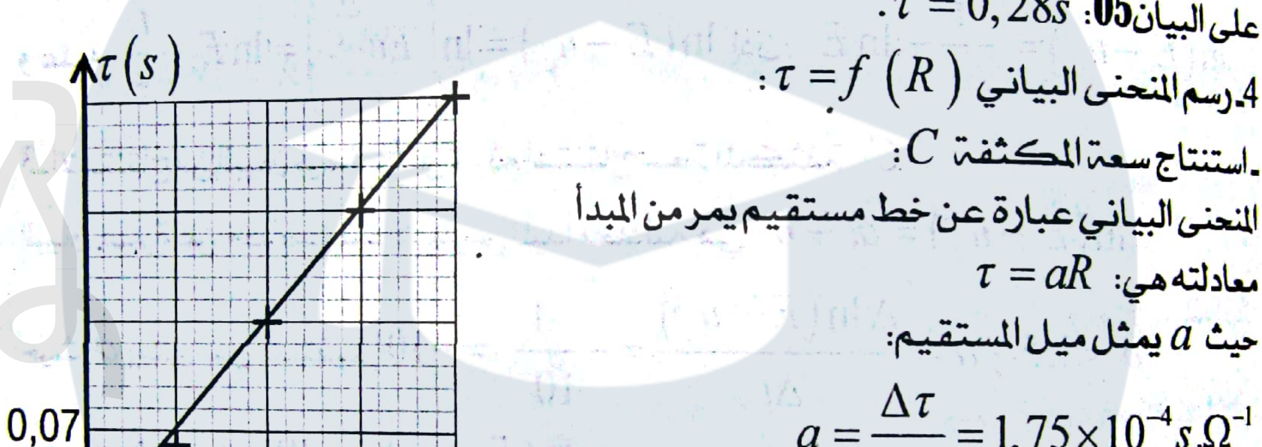
3ـ ملأ الجدول (2):

1600Ω	1200Ω	800Ω	400Ω	$R(\Omega)$
$0,28$	$0,21$	$0,14$	$0,06$	$\tau(s)$

ـ تحديد بيانيا ثابت الزمن τ الموافق لشحن المكثفة عند $R=1600\Omega$:

نحدد قيمة ثابت الزمن τ بالاعتماد على طريقة المماس عند المبدأ أو طريقة (63%) نقرا على البيان**05**: $\tau=0,28s$.

4ـ رسم المنحنى البياني $\tau=f(R)$:



ـ استنتاج سعة المكثفة C:

المنحنى البياني عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ

معادلته هي: $\tau=aR$

حيث a يمثل ميل المستقيم:

$$a=\frac{\Delta\tau}{\Delta R}=1,75\times10^{-4}s.\Omega^{-1}$$

ومنه: $\tau=1,75\times10^{-4}R.....(1)$

ولدينا $\tau=RC.....(2)$

بالمطابقة بين (1) و(2) نجد: $C=1,75\times10^{-4}F=175\mu F$

حل التمرين 08

1ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c بين طرفي المكثفة:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E=u_c+u_R$

ونعلم أن: $u_R=R.i=RC\frac{du_c}{dt}$

ومنه: $RC\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ وعليه: $\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{\tau}u_c=\frac{E}{\tau}$.

$u_c(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية:

2. أ. التأكد أن $u_c(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية:

باشتقاق عبارة u_c بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_c}{dt}=\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ وبالتعويض في المعادلة التفاضلية

نجد: $\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{\tau}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\frac{E}{\tau}$ ومنه: $E=E$

إذن: $u_c(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

ب. لدينا: $u_c(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ومنه: $u_c(t)=E-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ أي: $Ee^{-\frac{t}{\tau}}=E-u_c$

وعليه: $\ln(E-u_c)=\ln\left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\ln E-\frac{t}{\tau}$ إذن: $\ln(E-u_c)=-\frac{t}{\tau}+\ln E$.

3. الاستنتاج من البيان قيمة E و τ، ثم استنتاج سعة المكثفة C:

البيان عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته هي: $\ln(E-u_c)=at+b$

حيث a يمثل ميل المستقيم $a=\frac{\Delta\ln(E-u_c)}{\Delta t}=-\frac{1}{10^{-3}}=-10^{3}$ و $b=1,5$

وعليه: $\ln(E-u_c)=-10^{3}\times t+1,5$

وبالمطابقة بين العلاقتين: $\begin{cases}\ln(E-u_c)=-\frac{1}{\tau}t+\ln E\\ \ln(E-u_c)=-10^{3}\times t+1,5\end{cases}$ نجد: $\begin{cases}-\frac{1}{\tau}=-10^{3}\\ \ln E=1,5\end{cases}$

ومنه: $\tau=10^{-3}s=1ms$ و $E=e^{1,5}\approx4,5V$

- حساب سعة المكثفة C:

$\tau=RC\Leftarrow C=\frac{\tau}{R}$ ومنه: $C=10^{-5}F=10\mu F$.

4. حساب النسبة $\frac{E_c}{E_{c.\max}}$:

$E_c(\tau)=\frac{1}{2}Cu_c^2(\tau)=\frac{1}{2}C(0,63E)^2$ و $E_{c.\max}=\frac{1}{2}Cu_c^2=\frac{1}{2}CE^2$

وعليه: $\frac{E_c}{E_{c.max}} = \frac{\frac{1}{2}C(0,63E)^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (0,63)^2 = 0,4$ إذن: $\frac{E_c}{E_{c.max}} = 0,4$.

5ـ حساب سعة المكثفة C':

$\tau' = \frac{\tau}{3} = \frac{RC}{3} = RC_{eq}$ حيث: $C_{eq} = \frac{C}{3} = \frac{10\mu F}{3} = 3,3\mu F$

بما أن $C \rangle C_{eq}$ إذن الربط يكون على التسلسل.

حيث: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'}$ ومنه: $C' = 5\mu F$

حل التمرين 09

1ـ المعادلة التفاضلية للتوتر u_c:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E = u_c + u_R$ ونعلم أن: $u_R = Ri = RC\frac{du_c}{dt}$

ومنه: $E = u_c + RC\frac{du_c}{dt}$ وعليه فإن: $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{E}{RC}$.

2ـ استنتاج عبارة A و B:

بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_c}{dt} = -A.B\,e^{B.t}$

وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $-A.B\,e^{B.t} + \frac{A}{RC}\left(1 - e^{B.t}\right) = \frac{E}{RC}$

ومنه: $-A.B\,e^{B.t} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}e^{B.t} = \frac{E}{RC}$

ومنه: $-A.B\,e^{B.t} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}e^{B.t} = \frac{E}{RC}$

ومنه نجد أن: $A = E$ و $B = -\frac{1}{RC}$.

3ـأ. العبارة اللحظية $E_C(t)$:

$$E_C(t) = \frac{1}{2}Cu_c^2(t) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2$$

ب. استنتاج قيم المقادير التالي: Q_0, τ, R, C:

$C = \frac{2\times10\times10^{-6}}{5^2} = 0{,}8\mu F$ ومنه: $E_{c.\max} = \frac{1}{2}C.E^2 = 10\mu J$ من النظام الدائم:

$E(\tau) = \frac{1}{2}C(0{,}63\times E)^2 = 4\mu J$ فإن: $t = \tau$ لما

ومن البيان نقرأ القيمة: $\tau = 10ms$.

نعلم أن: $\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C} = \frac{10\times10^{-3}s}{0{,}8\times10^{-6}F} = 12{,}5\times10^3\Omega$

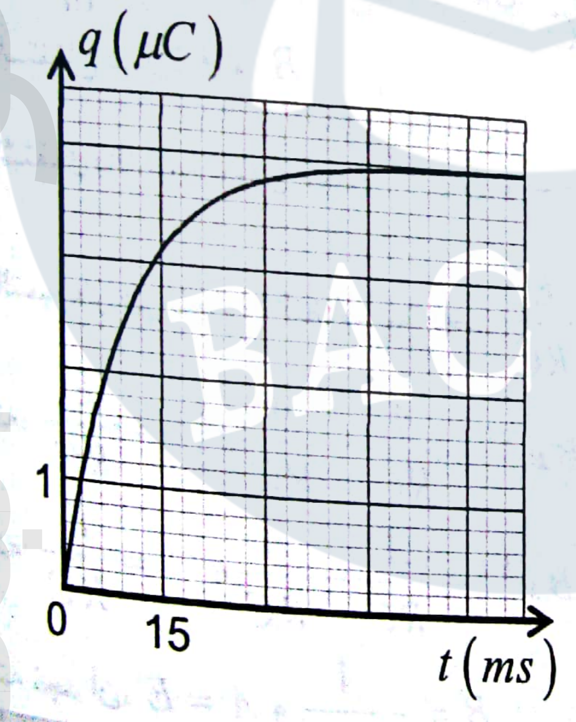
إذن: $R = 12{,}5k\Omega$.

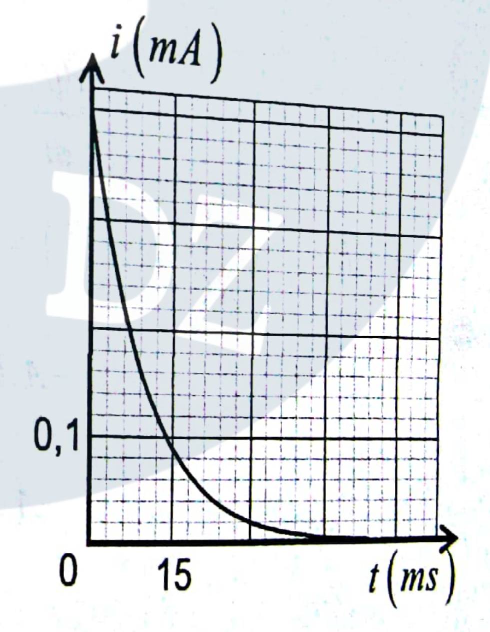
- $Q_0 = CE = 0{,}8\times10^{-6}\times5 = 4\mu C$

4. رسم المنحنيين $q(t)$ و $i(t)$:

أ. العبارة اللحظية لـ $q(t)$: $q(t) = Q_0\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ ومنه: $q(t) = 4\left(1-e^{-0{,}1t}\right)$

ب. العبارة اللحظية لـ $i(t)$: $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ ومنه: $i(t) = 0{,}4e^{-0{,}1t}$





حل التمرين 10

1. نعلم أن المكثفة تتصرف كقاطعة مفتوحة في حالة النظام الدائم أي $i = 0$، ونلاحظ من المنحنى (ب) أن $u_{R.\max} = R.i = 0$ وعليه $i = 0$ إذن فالمنحنى (ب) يوافق التركيب التجريبي (2).

- وعليه المنحنى (أ) يوافق التركيب التجريبي (1).

2. تعيين بيانيا من المنحنى(أ) :

أ. القوة الكهربائية المحركة للمولد E :

بتطبيق قانون جمع التوترات (التركيب التجريبي (1)) نجد: $E = u_L + u_R = \frac{di}{dt} + u_R$

وفي حالة النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0$ ومنه: $E = u_{R.\max} = 6V$

. ثابت الزمن τ :

بالاعتماد على طريقة المماس عند المبدأ نجد $\tau = 2ms$

ب. استنتاج قيمة ذاتية الوشيعة : $\tau = \frac{L}{R}$ ومنه: $L = \tau.R$

وعليه: $L = 2\times10^{-3}\times10 = 2\times10^{-2}H$.

3. تعيين بيانيا من المنحنى (ب):

أ. قيمة سعة المكثفة C:

بالاعتماد على طريقة المماس نجد أن: $\tau = RC = 0,5ms$

ومنه: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,5\times10^{-3}}{10} = 0,05\times10^{-3}F$ إذن: $C = 50\mu F$.

ب. اللحظة التي تشحن فيها المكثفة كليا هي $t = 5\tau = 5\times0,5\times10^{-3} = 2,5ms$

4. التركيب (1) : $\tau = \frac{L}{R}$ ومنه: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U][T][I]}{[I][U]} = [T]$

فبعده بعد زمني و هو يقدر بوحدة الثانية في نظام الوحدات الدولي SI.

. التركيب (2) : $\tau = RC$ ومنه: $[\tau] = [R][C]$ ومنه: $[\tau] = \frac{[U][I][T]}{[I][U]} = [T]$

فبعده بعد زمني و هو يقدر بوحدة الثانية في نظام الوحدات الدولي SI.

5. حساب الطاقة الأعظمية المخزنة:

1. في الوشيعة: $E_L = \frac{1}{2}LI_0^2$ ومن المنحنى (أ) في النظام الدائم: $u_{R.\max} = RI_0 = 6V$

ومنه: $I_0 = \frac{6}{10} = 0,6A$ ومنه: $E_L = \frac{1}{2}\times2\times10^{-2}(0,6)^2 = 0,36\times10^{-2}J$

2. المكثفة: $E_C = \frac{1}{2}C\,u_{c\max}^2$ ومن المنحنى (ب) في حالة النظام الدائم $E = u_{c\max} = 6V$

وعليه: $E_C = \frac{1}{2}\times50\times10^{-6}\times(6)^2 = 900\times10^{-6}J$ ومنه: $E_C = 0,9mJ$

01- شحن المكثفة بواسطة لوحة شمسية و تفريغها:

1-1- الجزء (a) يوافق البادلة في الوضع (2).

- الجزء (b) يوافق البادلة في الوضع (2) أو الوضع (0).

- الجزء (c) يوافق البادلة في الوضع (1).

2-1- استنتاج شدة التيار الأعظمي I_0:

بما أن شدة التيار ثابتة فإن: $I_0 = \dfrac{q}{t} = \dfrac{C\,u_c}{t}$ ومنه: $u_c = \dfrac{I_0}{C}t$ ......(1).

- و البيان خلال الجزء (a) عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته هي: $u_c = at$

حيث a ميل المستقيم و $a = 1,5\left(V\ s^{-1}\right)$ وعليه: $u_c = 1,5t$ ......(2)

و بالمطابقة بين العلاقتين (1) و (2) نجد أن: $\dfrac{I_0}{C} = 1,5$

ومنه: $I_0 = 1,5 \times C = 1,5 \times 0,10 = 0,15A$.

3-1- المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثفة $q(t)$.

- أثناء عملية التفريغ: بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_c + u_R = 0$ حيث: $u_C = \dfrac{q}{C}$

و $u_R = Ri = R\dfrac{dq}{dt}$ ومنه: $\dfrac{q}{C} + R\dfrac{dq}{dt} = 0$ إذن: $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{RC} = 0$

4-1- استنتاج العبارة اللحظية لـ $i(t)$ خلال: $t \rangle 3s$.

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d\left(U_{max}\,e^{-(t-3)/\tau}\right)}{dt}$$

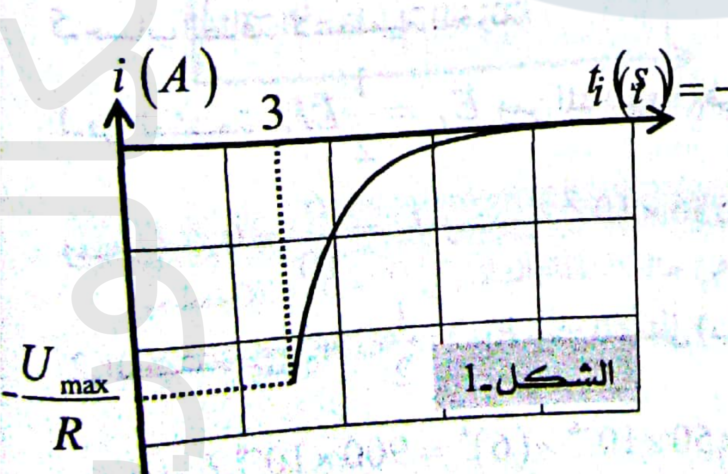
ومنه:

$$i(t) = -\frac{CU_{max}}{\tau}e^{-(t-3)/\tau} = -\frac{CU_{max}}{RC}e^{-(t-3)/\tau}$$

إذن: $i(t) = -\dfrac{U_{max}}{R}e^{-(t-3)/\tau}$

ومنه: $i(t) = -0,225e^{-(t-3)/\tau}$.

- رسم المنحنى $i = f(t)$ (الشكل-1)



الشكل-1

02. شحن المكثفة بواسطة مولد توتر E :

1.2- المعادلة التفاضلية للتوتر u_c:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$$U_0 = u_c + u_R$$

ونعلم أن: $u_R = R_0 . i = R_0 C \frac{du_c}{dt}$

إذن: $U_0 = u_c + R_0 C \frac{du_c}{dt}$ وعليه: $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R_0 C} u_c = \frac{U_0}{R_0 C}$.

2.2 تحديد قيمة كل من الثابتين A و B :

- لما $t \to +\infty$ فإن: $u_c(+\infty) = U_0 = B$ ومن البيان فإن: $B = U_0 = 2,25V$.

- لما $t = 0$ فإن: $u_c(0) = A + B = 0$ وعليه $A = -B = -U_0 = -2,25V$.

3.2 العبارة اللحظية لشدة التيار $i(t)$:

مما سبق نجد: $u_c(t) = -U_0 e^{-t/\tau} + U_0 = U_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

ونعلم أن: $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$.

ومنه: $i(t) = C \frac{dU_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}{dt} = \frac{CU_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{CU_0}{R_0 C} e^{-t/\tau}$

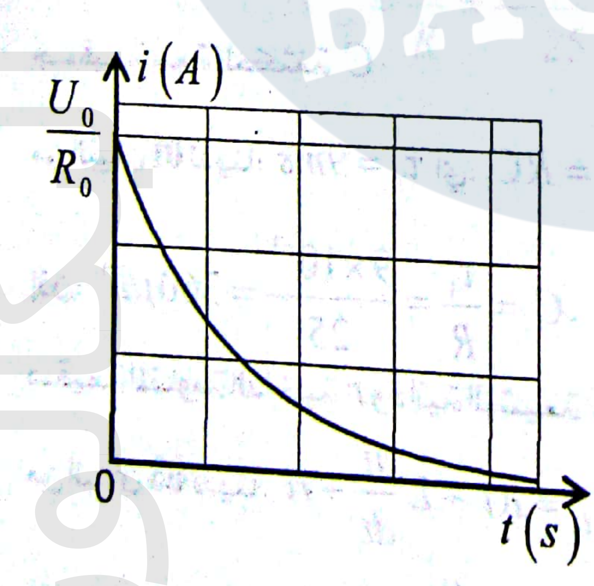
إذن: $i(t) = \frac{U_0}{R_0} e^{-t/\tau}$

ومنه: $i(t) = 0,045 \times e^{-0,2 \times t}$.

- رسم الدالة $i = f(t)$.

- عندما $t \to +\infty$ فإن: $i(+\infty) = 0$

- عندما $t = 0$ فإن: $i(0) = 0,045A$



4.2- حساب قيمة المقاومة R_0' :

- المدة المستغرقة لشحن المكثفة حسب المنحنى (a) هي: $t_1 = 1,5s$.

- المدة المستغرقة لشحن المكثفة في التجربة التي قام بها محمد هي: $t_2 = 5\tau = 5R_0'C$.

ومنه: $t_1 = t_2 = 5\tau = 5R_0'C$ ومنه: $5R_0'C = 1,5s$

$$R'_0 = \frac{1,5}{5C} = \frac{1,5}{5\times0,10} = 3\Omega$$

إذن: $R'_0 = 3\Omega$ لكي تكون مدة شحن المكثفة C هي

- يجب أن يستعمل محمد مقاومة قيمتها 3Ω لكي تكون مدة شحن المكثفة C هي نفسها المدة الزمنية المستغرقة لشحن نفس المكثفة في تجربة عمر.

حل التمرين 12

1- البيان 01: خاص بثنائي القطب C لأن المكثفة تتصرف كقاطعة مفتوحة في حالة النظام الدائم $(u_R = Ri = 0)$.

- البيان 02: خاص بثنائي القطب R'.

- البيان 03: خاص بثنائي القطب (L,r) لأن الوشيعة تتصرف كناقل أومي في حالة النظام الدائم.

2- اعتمادا على المنحنيات البيانية استنتاج ما يلي:

أ- قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد E:

من البيان 01 لدينا: $u_{CB} = u_{AB} + u_{CA} = u_R + u_c$

لما $t = 0$ فإن: $E = u_R = 4\times3 = 12V$

حيث: $u_c = 0V$ غير مشحونة عند اللحظة $t = 0$.

ب- قيمة المقاومة R':

من البيان 02 لدينا: $E = u_R + u_{R'}$ ونعلم أن: $u_R = RI = 4\times2 = 8V$

ومنه: $I = \frac{u_R}{R} = \frac{8}{25} = 0,32A$

وعليه: $u_{R'} = R'I = E - u_R = 12 - 8 = 4V$ ومنه: $R' = \frac{u_{R'}}{I} = \frac{4}{0,32} = 12,5\Omega$

جـ- قيمة سعة المكثفة C:

من البيان 01 لدينا: $\tau_1 = 9ms$ أي: $C = \frac{\tau_1}{R} \Leftarrow \tau_1 = RC$

إذن: $C = \frac{\tau_1}{R} = \frac{9\times10^{-3}}{25} = 360\mu F$.

د- قيمة المقاومة الداخلية r وذاتية الوشيعة L:

من البيان 03 لدينا: $E = u_R + u_L = Ri + L\frac{di}{dt} + ri$.

في حالة بلوغ النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0$، ومنه $E = (R+r)I_0$.

ومن المنحنى **03**: $u_R = R\,I_0 = 4\times 2{,}5 = 10V$، إذن: $I_0 = \dfrac{u_R}{R} = \dfrac{10}{25} = 0{,}4A$

ولدينا: $E = (R+r)I_0$ ومنه: $r = \dfrac{E}{I_0} - R = \dfrac{12}{0{,}4} - 25 = 5\Omega$ إذن: $r = 5\Omega$

ـ قيمة الذاتية:

من البيان **03** لدينا: $\tau_3 = \dfrac{L}{R+r} = 4ms$

ومنه: $L = \tau_3(R+r) = 4\times 10^{-3}\times(25+5)$ ، إذن: $L = 0{,}12H$.

3ـ حساب الطاقة المخزنة:

ـ في المكثفة:

$$E_{c.\max} = \frac{1}{2}C.E^2 = \frac{1}{2}\times 3{,}6\times 10^{-4}\times(12)^2 = 2{,}59\times 10^{-2}J.$$

ـ في الوشيعة:

$$E_{L.\max} = \frac{1}{2}L\,I_0^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}12\times(0{,}4)^2 = 9{,}6\times 10^{-3}J.$$

4ـ طريقة ربط المكثفة C':

$\tau_3 = \tau_1' = RC_{eq}$ ونعلم أن: $\tau_3 = 4ms$ و $\tau_1 = 9ms$

حتى يكون لـ τ_1' نفس قيمة τ_3 يجب أن نربط المكثفة C' على التسلسل مع المكثفة C أي تصغير قيمة المكثفة المكافئة C_{eq}.

ـ قيمة المكثفة C':

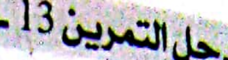
$\tau_3 = \tau_1' = RC_{eq}$ ومنه: $C_{éq} = \dfrac{\tau_3}{R} = \dfrac{4\times 10^{-3}}{25} = 0{,}16\times 10^{-3}F$

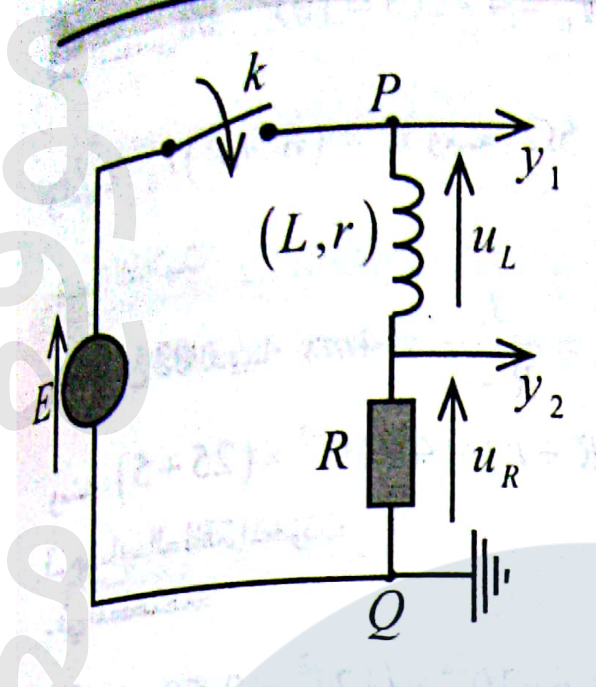
الربط على التسلسل:

$\dfrac{1}{C_{éq}} = \dfrac{1}{C} + \dfrac{1}{C'}$ ومنه: $\dfrac{1}{C'} = \dfrac{1}{C_{éq}} - \dfrac{1}{C}$

وعليه: $\dfrac{1}{C'} = \dfrac{1}{0{,}16\times 10^{-3}} - \dfrac{1}{3{,}6\times 10^{-4}}$

ومنه: $C' = 2{,}88\times 10^{-4}F = 288\mu F$





1. مخطط الدارة الكهربائية:

2. تبيين أن المنحنى 2 يمثل تطور التوتر $u_R(t)$:

$E = u_{PQ} = cte$ وهو يوافق المنحنى **01**.

وعليه المنحنى **02** يمثل التوتر $u_R(t)$.

3. تعيين بيانيا قيمة كل من:

أ. القوة الكهربائية المحركة للمولد E:

$E = u_{PQ} = 12V$.

بـ. التوتر $u_{R.\max}$ بين طرفي الناقل الأومي في النظام الدائم: $u_{R.\max} = 10,8V$.

جـ. ثابت الزمن τ:

بالاعتماد على طريقة المماس عند المبدأ نجد: $\tau = 1ms$

4. المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E = u_L + u_R$ ومنه $E = L\dfrac{di}{dt} + ri + Ri$

ومنه: $\dfrac{E}{L} = \dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i$ إذن: $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i = \dfrac{E}{L}$

5. عبارة r: في حالة النظام الدائم: $u_R = u_{R.\max} = Ri_{\max}$ و $\dfrac{di}{dt} = 0$

وعليه المعادلة التفاضلية تكتب كما يلي: $\dfrac{E}{L} = 0 + \dfrac{(R+r)}{L}i_{\max}$

ومنه: $i_{\max} = \dfrac{E}{(R+r)}$.

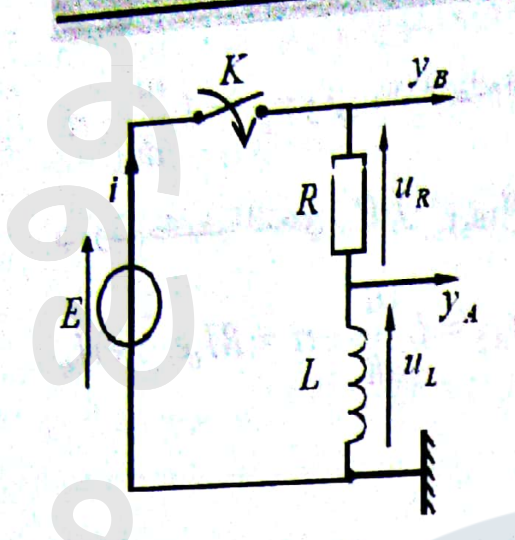
وعليه: $u_{R.\max} = Ri_{\max} = \dfrac{R.E}{(R+r)}$ ومنه $u_{R.\max}(R+r) = R.E$

إذن: $r = \dfrac{R.E}{u_{R.\max}} - R = R\left(\dfrac{E}{u_{R.\max}} - 1\right)$ وعليه: $r = R\left(\dfrac{E}{u_{R.\max}} - 1\right) = 11,1\Omega$.

6. حساب قيمة معامل تحريض الوشيعة L:

$$\tau = \frac{L}{(R+r)} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 10^{-3}(100+11.1) = 111,1mH$$

1. مخطط الدارة الكهربائية:



2. أ. استنتاج التوتر $u_{(B_1)}$ بين طرفي الوشيعة (B_1)

عند اللحظة $t = 10ms$:

المنحنى-1 يمثل تطور التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة لانه عند اللحظة $t = 0$ فإن: $u_R = R.i = 0$

والمنحنى-2 يمثل تطور التوتر بين طرفي المولد

لأن: $E = Cte$ وعليه: $u_{(B_1)} = 3,3V$

- استنتاج u_R التوتر بين طرفي الناقل الأومي:

من قانون جمع التوترات $E = u_{B1} + u_R \Rightarrow u_R = E - u_{B1} = 2,7V$

ب- إثبات أن $I_0 = 0,12A$:

$t = 100ms$ النظام الدائم ومنه: $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{6}{50} = 0,12A$

3. المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = u_{B1} + u_R$ ومنه: $E = L\frac{di}{dt} + Ri$

وعليه: $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$.

4. عبارة الثوابت A ، B و α بدلالة E ، L و R:

بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: $\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\alpha}e^{-t/\alpha}$ و بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\frac{B}{\alpha}e^{-t/\alpha} + \frac{R}{L}A + \frac{R}{L}Be^{-t/\alpha} = \frac{E}{L}$$

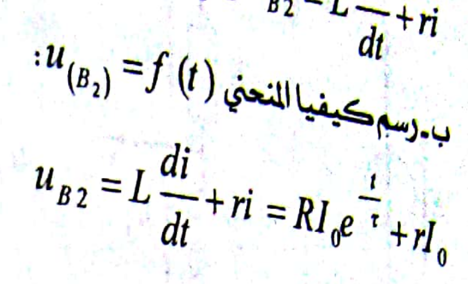
ومنه: $\left(\frac{R}{L} - \frac{1}{\alpha}\right)Be^{-t/\alpha} + \left(\frac{R}{L}A - \frac{E}{L}\right) = 0$

ومنه: $\alpha = \frac{L}{R} = \tau$ و $A = \frac{E}{R} = I_0$

من الشروط الابتدائية نجد: $i(0) = A + B = 0$ ومنه: $B = -A = -\frac{E}{R} = -I_0$.

ومنه: $i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

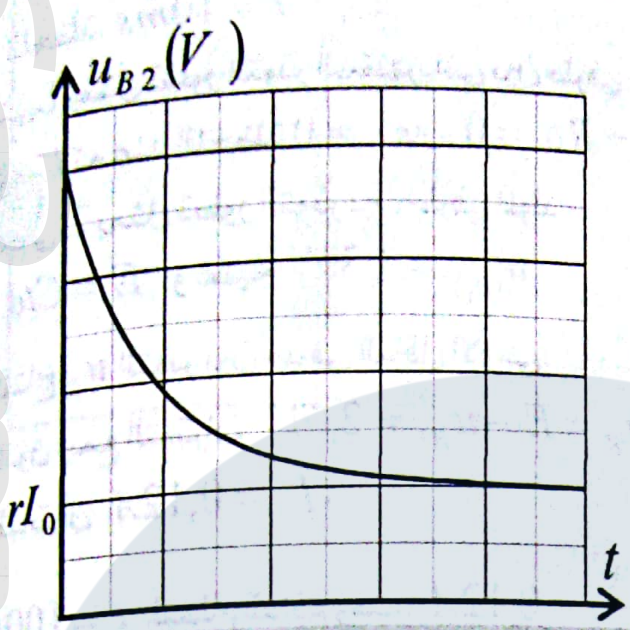
5. أ. عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة (B_2):



$u_{B2} = L\frac{di}{dt}+ri$ وفي حالة النظام الدائم $\frac{di}{dt}=0$ ومنه: $u_{B2} = rI_0 = \frac{rE}{(R+r)}$.

ب. رسم كيفيا المنحني $u_{(B_2)}=f(t)$:

$$u_{B2}=L\frac{di}{dt}+ri = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}+rI_0$$



حل التمرين 15

01. مخطط الدارة الكهربائية:

02. أ. جهة التيار الكهربائي و التوترات E و u_R و u_L.

02. ب. ربط الدارة براسم الاهتزاز المهبطي من أجل مشاهدة التوتر u_R.

03. المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي u_R:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد $\frac{E}{L}=\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i$ وبضرب طرفي المعادلة في R نجد:

$\frac{R.E}{L}=\frac{du_R}{dt}+\frac{(R+r)}{L}u_R$ إذن: $\frac{du_R}{dt}+\frac{(R+r)}{L}u_R=\frac{R.E}{L}$

04. المدلول الفيزيائي للثابتين A و B:

باشتقاق عبارة u_R نجد: $\frac{du_R}{dt}=\frac{A}{B}e^{-t/B}$

وبالتعويض في عبارة المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{A}{B}e^{-t/B}+\frac{(R+r)}{L}A(1-e^{-t/B})=\frac{R.E}{L}$$

وبعد التبسيط نجد: $\tau = \dfrac{L}{(R+r)} = B$ وهو الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المقاومة R إلى 63% من قيمته الأعظمية.

و: $u_{R.\max} = \dfrac{R.E}{(R+r)} = A$ وهو التوتر الأعظمي بين طرفي المقاومة R.

05ـ استنتاج:

أـ قيمتي A و B: $A = u_{R\max} = 10V$ ، $B = \tau = 1,6ms$

بـ المقاومة الداخلية للوشيعة r والذاتية L:

في حالة النظام الدائم $I_0 = \dfrac{u_{R\max}}{R} = 0,83A$ و $E = rI_0 + RI_0$

ومنه $r = \dfrac{E}{I_0} - R = 2,4\Omega$.

الذاتية L: $L = \tau(R+r) = 23,04mH$.

06ـ عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة: $E(L) = \dfrac{1}{2}Li^2$.

ـ قيمتها عند اللحظة $t = 14ms$:

$t = 14ms$ بلوغ النظام الدائم وعليه: $E(L) = \dfrac{1}{2}LI_0^2 = 8mJ$

07ـ إيجاد $u_L(t)$ عند اللحظات 0 و τ و 5τ:

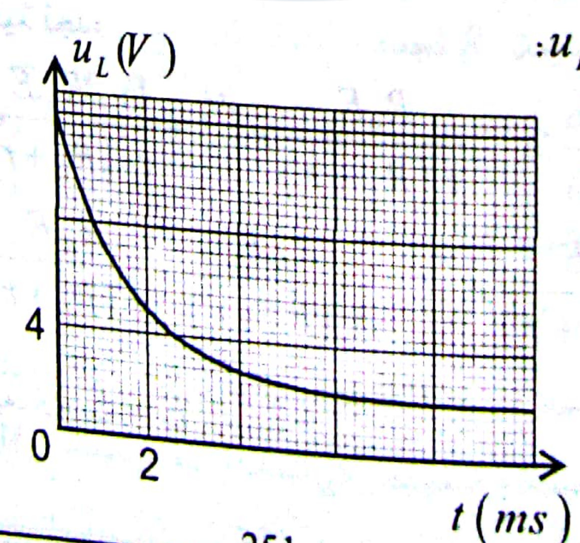
من قانون جمع التوترات: $E = u_L(t) + u_R(t)$ ومنه: $u_L(t) = E - u_R(t)$

$$t = 0; u_L(0) = E - u_R(0) = E = 10V$$

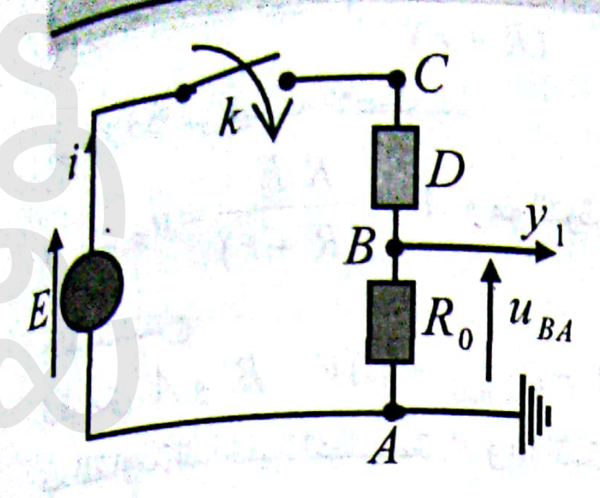
$$t = \tau; u_L(\tau) = E - u_R(\tau) = 12 - 6,3 = 5,7V$$

$$t = 5\tau; u_L(5\tau) = E - u_R(5\tau) = 12 - 10 = 2V$$

ـ رسم المنحني $u_L = f(t)$:







1.أ-مخطط الدارة الكهربائية:

ب-بالاعتماد على المنحنى $u_{BA}=f(t)$ في حالة النظام الدائم $u_{BA}=R_0I_0\neq 0$ حيث I_0 شدة التيار الأعظمي المار في الدارة، وبما أن $I_0\neq 0$ في حالة النظام الدائم فإن ثنائي القطب D هو عبارة عن وشيعة كهربائية ذاتيتها L ومقاومتها r. لأن المكثفة تتصرف كقاطعة مفتوحة في حالة النظام الدائم $(I_0=0)$.

2.أ-المعادلة التفاضلية للتوتر u_{BA}:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E=u_{BA}+u_{CB}$ ومنه: $E=u_{BA}+L\dfrac{di}{dt}+ri$

ونعلم أن: $u_{BA}=R_0i$ ومنه: $i=\dfrac{u_{BA}}{R_0}\Leftarrow \dfrac{di}{dt}=\dfrac{1}{R_0}\dfrac{du_{BA}}{dt}$

وبالتعويض في قانون جمع التوترات نجد:

$$E=u_{BA}+L\frac{1}{R_0}\frac{du_{BA}}{dt}+r\frac{u_{BA}}{R_0}\Leftarrow E=L\frac{1}{R_0}\frac{du_{BA}}{dt}+\left(1+\frac{r}{R_0}\right)u_{BA}$$

إذن: $\dfrac{du_{BA}}{dt}+\dfrac{1}{\tau}u_{BA}=\dfrac{R_0}{L}E$.

ب-التأكد أن: $u_{AB}=\dfrac{R_0}{R_0+r}E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

نشتق u_{AB} بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{du_{AB}}{dt}=\dfrac{R_0E}{\tau.(R_0+r)}e^{-t/\tau}$، نعوض عبارة $\dfrac{du_{AB}}{dt}$ و u_{AB} في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{R_0E}{\tau.(R_0+r)}e^{-t/\tau}+\frac{1}{\tau}.\frac{R_0E}{(R_0+r)}\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{R_0}{L}E$$

ومنه: $$\frac{R_0E}{\tau.(R_0+r)}e^{-t/\tau}+\frac{R_0E}{\tau.(R_0+r)}-\frac{R_0E}{\tau.(R_0+r)}e^{-t/\tau}=\frac{R_0}{L}E$$

ومنه: $\dfrac{R_0}{L}E=\dfrac{R_0}{L}E$ بما أن: $E=E$

إذن: $u_{AB} = \dfrac{R_0}{R_0 + r} E \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية السابقة.

جـ- تحديد بيانيا ثابت الزمن τ :

بالاعتماد على طريقة المماس عند المبدأ نجد: $\tau = 5ms$.

د- قيمة المقاومة الداخلية r و الذاتية L للوشيعة:

في حالة النظام الدائم: $u_{BA} = R_0 I_0 = R_0 \dfrac{E}{(R_0 + r)} = 5,5V$ ومنه

$u_{BA}(R_0 + r) = R_0 E$ ومنه: $u_{BA} R_0 + u_{BA} r = R_0 E$

أي: $r = \dfrac{R_0 E - u_{BA} R_0}{u_{BA}} = R_0 \left(\dfrac{E}{u_{BA}} - 1\right)$ إذن: $r = 9\Omega$.

- قيمة الذاتية L : $\tau = \dfrac{L}{(R_0 + r)}$ ومنه: $L = \tau (R_0 + r)$ ومنه: $L = 0,54H$.

حل التمرين 17

1- رسم الدارة الكهربائية و توضيح بأسهم التوترات:
$E, u_L(t), u_R(t)$.

2- المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التيار $i(t)$

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = u_R + u_L$

حيث: $E = R.i + L\dfrac{di}{dt} + r.i$

إذن: $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L} i = \dfrac{E}{L}$

3- استنتاج المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_R(t)$:

بضرب طرفي المعادلة التفاضلية لتطور التيار الكهربائي في قيمة المقاومة R نجد:

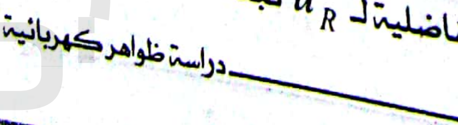
$R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L} R.i = \dfrac{R.E}{L}$ إذن: $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{R}{L} u_R = \dfrac{E.R}{L}$ ....(1)

4- حل المعادلة التفاضلية و عبارتي u_0 و τ:

عند اللحظة $t = 0$ يكون $i = 0A$ وعليه $u_R(0) = 0V$

ومنه العبارة التي تعتبر حلا للمعادلة التفاضلية هي: $u_R(t) = u_0(1 - e^{-t/\tau})$.

وباشتقاق العبارة الصحيحة و التعويض في المعادلة التفاضلية لـ u_R نجد:





$$\frac{u_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{R}{L}u_0-\frac{R}{L}u_0e^{-t/\tau}=\frac{R}{L}E$$

ومنه: $\left(\frac{1}{\tau}+\frac{R}{L}\right)u_0e^{-t/\tau}+\left(\frac{R}{L}u_0-\frac{R}{L}E\right)=0$

وعليه نجد: $u_0=E$ و $\tau=\frac{L}{R}$

5.أ العبارة البيانية الموافقة لهذا البيان:

البيان عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $\frac{du_R}{dt}=au_R+b$

ومنه: $a=-50s^{-1}$ و $b=250\frac{V}{s}$

إذن: $\frac{du_R}{dt}=-50u_R+250$..................(2)

5.ب استنتاج قيم: L,E,τ:

يمكن كتابة المعادلة التفاضلية لـ u_R على الشكل: $\frac{du_R}{dt}=-\frac{R}{L}u_R+\frac{E.R}{L}$......(3)

وبالمطابقة بين المعادلتين (2) و(3) نجد:

$\frac{R}{L}=50s^{-1}$ ومنه: $\tau=\frac{L}{R}=0,02s$

$\frac{R}{L}E=250\frac{V}{s}$ ومنه: $E=5V$ $\tau=\frac{L}{R}=0,02s$

ومنه: $L=\tau\times R=0,8H$

حل التمرين 18

1.أ عبارة التوتر u_{AB} بدلالة كل من: R,i,r,L:

$$u_{AB}=L\frac{di}{dt}+ri+Ri=L\frac{di}{dt}+(R+r)i$$

ب لدينا $E=u_{AB}=L\frac{di}{dt}+(R+r)i=cte$ مقدار ثابت و شدة التيار i تتزايد أثناء المرحلة الانتقالية فهذا يعني أن المقدار $L\frac{di}{dt}$ يتناقص أثناء النظام الانتقالي.

جـ-عبارة $\frac{di}{dt}$:

عند اللحظة $t = 0$ يكون: $i = 0$ ومنه: $E = L\frac{di}{dt} + (R+r)\times 0 = L\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0}$

-قيمة L: لدينا $E = L\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0}$ ومنه: $L = \frac{E}{\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0}}$ حيث $\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0}$ هو ميل المماس

للمنحنى $i = f(t)$ عند المبدأ، ومنه: $L = \frac{6,0V}{100A} = 6\times10^{-2}H$

د-حساب قيمة $\frac{di}{dt}$ بالنسبة لـ $t \rangle 5ms$:

من المنحنى $i = f(t)$ نجد أن: $\tau = 1ms$ ومنه $t \rangle 5ms$ نكون قد بلغنا حالة النظام الدائم

فإن: $i = I_0 = 100mA$ وعليه فإن: $\frac{di}{dt} = 0$

استنتاج قيمة r:

لدينا $E = L\frac{di}{dt} + (R+r)i$ وفي حالة النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0$

إذن: $E = (R+r)I_0$

إذن: $r = \frac{E - RI_0}{I_0} = \frac{E}{I_0} - R = \frac{6}{0,1} - 50 = 10\Omega$.

2. أ- إرفاق كل حالة بالمنحنى البياني الموافق لها:

- بما أنه في الحالة الأولى و الثانية لهما نفس المقاومة الكلية أي: $R_{éq} = R_1 + r = R_2 + r$
و عليه سنحصل في الحالتين على نفس شدة التيار الكهربائي الأعظمي في حالة النظام

الدائم: $I_0 = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{E}{R_2 + r} = \frac{6}{60} = 0,1A = 100mA$ وعليه فالمنحنيين(ب) و (جـ)

هما الموافقان لهاتين الحالتين. وبما أن $L_2 \rangle L_1$ هذا يعني أن: $\tau_2 \rangle \tau_1$ وبالاعتماد على منحنيات الشكل-3 نلاحظ أن المنحنى (جـ) هو الذي له ثابت زمن أكبر بالنسبة للمنحنى(ب).

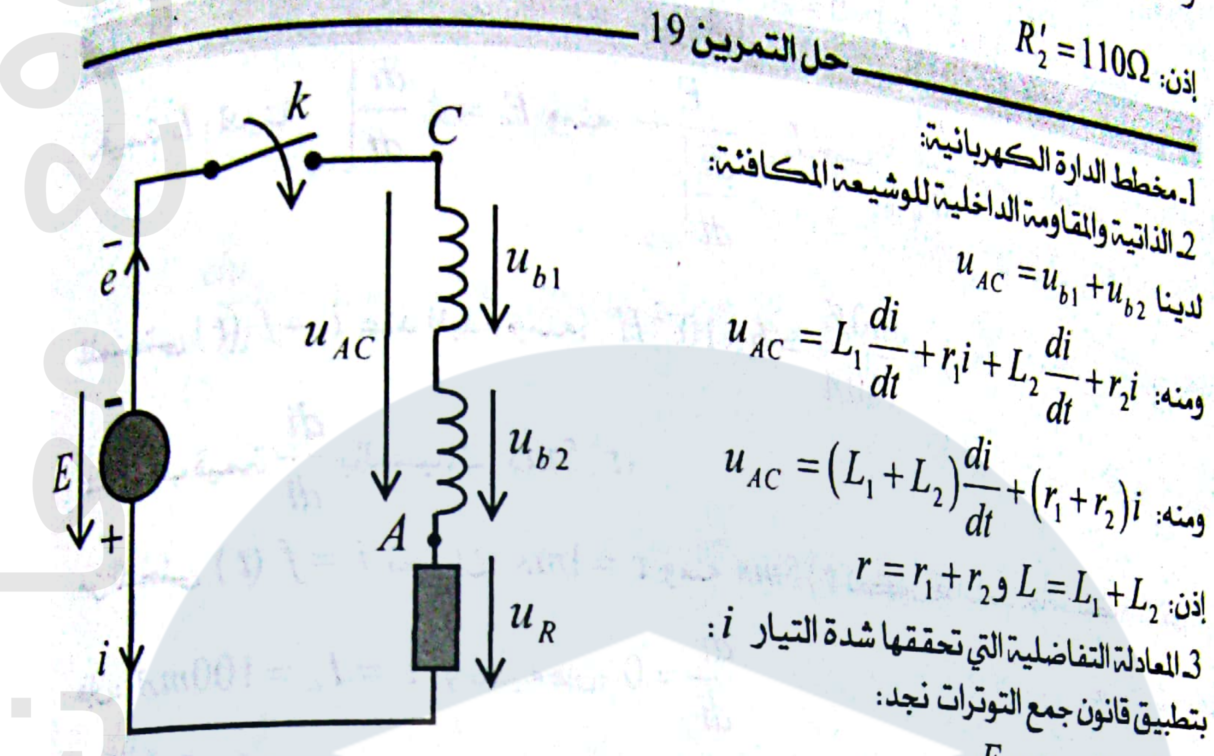
- إذن فالمنحنى (جـ) يوافق الحالة الثانية و المنحنى(ب) يوافق الحالة الأولى، و المنحنى (أ) يوافق الحالة الثالثة.

ب-عبارة R_2' بدلالة r, R, L_3, L_2: $\tau_2' = \tau_3 \Leftarrow \frac{L_2}{R_2' + r} = \frac{L_3}{R_3 + r}$

$$R_2' = \frac{L_2.(R_3+r)}{L_3} - r = \frac{0,12(30+10)}{0,04} - 10 = 110\Omega$$ وعليه:

إذن: $R_2' = 110\Omega$

حل التمرين 19



1. مخطط الدارة الكهربائية:

2. الذاتية والمقاومة الداخلية للوشيعة المكافئة:

لدينا $u_{AC} = u_{b1} + u_{b2}$

ومنه: $u_{AC} = L_1\frac{di}{dt} + r_1 i + L_2\frac{di}{dt} + r_2 i$

ومنه: $u_{AC} = (L_1+L_2)\frac{di}{dt} + (r_1+r_2)i$

إذن: $L = L_1 + L_2$ و $r = r_1 + r_2$

3. المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$E = u_{b1} + u_{b2} + u_R$

ومنه: $E = (L_1+L_2)\frac{di}{dt} + (r_1+r_2)i + Ri$

وعليه: $E = (L_1+L_2)\frac{di}{dt} + (r_1+r_2+R)i$

ومنه: $\frac{di}{dt} + \frac{(r_1+r_2+R)}{(L_1+L_2)}i = \frac{E}{(L_1+L_2)}$ إذن: $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$.......(1)

3. حساب قيمة الذاتية L للوشيعة المكافئة:

البيان عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته هي: $\frac{di}{dt} = a.i + b$

حيث a ميل المستقيم ومنه: $a = -\frac{9}{4,5\times10^{-2}} = -200s^{-1}$ و $b = 12A.s^{-1}$

وعليه: $\frac{di}{dt} = -200.i + 12$ إذن: $\frac{di}{dt} + 200i = 12$......(2)

بالمطابقة بين المعادلتين (1) و (2) نجد: $\frac{E}{L} = 12$ ومنه: $L = \frac{6}{12} = 0,5H$.

- حساب قيمة المقاومة الداخلية r للوشيعة المكافئة:

بالمطابقة بين المعادلتين (1) و (2) نجد: $200=\frac{(R+r)}{L}$ ومنه: $r=200L+R$

ومنه: $r=200\times 0,5-90=10\Omega$ إذن: $r=10\Omega$

4. عبارة شدة التيار الأعظمي I_0 بدلالة R,r,E:

في حالة النظام الدائم $\frac{di}{dt}=0$ وعليه المعادلة التفاضلية تكتب كما يلي:

$$\frac{(R+r)}{L}I_0=\frac{E}{L}$$ ومنه: $$I_0=\frac{E}{(R+r)}$$ إذن: $$I_0=\frac{6}{(90+10)}=0,06A$$

5. عبارة ثابت الزمن τ بدلالة R,r,L:

باشتقاق عبارة $i(t)$ بالنسبة للزمن نجد: $\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ وبالتعويض في المعادلة التفاضلية

نجد: $$\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{(R+r)}{L}I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}$$

ومنه: $$\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{(R+r)I_0}{L}-\frac{(R+r)}{L}I_0e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}$$

ومنه: $$\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{L}-\frac{(R+r)}{L}I_0e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}$$ ومنه: $$\left(\frac{1}{\tau}-\frac{(R+r)}{L}\right)I_0e^{-\frac{t}{\tau}}=0$$

حتى يكون $I(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية يجب أن يكون:

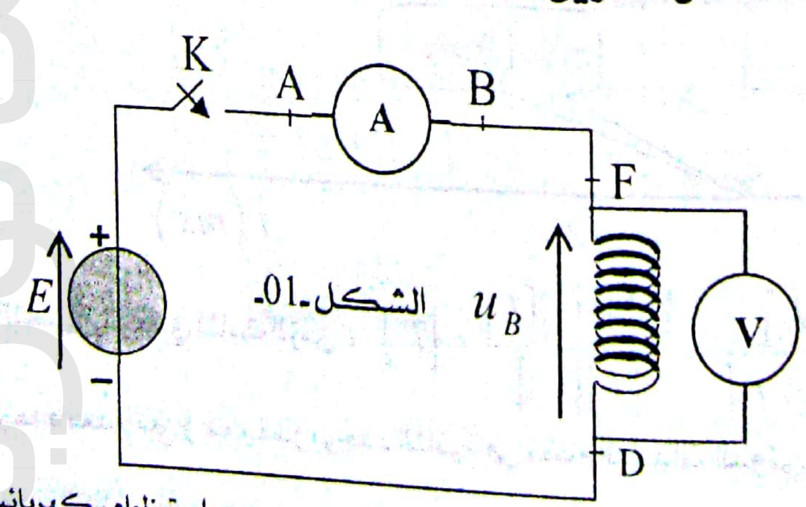
$$\frac{1}{\tau}-\frac{(R+r)}{L}=0$$ ومنه: $$\frac{1}{\tau}=\frac{(R+r)}{L}$$ إذن: $$\tau=\frac{L}{(R+r)}$$

حل التمرين 20

المحاولة الأولى:

الاعتماد على النظام الدائم.

1 إتمام الشكل-1-:



الشكل-01-

2ـ استنتاج قيمة مقاومة الوشيعة:

نعلم أن: $u_B = L\frac{di}{dt} + ri$ وفي حالة النظام الدائم $i = I_0$

و $\frac{di}{dt} = 0$ ومنه: $u_B = rI_0$

إذن $r = \frac{u_B}{I_0} = \frac{5,95}{410\times10^{-3}} = 14,5\Omega$

المحاولة الثانية: الاعتماد على النظام الانتقالي.

1ـ المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

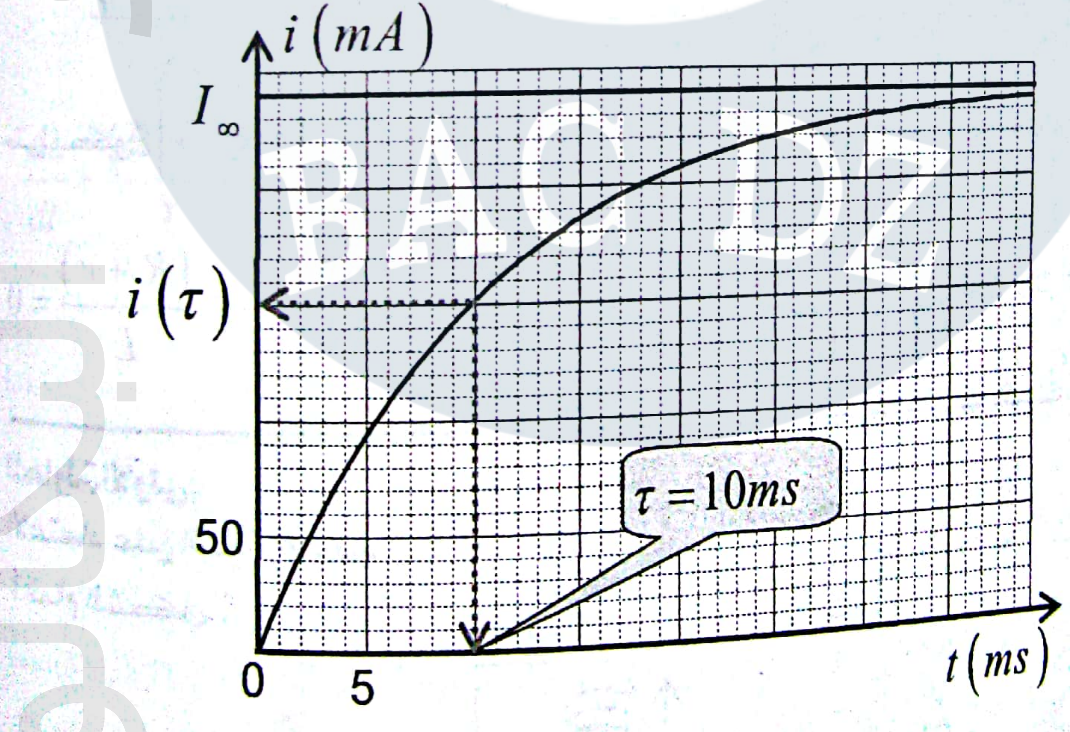
بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $E = u_B + u_R = L\frac{di}{dt} + ri + Ri$

ومنه: $E = L\frac{di}{dt} + (r+R)i$

وعليه: $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$ إذن: $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L}$ حيث: $\tau = \frac{L}{(R+r)}$

2ـ قيمة ثابت الزمن τ بيانيا:

ـ بالاعتماد على طريقة $(0,63)$ من القيمة العظمى I_∞ نجد: $\tau = 10ms$



ـ التحليل البعدي لثابت الزمن τ: $[\tau] = \frac{[L]}{[R+r]} = \frac{[U][T][I]}{[I][U]} = [T]$

فبعده بعد زمني و هو يقدر بوحدة الثانية في نظام الوحدات الدولي SI.

3. استنتاج قيمة المقاومة r في هذه الحالة:

لدينا $\tau = \frac{L}{(R+r)}$ ومنه: $r = \frac{L}{\tau} - R = \frac{250\times10^{-3}}{10\times10^{-3}} - 10 = 15\Omega$ إذن: $r = 15\Omega$.

4. أ. نظام عمل الوشيعة هو: النظام الدائم.

ب. عبارة قيمة مقاومة الوشيعة r:

في النظام الدائم: $E = rI_\infty + RI_\infty$ ومنه: $r = \frac{E - RI_\infty}{I_\infty} = \frac{E}{I_\infty} - R$

وعليه: $r = \frac{6}{240\times10^{-3}} - 10 = 15\Omega$

5. نلاحظ أن القيم التجريبية الثلاثة لمقاومة الوشيعة متقاربة فيما بينها في حدود أخطاء التجريب و القياس.

حل التمرين 21

1. حساب التوتر $u_b(0)$ بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 0$:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = u_b(t) + u_R(t)$

ولما $t = 0$ فإن: $u_b(0) = E - u_R(0) = E - R.i(0)$

ونعلم أن: $i(0) = 0A$. إذن: $u_b(0) = E = 12V$

2. عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة عند النظام الدائم:

من قانون جمع التوترات: $E = u_b(t) + u_R(t)$ ومنه: $E = L\frac{di}{dt} + r.i + R.i$

وعند بلوغ النظام الدائم: $i(t) = i_{max}$ أي: $\frac{di}{dt} = 0$ إذن: $i_{max} = \frac{E}{R+r}$

وعليه: $u_{b.max} = r.i_{max} = \frac{r.E}{R+r}$.

- استنتاج قيمة R:

من العلاقة: $u_{b.max} = r.i_{max} = \frac{r.E}{R+r}$

نجد: $R = \frac{r.E}{u_{b.max}} - r = \frac{8\times12}{3} - 8 = 24\Omega$

3. أ. المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي الوشيعة:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = u_b(t) + u_R(t)$

و بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: $u_R(t) = E - u_b(t)$......(1)

ومنه: $\frac{du_R(t)}{dt} = -\frac{du_b(t)}{dt}$.....(2)

ولدينا من جهة أخرى: $u_b(t) = L\frac{di}{dt} + r.i$ و بضرب طرفيها في R نجد:

$$R\,u_b(t) = LR.\frac{di}{dt} + r.R.i$$

إذن: $R\,u_b(t) = L\frac{du_R}{dt} + r\,u_R$.........(3)

وبتعويض (1) و (2) في العلاقة (3) نجد: $R\,u_b(t) = -L\frac{du_b}{dt} + r.(E - u_b(t))$

ومنه: $L\frac{du_b}{dt} + R\,u_b(t) + r\,u_b(t) = rE$ ومنه: $L\frac{du_b}{dt} + (R+r)\,u_b(t) = rE$

وبالقسمة على L نجد: $\frac{du_b}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_b(t) = \frac{rE}{L}$

إذن: $\frac{du_b(t)}{dt} + \frac{u_b(t)}{\tau} = \frac{r.E}{L}$

- وعبارة ثابت الزمن τ هي: $\tau = \frac{L}{R+r}$

ب- عبارة الثابتين A و B:

باشتقاق الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_b(t)}{d} = -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية نجد: $-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \left(\frac{1}{\tau}\right)\left(Ae^{-t/\tau} + B\right) = \frac{r.E}{L}$

$$-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{B}{\tau} = \frac{r.E}{L}$$

نجد أن: $\frac{B}{\tau} = \frac{r.E}{L}$ أي: $B = \tau\frac{r.E}{L}$ إذن: $B = \frac{r.E}{R+r}$

- عند اللحظة $t = 0$ يكون: $u_b(0) = A + B = E$

ومنه: $A = E - B = E - \frac{r.E}{R+r}$ إذن: $A = \frac{R.E}{R+r}$

إذن حل المعادلة التفاضلية هو: $u_b(t)=\frac{R.E}{R+r}e^{-t/\tau}+\frac{r.E}{R+r}$

4.تعيين بيانينا قيمة ثابت الزمن الموافق لكل حالة:

عند اللحظة $t=\tau$ يكون: $u_b(\tau)=0,37(12-3)+3=6,33V$

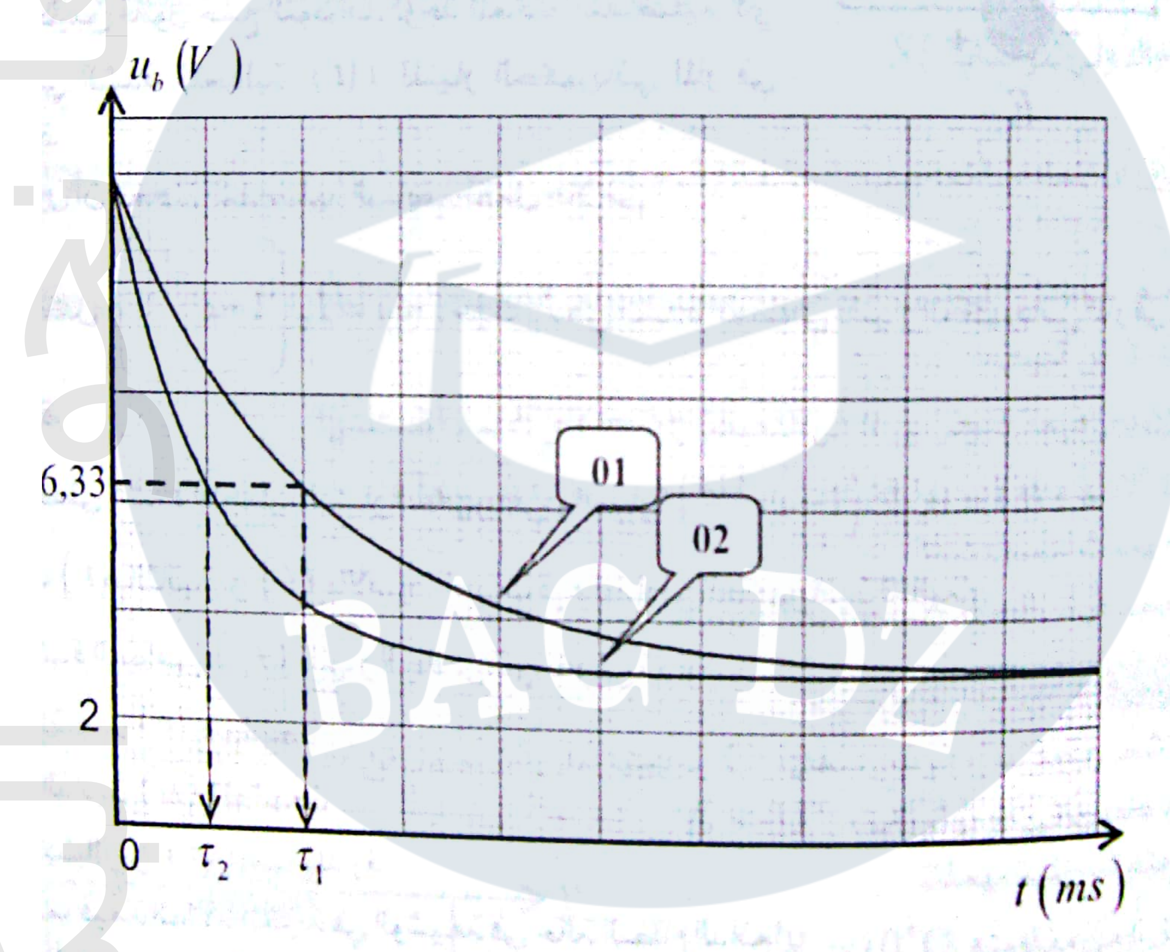
أي ثابت الزمن يمثل فاصلة النقطة ذات الترتيبة $u_b(\tau)=6,33V$

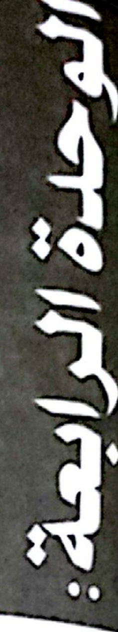
ومن المنحني البياني نقرأ: $\tau_1=25ms$ و $\tau_2=12,5ms$

.استنتاج قيمة كل من L_1 و L_2:

بما أن: $\tau=\frac{L}{R+r}$

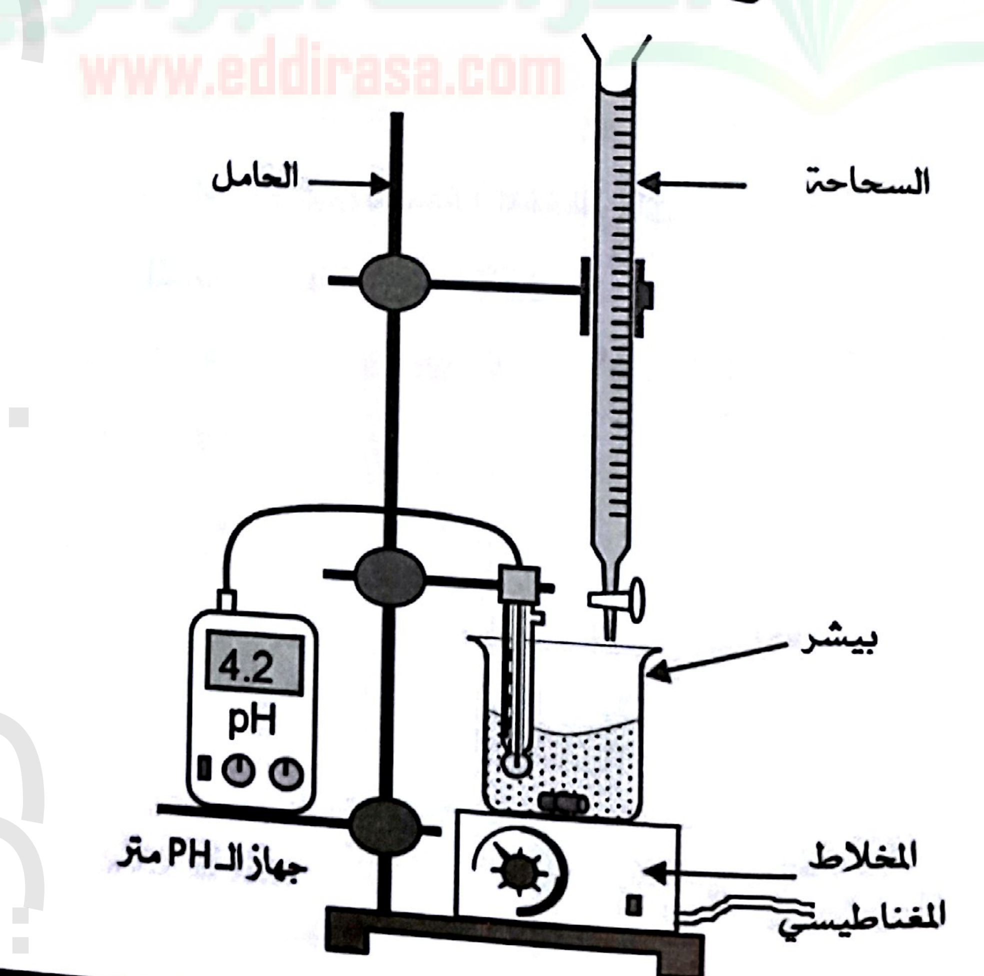
إذن: $L_1=\tau_1(R+r)=0,8H$ و $L_2=\tau_2(R+r)=0,4H$







تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن



الوحدة رقم 04:
تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

الملخص:

- الأحماض و الأسس حسب برونستد:

الحمض: هو كل فرد كيميائي (جزيء أو شاردة) له القدرة على فقد بروتون H^+ أو لكثر خلال تحول كيميائي.

$HA \rightarrow A^- + H^+$ والثنائية (أساس/حمض) هي: $\left(HA/A^-\right)$

أ- الحمض القوي: نقول عن حمض HA أنه حمض قوي إذا تشرد كليا في الماء.

ب- الحمض الضعيف: نقول عن حمض HA أنه حمض ضعيف إذا تشرد جزئيا في الماء.

الأساس: هو كل فرد كيميائي (جزيء أو شاردة) له القدرة على اكتساب بروتون H^+ أو أكثر خلال تحول كيميائي.

$B + H^+ \rightarrow BH^+$ والثنائية (أساس/حمض): $\left(BH^+/B\right)$

أ- الأساس القوي: نقول عن أساس B أنه قوي إذا تشرد كليا في الماء.

ب- الأساس الضعيف: نقول عن أساس B أنه ضعيف إذا تشرد جزئيا في الماء.

1 - PH محلول مائي ممدد:

$$PH = -\log\left[H_3O^+\right]$$

ملاحظة:

هذه العلاقة صالحة من أجل المحاليل الممددة (المخففة) أي من أجل $\left[H_3O^+\right] \langle 10^{-1} mol/l$

PH المحاليل المائية الممددة: عند الدرجة $25°C$.

- **المحلول الحمضي:** $PH \langle 7$ أي $\left[H_3O^+\right] \rangle 10^{-7} mol/l$

- **المحلول المعتدل:** $PH = 7$ أي $\left[H_3O^+\right] = 10^{-7} mol/l$

- **المحلول الأساسي:** $PH \rangle 7$ أي $\left[H_3O^+\right] \langle 10^{-7} mol/l$

النسبة النهائية لتقدم τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$$

- يكون التفاعل تام إذا كان: $\tau_f = 1$

- و يكون التفاعل غير تام إذا كان $\tau_f \langle 1$

كسر التفاعل Q_r : لتكن معادلة التفاعل: $aA + bB = cC + dD$

عبارته هي: $$Q_r = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

.اصطلاحات في كيفية حساب كسر التفاعل Q_r: $[H_2O]=1$ ، $[Solide]=1$

ملاحظة: **كسر التفاعل لا يتعلق بتركيب المزيج الابتدائي، بل يتعلق بدرجة الحرارة فقط.**

.ثابت التوازن K :

$$K = Q_{rf} = \frac{[C]_f^c [D]_f^d}{[A]_f^a [B]_f^b}$$

التفاعل تام إذا كان $K \rangle 10^4$ ، التفاعل غير تام $K \langle 10^{-4}$
له نفس خصائص Q_r أي يتعلق بدرجة الحرارة فقط

.التحولات حمض ـ أساس:

1.الجداء الشاردي للماء:

$Ke = [H_3O^+].[OH^-]$ ويتعلق بدرجة الحرارة فقط.

$Pke = -\log ke$ عند درجة الحرارة $25°C$: $Ke = 10^{-14}$

2.ثابت الحموضة Ka للثنائية (HA/A^-) :

لتكن معادلة التفاعل التالية: $HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$$Ka = \frac{[A^-]_f . [H_3O^+]_f}{[HA]_f}$$ ومنه: $PKa = -\log Ka$ إذن: $Ka = 10^{-PKa}$

. Ka يتعلق بدرجة الحرارة فقط.

.العلاقة بين الـ PH والـ PKa :

$$PH = PKa + \log \frac{[A^-]_f}{[HA]_f}$$

ـ كلما كان Ka أكبر (PKa أصغر) يكون الحمض أقوى.
ـ كلما كان Ka أصغر (PKa أكبر) يكون الأساس أقوى.

ـ بالنسبة للثنائية: (H_3O^+/H_2O)
$Ka = 1$ و $PKa = 0$

ـ بالنسبة للثنائية: (H_2O/OH^-)
$Ka = 10^{-14}$ و $PKa = 14$

- مجال تغلب الصفة الحمضية أو الأساسية للثنائية (أساس/حمض):

1- إذا كان: $PH = PKa$ يكون $[HA]_f = [A^-]_f$ هذا يعني أنه لا توجد صفة غالبة

2- إذا كان: $PH \rangle PKa$ يكون $[HA]_f \langle [A^-]_f$ هذا يعني أن الصفة الأساسية هي السائدة

3- إذا كان: $PH \langle PKa$ يكون $[HA]_f \rangle [A^-]_f$ هذا يعني أن الصفة الحمضية هي السائدة

- مخطط توزيع الصفة السائدة:

$: PH = PKa$

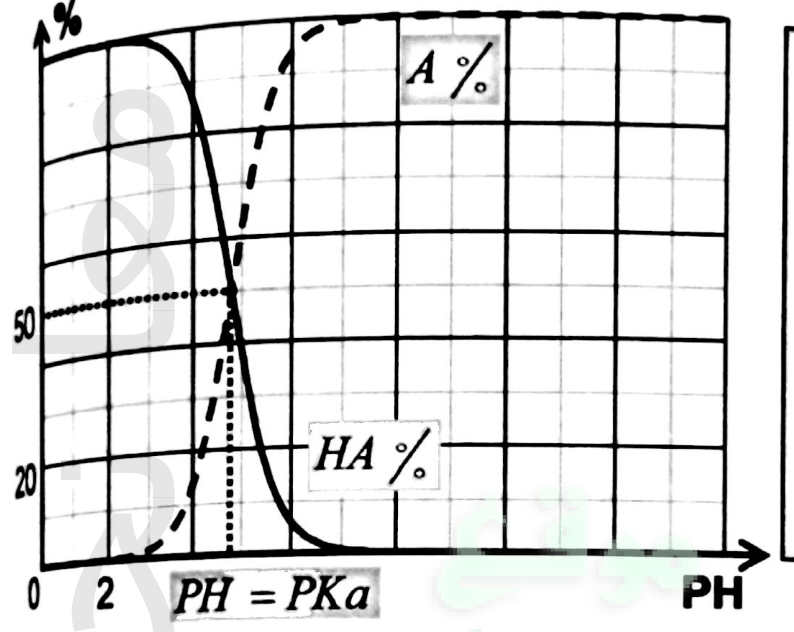
$[HA]\% = [A^-]\% = 50\%$

$: PH \langle PKa$

$[HA]\% \rangle [A^-]\%$.

$: PH \rangle PKa$

$[A^-]\% \rangle [HA]\%$



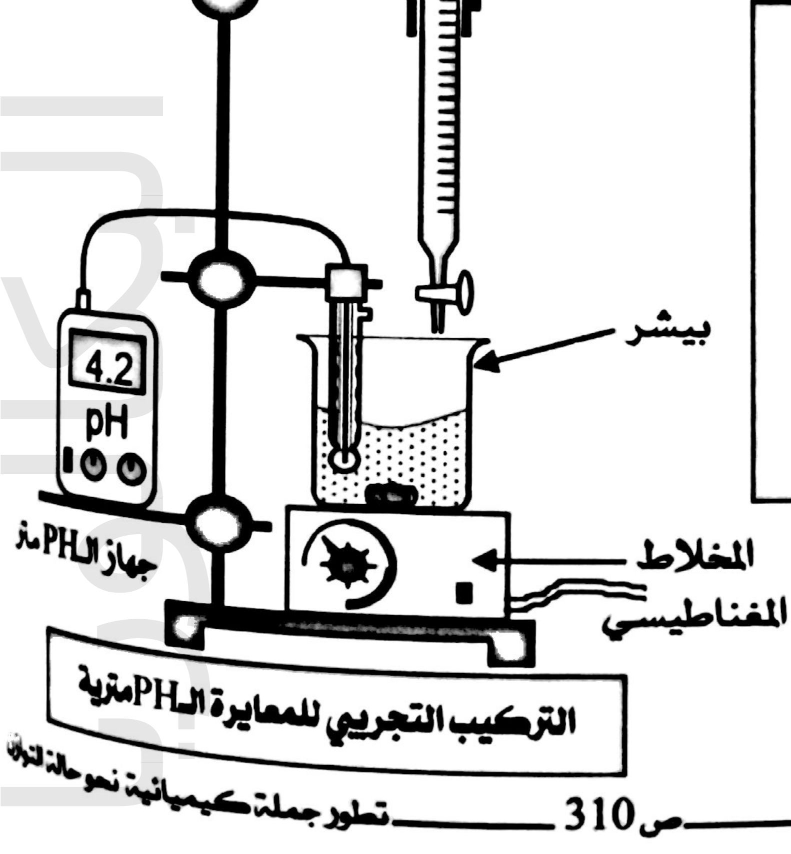
- المعايرة الـ PH مترية:

- الكاشف الملون:

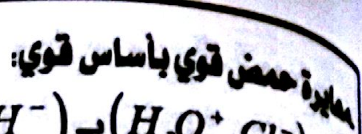
- يتميز بثنائية (HIn/In^-)

- لون الصفة HIn يختلف عن لون الصفة In^-.

- أفضل كاشف ملون للمعايرة هو الذي مجال تغيره اللوني يشمل نقطة التكافؤ.



التركيب التجريبي للمعايرة الـPH مترية



معايرة حمض قوي بأساس قوي:

مثال: (H_3O^+, Cl^-) بـ (Na^+, OH^-)

.معادلة تفاعل المعايرة:

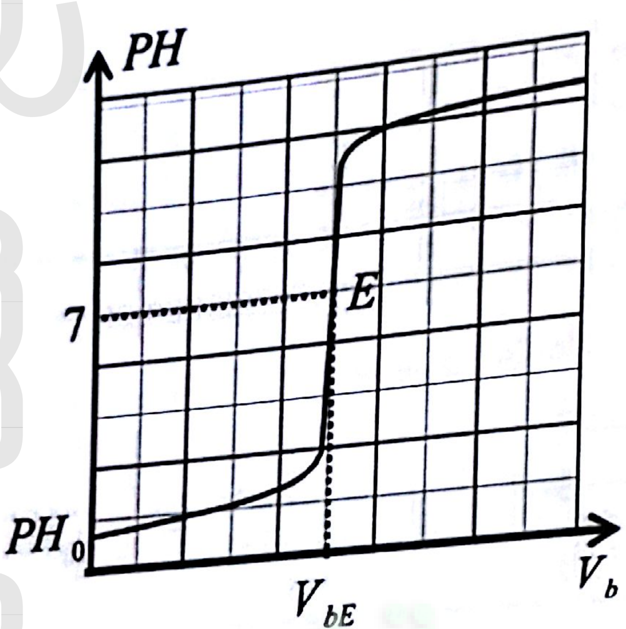
$$(H_3O^+, Cl^-) + (Na^+, OH^-) = 2H_2O + (Na^+, Cl^-)$$

.التركيز المولي للحمض: $C_a = 10^{-PH_0}$

.عند نقطة التكافؤ E : $C_a V_a = C_b V_{bE}$

نحسب تراكيز الأفراد الكيميائية

عند أي نقطة بالاعتماد على جدول التقدم.



معايرة حمض ضعيف بأساس قوي:

مثال: (CH_3COOH) بـ (Na^+, OH^-)

.معادلة تفاعل المعايرة:

$$CH_3COOH + (Na^+, OH^-) = (CH_3COO^-, Na^+) + H_2O$$

.التركيز المولي للحمض: $C_a \neq 10^{-PH_0}$

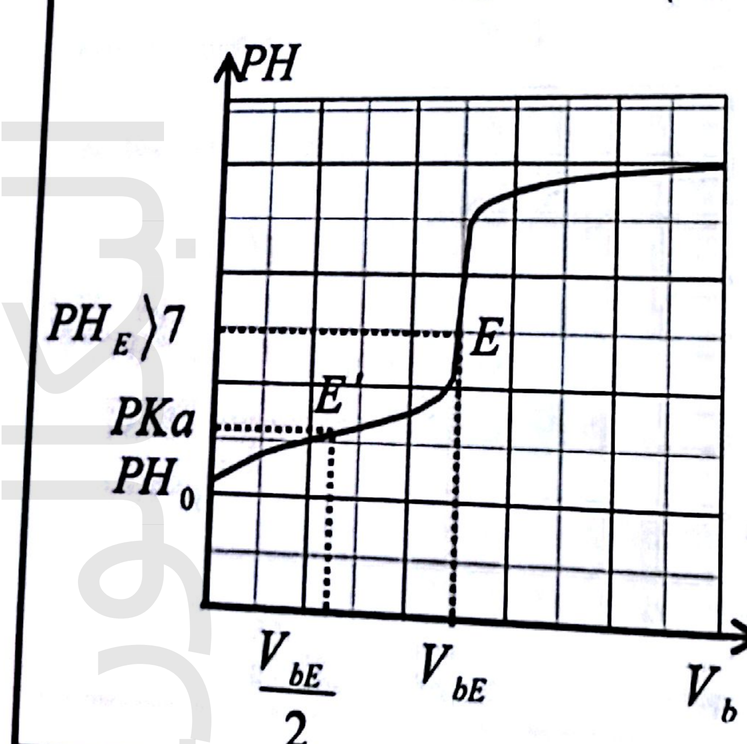
.عند نقطة التكافؤ E : $C_a V_a = C_b V_{bE}$

.عند نقطة نصف التكافؤ E' : $\left(\frac{V_{bE}}{2}\right)$

$$PH = PKa$$

نحسب تراكيز الأفراد الكيميائية

عند أي نقطة بالاعتماد على جدول التقدم.





ـ معايرة أساس قوي بحمض قوي:

مثال: $\left(Na^{+},OH^{-}\right)$ بـ $\left(H_3O^{+},Cl^{-}\right)$

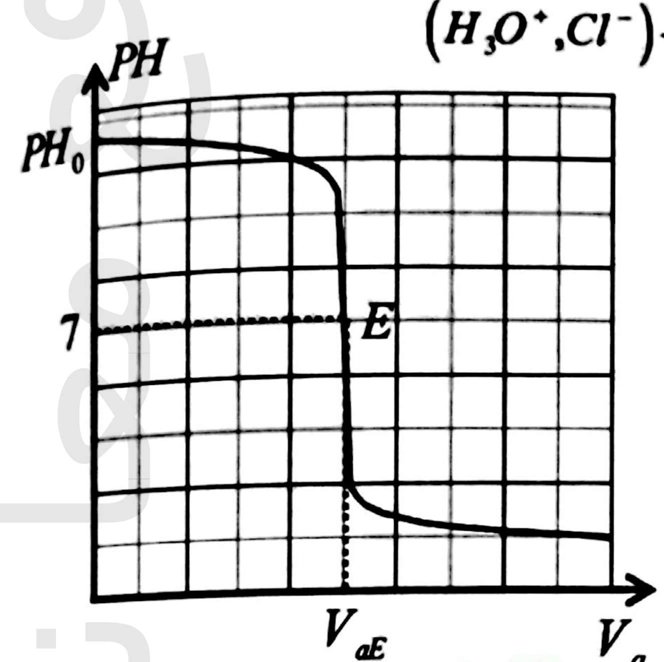
ـ معادلة تفاعل المعايرة:

$$\left(H_3O^{+},Cl^{-}\right)+\left(Na^{+},OH^{-}\right)\rightarrow 2H_2O+\left(Na^{+},Cl^{-}\right)$$

ـ التركيز المولي للأساس: $C_a = 10^{PH_0-14}$

ـ عند نقطة التكافؤ: $C_aV_{aE} = C_bV_b$

تحسب تراكيز الأفراد الكيميائية عند أي نقطة بالاعتماد على جدول التقدم.



ـ معايرة أساس ضعيف بحمض قوي:

مثال: $\left(NH_3\right)$ بـ $\left(H_3O^{+},Cl^{-}\right)$

ـ معادلة تفاعل المعايرة:

$$NH_3+\left(H_3O^{+},Cl^{-}\right)=\left(NH_4^{+},Cl^{-}\right)+H_2O$$



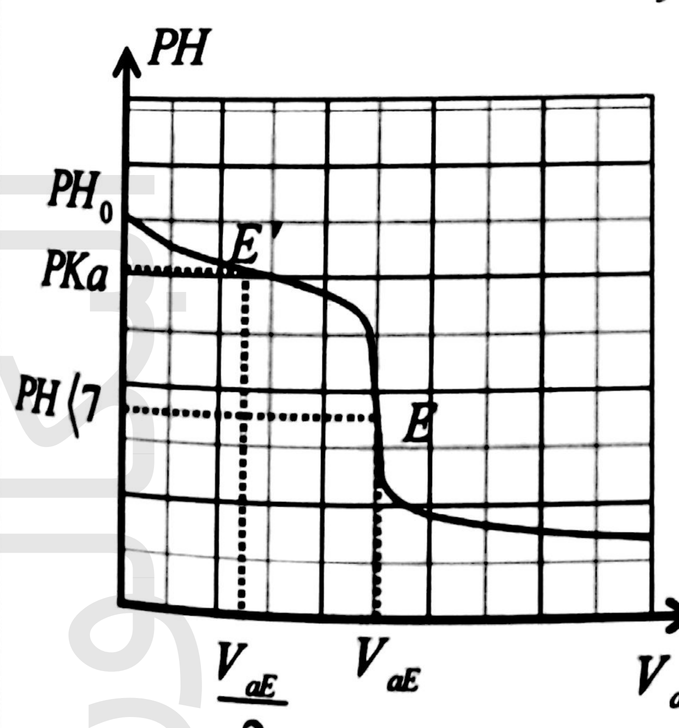
ـ التركيز المولي للأساس: $C_a \neq 10^{PH_0-14}$

ـ عند نقطة التكافؤ: $C_aV_a = C_bV_{bE}$

ـ عند نقطة نصف التكافؤ E' : $\left(\dfrac{V_{aE}}{2}\right)$

$$PH = PKa$$

تحسب تراكيز الأفراد الكيميائية عند أي نقطة بالاعتماد على جدول التقدم.



تمارين حول:
تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

التمرين 01:

اختر الجواب الصحيح لكل سؤال:

1. الحمض حسب برونستد هو كل فرد كيميائي له القدرة على:

أ. اكتساب بروتونا ب. فقد إلكترونا جـ. فقد بروتونا

2. الأساس حسب برونستد هو كل فرد كيميائي له القدرة على:

أ. فقد بروتونا ب. اكتساب بروتونا جـ. اكتساب إلكترون

3. كسر التفاعل Q_r يتعلق فقط بـ:

أ. درجة الحرارة ب. التراكيز الإبتدائية للمتفاعلات جـ. كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات.

4. عبارة النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f هي:

أ. $\tau_f = \frac{x_{max}}{x_f}$ ب. $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$ جـ. $\tau_f = \left(\frac{x_{max}}{x_f}\right)^2$

5. عبارة ثابت الحموضة Ka للثنائية (HA/A^-) هي:

أ. $Ka = \frac{[H_3O^+]_f [HA]_f}{[A^-]_f}$ ب. $Ka = \frac{[H_3O^+]_f [A^-]_f}{[HA]_f}$

جـ. $Ka = \frac{[H_3O^+]_f [A^-]_f}{[OH^-][HA]_f}$

6. العلاقة بين الـ PH والـ PKa هي:

أ. $PH = PKa - \log\frac{[A^-]_f}{[HA]_f}$ ب. $PH = PKa - \log\frac{[HA]_f}{[A^-]_f}$

جـ. $PH = PKa + \frac{[HA]_f}{[A^-]_f}$

التمرين 02:

أكتب عبارة كسر التفاعل لكل من المعادلات الكيميائية التالية:

01. $I_{2(aq)} + 2S_2O_{3(aq)}^{2-} = 2I_{(aq)}^- + S_4O_{6(aq)}^{2-}$

02. $C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO_{(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$

03. $Cu_{(s)} + 2Ag^{+}_{(aq)} = Cu^{2+}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$

04. $Fe^{3+}_{(aq)} + 3OH^{-}_{(aq)} = Fe(OH)_{3(s)}$

التمرين 03:

يعطي قياس PH محلول مائي لحمض الميثانويك $HCOOH$ تركيزه المولي $c = 5,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ وحجمه $V = 100mL$ بواسطة جهاز الـ PH متر القيمة $PH = 2,5$.

1. أكتب معادلة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء، ثم استنتج الثنائيتين (أساس/حمض) الداخلتين في التفاعل.
2. أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.
3. احسب قيمة التقدم الأعظمي x_{max}.
4. احسب قيمة التقدم النهائي x_f.
5. احسب النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f، ماذا تستنتج؟.

التمرين 04:

لدينا محلول مائي (S) لحمض الإيثانويك CH_3COOH حجمه V و تركيزه المولي $c = 5,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$. أعطى قياس الناقلية النوعية للمحلول (S) القيمة $\sigma = 0,343 m.S.cm^{-1}$ عند درجة الحرارة $25°C$.

1. اكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء، ثم أنشئ جدول تقدم التفاعل.
2. حدد عند حالة التوازن تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول المائي (S).

يعطى: $\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2.mol^{-1}$ و $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,1mS.m^2.mol^{-1}$.

3. استنتج قيمة كسر التفاعل $Q_{r,éq}$ عند حالة التوازن.
4. نقيس الناقلية النوعية لمحلول (S') لحمض الإيثانويك تركيزه المولي $c' = 5,0 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$، نجد القيمة $\sigma' = 0,107 m.S.cm^{-1}$ عند درجة الحرارة $25°C$، جد قيمة كسر التفاعل $Q'_{r,éq}$ عند حالة التوازن.
5. قارن بين قيمتي كسر التفاعل عند حالة التوازن، ماذا تستنتج؟.

التمرين 05:

كل المحاليل مأخوذة عند درجة الحرارة $25°C$، و الجداء الشاردي للماء $Ke = 10^{-14}$.

نتوفر على محلولين حمضيين لهما نفس التركيز المولي C، المحلول الأول (S_1) لحمض A_1H مجهول، و المحلول الثاني (S_2) لحمض الإيثانويك (CH_3COOH)، وبقياس PH كل

محلول نجد $PH(S_1)=2,0$ و $PH(S_2)=3,4$.

1.أ. اكتب معادلة انحلال حمض AH في الماء، ثم أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.

ب. بين أن عبارة نسبة تقدم التفاعل النهائية تكتب على الشكل التالي: $\tau_f=\frac{10^{-PH}}{C}$.

2. في حوجلة عيارية سعتها $100mL$، تحتوي على حجم $V_1=20mL$ من المحلول S_1 للحمض A_1H المجهول، نضيف له $V=80mL$ من الماء المقطر، وبعد الرج نحصل على محلول S_1' تركيزه المولي C'.

أ. بين أن: $C'=\frac{C}{5}$.

ب. باستعمال جهاز الـ PH متر نقيس PH المزيج قبل وبعد التمديد، والعلاقة بين $PH(S_1)$ و $PH(S_1')$ تكتب على الشكل التالي: $PH(S_1')=PH(S_1)+\log 5$، بين أن نسبة تقدم التفاعل τ_{f1} قبل التمديد و τ'_{f1} بعد التمديد لهما نفس القيمة.

جـ. بين أن الحمض A_1H حمض قوي.

د. تأكد أن $C=10^{-2}mol.L^{-1}$.

3.أ. احسب نسبة تقدم التفاعل النهائية τ_f لتفاعل انحلال حمض الإيثانويك في الماء، ماذا نستنتج؟.

ب. بين أن عبارة PH المحلول S_2 تكتب على الشكل التالي:

$$PH=PKa+\log\frac{[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}$$

حيث: Ka ثابت الحموضة للثنائية $(CHCOOH/CHCOO^-)$.

التمرين 06:

الأمونياك (النشادر) NH_3 غاز يعطي عند انحلاله في الماء محلولا أساسيا.

1. ما هو الأساس حسب برونستد؟.

2. أكتب معادلة انحلال هذا الغاز في الماء مبينا الثنائيتين (أساس/ حمض) الداخلتين في التفاعل

3. الناقلية النوعية لمحلول النشادر تركيزه $c_b=10^{-2}mol.l^{-1}$ تساوي $\sigma_f=10,9ms.m^{-1}$ عند الدرجة 25^0C.

1.3. أكتب عبارة الناقلية النوعية لمحلول الأمونياك بدلالة التراكيز المولية للأفراد الكيميائية المتواجدة عند حالة التوازن و الناقليات النوعية المولية للشوارد.

2.3. أحسب التركيز المولي النهائي للأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول. (نهمل التشرد الذاتي للماء).

3.3- أكتب عبارة ثابت التوازن K لتفاعل تفكك غاز النشادر في الماء.

4.3- جد العلاقة بين ثابت التوازن K السابق و ثابت الحموضة Ka للثنائية (NH_4^+/NH_3)، ثم أحسب ثابت الحموضة، و استنتج قيمة الـ PKa.

4- نحقق معايرة PH مترية بواسطة جهاز PH متر لحجم قدره $V_b = 20mL$ من محلول الأمونياك السابق بواسطة محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه المولي $C_a = 2\times10^{-2} mol.l^{-1}$.

1.4- أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتفاعل الحادث.

2.4- ما هو الحجم اللازم إضافته من محلول حمض كلور الماء لمحلول الأمونياك حتى يحدث التكافؤ؟.

3.4- بين أنه عند إضافة $5ml$ من محلول حمض كلور الماء لمحلول الأمونياك نجد PH المحلول يساوي $9,2$.

معطيات: $Ke = 10^{-14} (25^0C)$ ، $\lambda(OH^-) = 19,2 ms.m^2.mol^{-1}$

$\lambda(NH_4^+) = 7,4 ms.m^2.mol^{-1}$

التمرين 07:

من أجل تحديد الصيغة المفصلة لحمض عضوي $RCOOH$ مجهول الصيغة و التركيز، موجود في قارورة بمخبر الثانوية، اقترح فوج من التلاميذ إجراء عملية معايرة PH مترية له.

تمت معايرة حجما $V_a = 50mL$ من الحمض ذي التركيز C_a بواسطة محلول ممدد S_b لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)}, OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_b = 2,5\times10^{-2} mol.L^{-1}$.

و النتائج التجريبية مدونة في الجدول التالي:

$V_b(mL)$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
PH	3,6	4,2	4,6	5,0	5,4	8,2	10,9	11,2	11,4	11,5	11,6	11,6

1- أ- أرسم شكلا توضيحيا للتجهيز المستعمل في هذه المعايرة.

ب- أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

جـ- أنجز جدول تقدم التفاعل باستخدام المقادير C_a, C_b, V_a, V_b.

د- عرف التكافؤ في المعايرة.

2- أ- أرسم منحنى المعايرة $PH = f(V_b)$.

ب- استنتج بيانيا إحداثيتي نقطة التكافؤ.

جـ- استنتج قيمة تركيز الحمض المعاير C_a، و بين أنه حمض ضعيف.

3- نعطي جانبا جدولا يبين قيم الـ PKa لبعض الثنائيات (أساس/حمض)، استنتج الصيغة الحقيقية للحمض المعاير.

4. ارسم سلما لقيم الـ PH توضح فيه توزع الصفة الغالبة في الثنائية الموافقة للحمض السابق.

5. استنتج الفرد الكيميائي الغالب في المزيج السابق عند حدوث التكافؤ، برر إجابتك.

PKa	الثنائية (أساس/حمض)
1,3	$\left(HCl_2C-COOH/HCl_2C-COO^-\right)$
2,9	$\left(H_2ClC-COOH/H_2ClC-COOH\right)$
3,8	$\left(HCOOH/HCOO^-\right)$
4,8	$\left(CH_3COOH/CH_3COO^-\right)$

تمرين 08:

جميع المحاليل مأخوذة عند الدرجة $25°C$، و $Ke=10^{-14}$.

يعطى: $PKa\left(HCOOH/HCOO^-\right)=3,8$.

1. نعتبر محلولا مائيا $\left(S_a\right)$ لحمض الميثانويك $HCOOH$، تركيزه المولي C_a وله $PH=2,9$.

1.1. اكتب معادلة تفاعل حمض الميثانويك $HCOOH$ مع الماء، ثم استنتج الثنائيتين (أساس/حمض) المشاركتين في التفاعل.

2.1. أنشئ جدول تقدم التفاعل.

3.1. بين أن نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل تكتب على الشكل التالي:

$\tau_f=\dfrac{1}{1+10^{PKa-PH}}$. ثم احسب قيمة τ_f.

4.1. استنتج تركيز المحلول $\left(S_a\right)$.

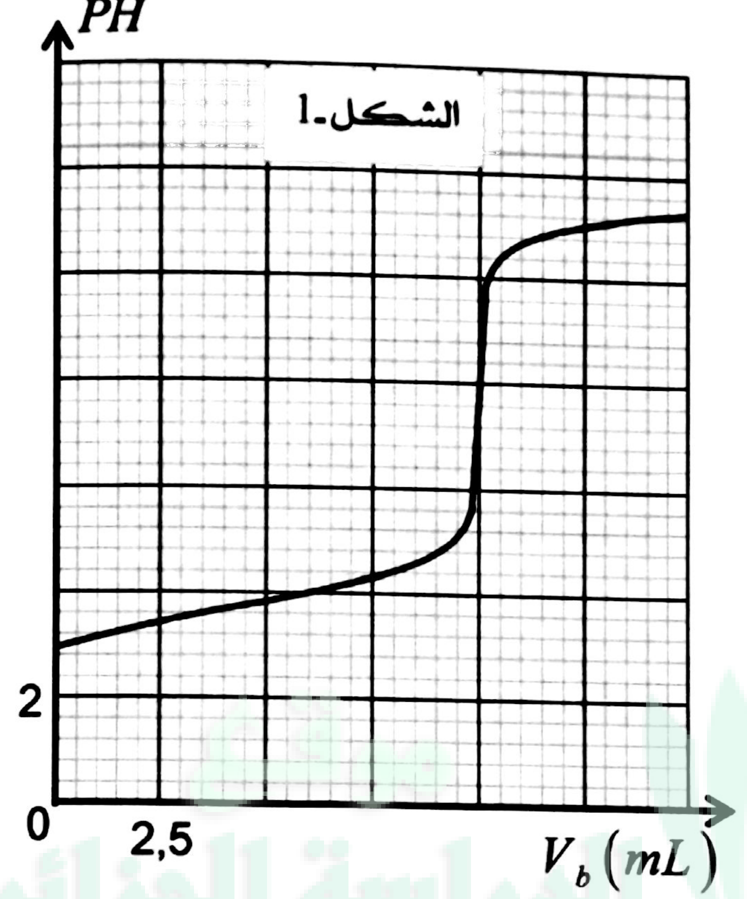
2. لتحديد تركيز المحلول $\left(S_a\right)$ عن طريق المعايرة، نأخذ حجما $V_a=10mL$ من المحلول $\left(S_a\right)$، ونعايره بمحلول $\left(S_b\right)$ لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b=1,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$، يمثل بيان الشكل-1 تغيرات الـ PH بدلالة حجم الأساس المضاف V_b أي $PH=f\left(V_b\right)$.

1.2. اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

2.2. حدد من البيان $PH=f\left(V_b\right)$ إحداثيتي نقطة التكافؤ E.

3.2. استنتج التركيز المولي C_a للمحلول $\left(S_a\right)$، هل النتيجة المتحصل عليها تتوافق مع ما تم التوصل إليه سابقا؟

4.2 احسب كمية مادة شوارد الهيدروكسيد $\left(OH^-\right)$ المتبقية في المزيج عند إضافة حجما قدره $V_b = 5mL$ من المحلول الأساسي، ثم احسب نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل، ماذا تستنتج؟.



التمرين 09:

كل المحاليل المائية مأخوذة عند الدرجة $25°C$، و $Ke = 10^{-14}$.

- قياس الـ PH لثلاثة محاليل حمضية، لها نفس التركيز $C = 2,5\times10^{-2} mol.L^{-1}$، أعطى النتائج المدونة في الجدول التالي:

PH	المحلول المائي	الحمض
3,2	$\left(S_1\right)$	A_1H
1,6	$\left(S_2\right)$	A_2H
2,9	$\left(S_3\right)$	A_3H

1- بين أن أحد المحاليل الحمضية الثلاثة قوي، و الآخرين ضعيفين.

2- أ- اكتب معادلة انحلال الحمض A_1H في الماء، ثم أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.

ب- أحسب النسبة النهائية لتقدم هذا التفاعل τ_{f1}.

جـ- بين أن عبارة ثابت الحموضة Ka_1 للثنائية $\left(A_1H / A_1^-\right)$ تكتب على الشكل التالي:

ثم أحسب قيمته. $Ka_1 = C\frac{\tau_{f1}^2}{(1-\tau_{f1})}$

3. نضيف لحجم $V_A = 20mL$ من المحلول الحمضي (S_3)، حجما $V_B = 10mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم $(NaOH)$ (محلول أساسي)، تركيزه المولي $C_B = C$، وقياس قيمة PH المزيج أعطى القيمة $PH = 4,2$.

أ. احسب قيمة ثابت الحموضة Ka_3 للثنائية (A_3H/A_3^-).

ب. قارن بين القيمتين Ka_1 و Ka_3، ثم استنتج الحمض الأضعف.

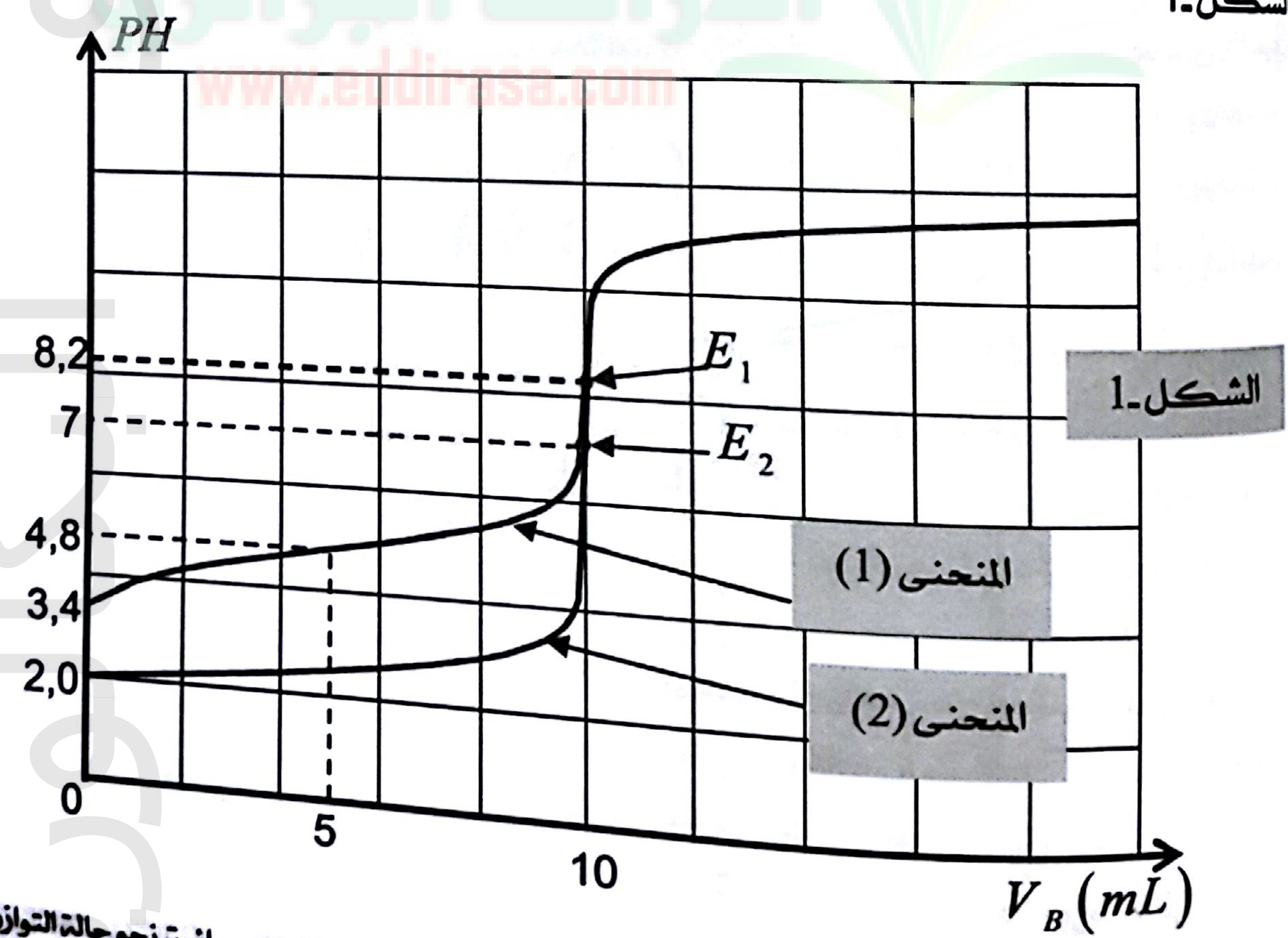
التمرين 10:

. جميع المحاليل مأخوذة عند الدرجة $25°C$، و الجداء الشاردي للماء $Ke = 10^{-14}$.

. نتوفر على محلولين حمضيين لهما نفس التركيز المولي الابتدائي C_A، وهما محلول حمض كلور الهيدروجين (HCl) (حمض قوي)، و محلول حمض الإيثانويك CH_3COOH.

. نعاير على حدى، حجما $V_A = 10mL$ من كل محلول بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $NaOH$ (أساس قوي) تركيزه المولي $C_B = 0,01 mol.L^{-1}$.

. و بالاستعانة بجهاز الـ PH متر تمكنا من متابعة تطور PH كل وسط تفاعلي بدلالة الحجم V_B المضاف، و ببرمجية مناسبة تمكنا من رسم المنحنيين (1) و (2) الممثلين في الشكل-1.



1ـأ ـ بين أن المنحني (2) يوافق معايرة محلول حمض كلور الهيدروجين.

بـ ـ أكتب معادلة التفاعل الموافقة لهذه المعايرة.

جـ ـ باستغلال المنحني (2)، جد قيمة التركيز C_A.

2ـ بين أن حمض الإيثانويك حمض ضعيف.

3ـأ ـ أكتب معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.

بـ ـ أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.

جـ ـ أكتب عبارة ثابت الحموضة Ka للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) بدلالة C_A و $[H_3O^+]_{éq}$، ثم احسب قيمة الـ PKa.

دـ جد قيمة الـ PKa للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) بيانيا.

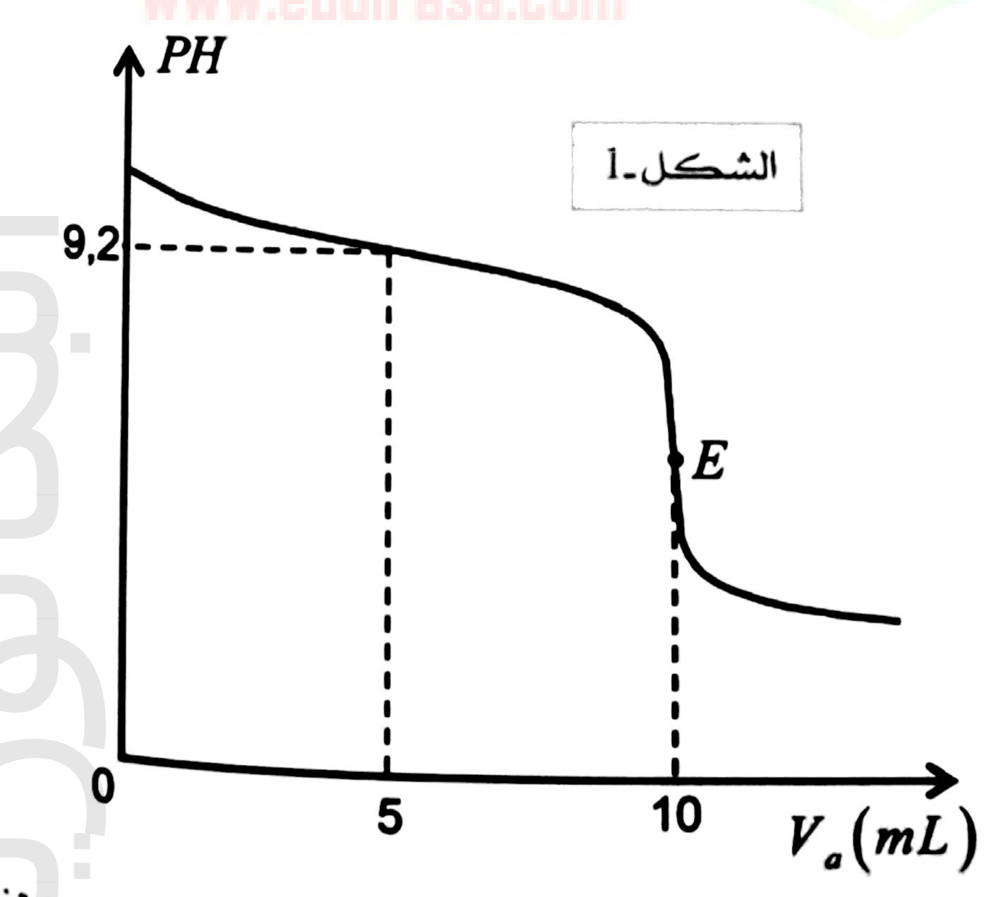
التمرين 11:

المحاليل مأخوذة عند الدرجة $25°C$، و الجداء الشاردي للماء $Ke = 10^{-14}$.

ـ نعاير حجما $V_B = 10mL$ من محلول مائي (S_B) للأمونياك (NH_3)، تركيزه المولي C_B بمحلول مائي (S_A) لحمض كلور الهيدروجين HCl (حمض قوي)، و تركيزه المولي $C_A = 0,01 mol.L^{-1}$.

ـ بالاستعانة بجهاز الـ PH متر تمكنا من متابعة تطور PH المزيج بدلالة الحجم المضاف V_A.

و ببرمجية إعلام آلي مناسبة تمكنا من رسم المنحني $PH = f(V_A)$ المبين في الشكل1.



01. باستغلال المنحني $PH = f(V_A)$ بين أن المحلول المائي (S_B) عبارة عن أساس ضعيف.

02. أ. اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب. عرف التكافؤ حمض-أساس ثم استنتج التركيز C_B.

جـ. حدد طبيعة المزيج عند نقطة التكافؤ (محلول حمضي، أساسي أو معتدل)، مع التعليل.

د. استنتج بيانيا قيمة الـ PKa للثنائية (NH_4^+/NH_3)، مع التعليل.

3. نصب في كأس بيشر حجما $V_B = 10mL$ من المحلول المائي (S_B) ونضيف له حجما V_e من الماء المقطر. المحلول المتحصل عليه (S'_B) نعايره بنفس المحلول المائي (S_A).

. بين مع التعليل صحة أو خطأ العبارات التالية:

. العبارة 01: الحجم $V_{A,E}$ المضاف عند نقطة التكافؤ لا يتغير.

. العبارة 02: قيمة PH نقطة التكافؤ تنقص.

. العبارة 03: قيمة PH نقطة نصف التكافؤ تتغير.

التمرين 12:

. درجة حرارة المحاليل ثابتة و تساوي $25°C$ ، الجداء الشاردي للماء $Ke = 10^{-14}$.

. نتوفر على محاول مائي (S_1) للأساس B_1 ، تركيزه المولي $C_1 = 10^{-1} mol\ L^{-1}$ وله $PH = 11{,}1$.

1. أ. اكتب معادلة تفاعل الأساس B_1 مع الماء، ثم أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.

ب. أحسب قيمة نسبة تقدم التفاعل النهائي τ_f.

جـ. هل B_1 أساس قوي أو ضعيف؟

2. نعاير حجما $V_B = 10mL$ من المحلول (S_1)، ثم نعاير حجما $V'_B = 10mL$ من محلول (S_2) للأساس B_2 تركيزه المولي C_2. من أجل كل معايرة نستعمل المحلول المائي (S_A) لحمض كلور الهيدروجين (H_3O^+, Cl^-) تركيزه المولي C_A. و بالإعتماد على نتائج المعايرتين تمكنا من رسم المنحنى (1) و (2) الممثلين على الشكل 1.

أ. أرفق كل منحنى بالأساس المعاير الموافق له، وذلك مع التعليل.

ب. ما هو المدلول العلمي للنقاط: I_2, I_1, E_2, E_1

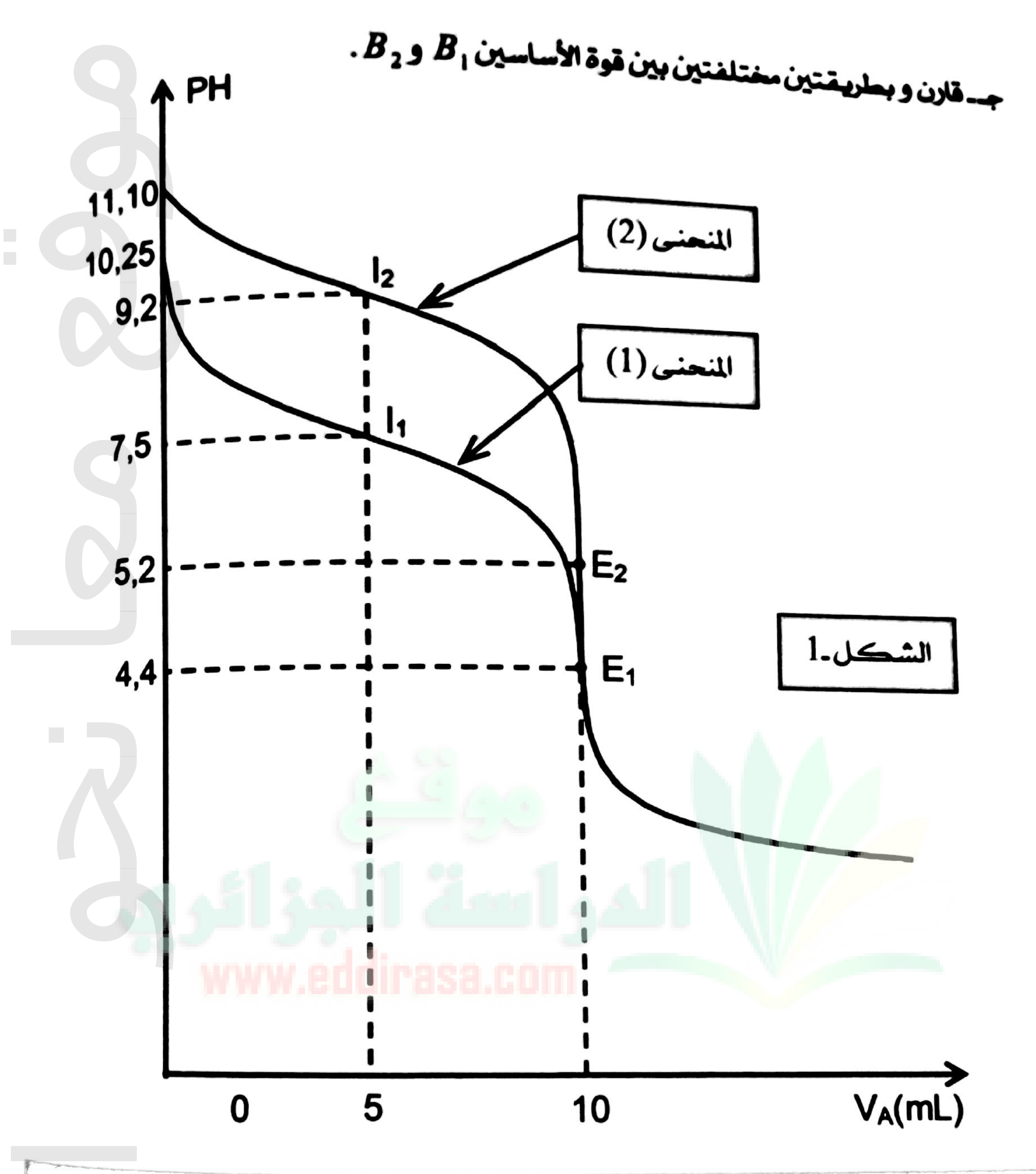
جـ. بين أن $C_2 = C_1$.

3. نهتم في هذا الجزء بدراسة معايرة المحلول المائي للأساس B_1.

أ. اكتب معادلة تفاعل معايرة الأساس B_1 ، ثم بين أن تفاعل هذه المعايرة تفاعل تام.

ب. ما هي طبيعة المزيج المتحصل عليه عند نقطة التكافؤ (حمضي أو أساسي أو معتدل)؟ مع التعليل.

جـ- قارن و بطريقتين مختلفتين بين قوة الأساسين B_1 و B_2.



التمرين 13:

حمض البنزويك C_6H_5COOH جسم صلب أبيض اللون يستعمل كمادة حافظة في المواد الغذائية و خاصة المشروبات الغازية، نظرا لخصائصه كمبيد للفطريات و كمضاد للبكتيريا. كما أنه يدخل في تركيب بعض المركبات العضوية التي تصنع منها أنواع من العطور، و يعرف بالرمز $E\,210$.

معطيات:

- الكتلة المولية لحمض البنزويك: $M(C_6H_5COOH) = 122 g.mol^{-1}$.
- الناقلية النوعية المولية الشاردية: $\lambda_{C_6H_5COO^-} = 3,24\times10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$، $\lambda_{H_3O^+} = 35\times10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$.

01. دراسة تفاعل حمض البنزويك مع الماء:

نعتبر محلولا مائيا (S) لحمض البنزويك تركيزه المولي $C = 5\times10^{-3} mol.L^{-1}$

وحجمه $V = 200mL$. أعطى قياس الناقلية النوعية للمحلول (S) القيمة:

$\sigma = 2,03\times10^{-2} S.m^{-1}$.

1.1. أكتب معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء.

2.1. أنشئ الجدول تقدم لهذا التفاعل.

3.1. جد عبارة تقدم التفاعل $x_{éq}$ عند التوازن بدلالة $\lambda_{C_6H_5COO^-}, \lambda_{H_3O^+}, \sigma$ و V. احسب قيمة $x_{éq}$.

4.1. بين أن عبارة كسر التفاعل عند التوازن $Q_{r\,éq}$ هي: $Q_{r\,éq} = \frac{x_{éq}^2}{V.(CV - x_{éq})}$.

استنتج قيمة Ka ثابت الحموضة للثنائية $(C_6H_5COOH / C_6H_5COO^-)$.

02. تحديد كتلة حمض البنزويك في مشروب غازي:

تشير لصيقة على قارورة مشروب غازي إلى وجود $0,15g$ من حمض البنزويك في لتر واحد من المشروب. للتأكد من صحة هذه المعلومة، نعاير حجما $V_A = 50mL$ من المشروب بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)}, OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_B = 10^{-2} mol.L^{-1}$ (نعتبر أن حمض البنزويك هو الحمض الوحيد المتواجد في المشروب).

1.2. أكتب معادلة التفاعل الحاصل أثناء المعايرة.

2.2. حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ هو $V_{BE} = 6mL$. حدد قيمة C_A التركيز المولي لمحلول حمض البنزويك في المشروب الغازي.

3.2. أحسب قيمة m كتلة حمض البنزويك الموجودة في الحجم $V_0 = 1L$ من المشروب. هل توافق هذه القيمة النتيجة المشار إليها في اللصيقة؟

التمرين 14:

الإيبوبروفين $(Ibuprofène)$ حمض كربوكسيلي صيغته الإجمالية $C_{13}H_{18}O_2$، دواء يعتبر من المضادات للإلتهابات، إضافة إلى كونه مسكنا للآلام، و مخفضا للحرارة.

تباع مستحضرات الإيبوبروفين في الصيدليات على شكل مسحوق في أكياس تحمل المقدار $200mg$ قابلة للذوبان في الماء. للاختصار نرمز للإيبوبروفين بالرمز $RCOOH$، ولأساسه المرافق بالرمز: $RCOO^-$.

- تعطى الكتلة المولية الجزيئية لحمض الإيبوبروفين: $M(C_{13}H_{18}O_2) = 206g.mol^{-1}$.
- جميع العمليات تمت عند درجة الحرارة $25^\circ C$.

01. نذيب محتوى كيس من الإيبوبروفين و الذي يحتوي على $200mg$ من الحمض في كأس من الماء المقطر، فنحصل على محلول مائي (S_0) تركيزه C_0 و حجمه $V_0 = 100mL$.

1.1 احسب التركيز C_0.

2.1 أعطى قياس PH المحلول (S_0) القيمة $PH = 3,17$.

أ. تحقق بالاستعانة بجدول تقدم التفاعل أن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود (غير تام).

ب. أكتب عبارة كسر التفاعل Q_r لهذا التفاعل.

جـ. بين أن عبارة كسر التفاعل Q_r عند التوازن تكتب على الشكل التالي:

$$Q_{r,\acute{e}q} = \frac{x_{\max}.\tau_f^2}{V_0(1-\tau_f)}$$

حيث: τ_f نسبة تقدم التفاعل النهائية، و $x_{\max}$ التقدم الأعظمي.

د. استنتج قيمة ثابت التوازن K.

02. للتحقق من المقدار المسجل على الكيس، نأخذ حجما $V_B = 60mL$ من محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_B = 3\times10^{-2} mol\,L^{-1}$، ونذيب فيه كليا محتوى كيس من الإيبوبروفين، فنحصل على محلول مائي (S). (نعتبر أن حجم المحلول (S) هو V_B).

1.2 اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتفاعل بين الحمض $RCOOH$ و المحلول (S_B).

2.2 بين أن $n_i(OH^-)$ كمية مادة الشوارد OH^- الإبتدائية المتواجدة في المحلول (S_B) أكبر من $n_i(RCOOH)$ كمية مادة الحمض $RCOOH$ المذابة. (نعتبر أن المقدار المسجل على الكيس صحيح).

3.2 لمعايرة الشوارد OH^- المتبقية في المحلول (S)، نأخذ حجما $V = 20mL$ من هذا المحلول ونضيف إليه محلولا مائيا (S_A) لحمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي $C_A = 10^{-2} mol\,L^{-1}$. نحصل على التكافؤ عند صب حجما $V_{A,E} = 27,7mL$ من المحلول (S_A).

- نعتبر أن الشوارد OH^- المتبقية في المحلول (S) هي الوحيدة التي تتفاعل مع الشوارد H_3O^+ الواردة من المحلول (S_A)، أثناء المعايرة، وفقا للمعادلة: $H_3O^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$.

أ. جد كمية مادة شوارد OH^- التي تفاعلت مع الحمض $RCOOH$ المتواجدة في الكيس.

ب. احسب الكتلة m لحمض الإيبوبروفين المتواجدة في الكيس، ماذا تستنتج؟.

تمرين 15:

حمض اللاكتيك حمض عضوي يلعب دورا مهما في مختلف الأنشطة البيوكيميائية. ينتج حمض اللاكتيك ذو الصيغة الكيميائية $CH_3CHOHCOOH$ عن تخمر لاكتوز الحليب بواسطة البكتيريا.

.يكون الحليب صالحا للاستعمال إذا لم يتجاوز التركيز الكتلي C_m لحمض اللاكتيك فيه $1,8g\,L^{-1}$.

.يهدف هذا الجزء لتحديد حمضية حليب بعد مرور بضعة أيام من وضعه في قارورة، للتبسيط نرمز للثنائية $(CH_3CHOHCOOH/CH_3CHOHCOO^-)$ بالرمز (AH/A^-)

ونعتبر حمضية الحليب ناتجة فقط عن حمض اللاكتيك.

معطيات:

.الكتلة المولية لحمض اللاكتيك هي: $M(C_3H_6O_6)=90g.mol^{-1}$.

.الجداء الشاردي للماء: $Ke=10^{-14}$.

01.نصب في كأس حجما $V_A=20mL$ من محلول مائي (S_A) لحمض اللاكتيك تركيزه المولي $C_A=2\times10^{-2}mol\,L^{-1}$، ونضيف إليه حجما $V_B=5mL$ من محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)},OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_B=5\times10^{-2}mol\,L^{-1}$.

نقيس PH المزيج فنجد $PH=4,0$.

1.1.اكتب معادلة التفاعل الحاصل.

2.1.أنشئ جدول تقدم التفاعل، ثم جد قيمة النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f، ماذا تستنتج؟.

3.1.بين أنه يمكن كتابة عبارة الـ PKa للثنائية (AH/A^-) على الشكل:

$PKa=PH+\log\left(\frac{C_AV_A}{C_BV_B}-1\right)$، ثم احسب قيمة الـ PKa.

1
2
3
الشكل-1

02.نصب في كأس حجما $V'_A=20mL$ من حليب (S) ونعايره بواسطة المحلول المائي السابق (S_B) باستعمال التركيب التجريبي المبين في الشكل-1، نحصل على التكافؤ عند صب الحجم $V_{B,E}=10mL$.

1.2- أعط الأسماء الموافقة للأرقام المبينة على تركيب الشكل-1.

2.2- احسب التركيز الكتلي C_m لحمض اللاكتيك في الحليب (S)، ماذا تستنتج؟

3.2- أعطى قياس PH المحلول المحصل عليه عند التكافؤ القيمة $PH_E = 8,0$.

أ- عين من بين الكواشف الملونة المدونة في الجدول الكاشف الأكثر المناسب لهذه المعايرة.

ب- احسب النسبة $\frac{[A^-]}{[AH]}$ في المزيج عند التكافؤ، ثم استنتج الصفة الغالبة.

الكاشف الملون	منطقة التغير اللوني
أحمر المثيل	$6,2-4,2$
أحمر الفينول	$8,4-6,6$
فينول فتاليين	$10-8.2$

التمرين 16:

حمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6$ (أو فيتامين C) مادة طبيعية توجد في عدد كبير من المواد الغذائية ذات أصل نباتي وعلى الخصوص في المواد الطازجة والخضر و الفواكه، كما يمكن تصنيعه في مختبرات الكيمياء ليباع في الصيدليات على شكل أقراص. و هو مركب مضاد للعدوى، و منشط للجسم، و يساعد على نمو العظام و الأوتار و الأسنان......الخ، و يعرف بالرمز $E\,200$.

معطيات:

- الكتلة المولية الجزيئية لحمض الأسكوربيك $M(C_6H_8O_6) = 176g.mol^{-1}$.

- الثنائية (أساس/حمض): $(C_6H_8O_6/C_6H_7O_6^-)$

01- تحديد كسر تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء بقياس الـ PH :

نعتبر محلولا لحمض الأسكوربيك $(C_6H_8O_6)$ حجمه V و تركيزه المولي $C_1 = 10^{-2}mol.L^{-1}$. أعطى قياس PH هذا المحلول عند الدرجة $25°C$ القيمة $PH = 3,01$.

1.1- أكتب معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء.

2.1- أنشئ جدول تقدم التفاعل.

3.1- أحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل τ_f، ماذا تستنتج؟.

4.1- جد قيمة كسر التفاعل $Q_{r\,éq}$ عند التوازن، ثم استنتج قيمة ثابت التوازن K.

02- تحديد كتلة حمض الأسكوربيك في قرص - فيتامين $C\,500$ -:

نسحق قرص فيتامين $C\,500$، و نذيبه في قليل من الماء المقطر، ثم ندخل الكل في حوجلة عيارية سعتها $200mL$ نضيف الماء المقطر حتى الخط العياري و نحرك فنحصل على محلول

مائيا (S) تركيزه المولي C_A. نأخذ حجما $V_A = 10,0mL$ من المحلول (S) ونعايره بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي $C_B = 1,5\times10^{-2} mol\,L^{-1}$.
يحدث التكافؤ بعد صب حجما قدره $V_{BE} = 9,5mL$.

1.2. اكتب معادلة التفاعل حمض - أساس بين حمض الأسكوربيك و شوارد الهيدروكسيد $OH^-_{(aq)}$.

2.2. جد قيمة التركيز C_A.

3.2. استنتج قيمة m كتلة حمض الأسكوربيك الموجودة في القرص، فسر التسمية :فيتامين $C\,500$.

تمرين 17:

يستعمل حمض البنزويك C_6H_5COOH كمادة حافظة في صناعة المواد الغذائية وهو جسم صلب أبيض اللون.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تفاعل حمض البنزويك مع الماء، و مع محلول هيدروكسيد الصوديوم.

نحضر محلولا مائيا لحمض البنزويك بإذابة كتلة m من حمض البنزويك في الماء المقطر للحصول على حجم $V = 100mL$، و تركيزه المولي $C_a = 0,1mol\,L^{-1}$.

معطيات:

الكتلة المولية الجزيئية لحمض البنزويك: $M(C_6H_5COOH) = 122g.mol^{-1}$.

الجداء الشاردي للماء عند الدرجة 25^0C: $Ke = 10^{-14}$.

I. تفاعل حمض البنزويك مع الماء:

نقيس PH حمض البنزويك عند الدرجة 25^0C فنجدها: $PH_1 = 2,6$.

1.1. أحسب الكتلة m.

2.1. أكتب معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء.

3.1. أنشئ جدول تقدم التفاعل، ثم احسب النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f، ماذا تستنتج؟

4.1. جد عبارة كسر التفاعل $Q_{r,\acute{e}q}$ عند التوازن بدلالة C_a و PH_1، ثم استنتج قيمة ثابت الحموضة PKa_1 للثنائية $(C_6H_5COOH / C_6H_5COO^-)$.

II. تفاعل حمض البنزويك مع هيدروكسيد الصوديوم:

نصب في كأس حجما $V_a = 20mL$ من محلول حمض البنزويك ذي التركيز المولي $C_a = 0,1mol\,L^{-1}$، و نضيف إليه تدريجيا بواسطة سحاحة مدرجة محلول هيدروكسيد الصوديوم الذي تركيزه المولي $C_b = 5\times10^{-2} mol\,L^{-1}$.

- عند إضافة الحجم $V_b = 10mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم، يكون PH المحلول الموجود في الكأس عند الدرجة $25°C$ هو $PH_2 = 3,7$.

1.2- أكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند مزج المحلولين.

2.2- احسب كمية مادة $n(OH^-)_v$ التي تمت إضافتها، وكمية المادة $n(OH^-)_r$ المتبقية في المحلول عند نهاية التفاعل.

3.2- جد عبارة النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f بدلالة $n(OH^-)_v$ و $n(OH^-)_r$، ماذا تستنتج؟.

التمرين 18:

يعتبر الخل التجاري محلولا مائيا لحمض الإيثانويك (CH_3COOH)، و يتميز بدرجة الحموضة $(X°)$ و التي تمثل الكتلة m بالغرام (g) لحمض الإيثانويك الموجودة في $100g$ من الخل.

المعطيات:

- جميع العمليات تمت عند درجة الحرارة: $25°C$.
- الكتلة الحجمية للخل هي: $\rho = 1g / mL$.
- الكتلة المولية لحمض الميثانويك هي: $M(CH_3COOH) = 60g.mol^{-1}$.
- $\lambda_{H_3O^+} = 3,49 \times 10^{-2} S.m^2.mol^{-1}$; $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,09 \times 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$.

01- نتوفر على محلولين (S_1) و (S_2) لحمض الإيثانويك

- المحلول (S_1): تركيزه الولي $C_1 = 5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$، وناقليته النوعية $\sigma_1 = 3,5 \times 10^{-2} S.m^{-1}$.
- المحلول (S_2): تركيزه الولي $C_2 = 5 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$، وناقليته النوعية $\sigma_2 = 1,1 \times 10^{-2} S.m^{-1}$.

نعتبر أن تفاعل انحلال حمض الإيثانويك في الماء تفاعل محدود.

1.1- اكتب معادلة التفاعل المنمذجة لانحلال حمض الإيثانويك مع الماء.

2.1- أنشئ جدول تقدم التفاعل.

3.1- جد عبارة $[H_3O^+]_{éq}$ بدلالة σ، $\lambda_{CH_3COO^-}$، $\lambda_{H_3O^+}$.

4.1- احسب $[H_3O^+]_{éq}$ في كل من المحلولين (S_1) و (S_2).

5.1- احسب نسبة التقدم النهائي τ_{f1} و τ_{f2} لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء في كل محلول واستنتج تأثير التركيز الابتدائي للمحلول على نسبة التقدم النهائي.

3.1 احسب ثابت التوازن K لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء بالنسبة لكل من (S_1) و (S_2). ماذا تستنتج؟

2. التحقق من درجة حموضة الخل التجاري:

نأخذ حجما $V_0 = 1mL$ من خل تجاري درجة حموضته (7°) وتركيزه المولي C_0، ونضيف له الماء المقطر للماء لتحضير محلول مائي (S) تركيزه المولي C_S وحجمه $V_S = 100mL$.

نعاير حجما $V_A = 20mL$ من المحلول (S) بمحلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_B = 1,5\times10^{-2} mol\,L^{-1}$.

نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم $V_{BE} = 15,7mL$ من المحلول (S_B).

1.2 أكتب المعادلة المنمذجة للتفاعل حمض - أساس.

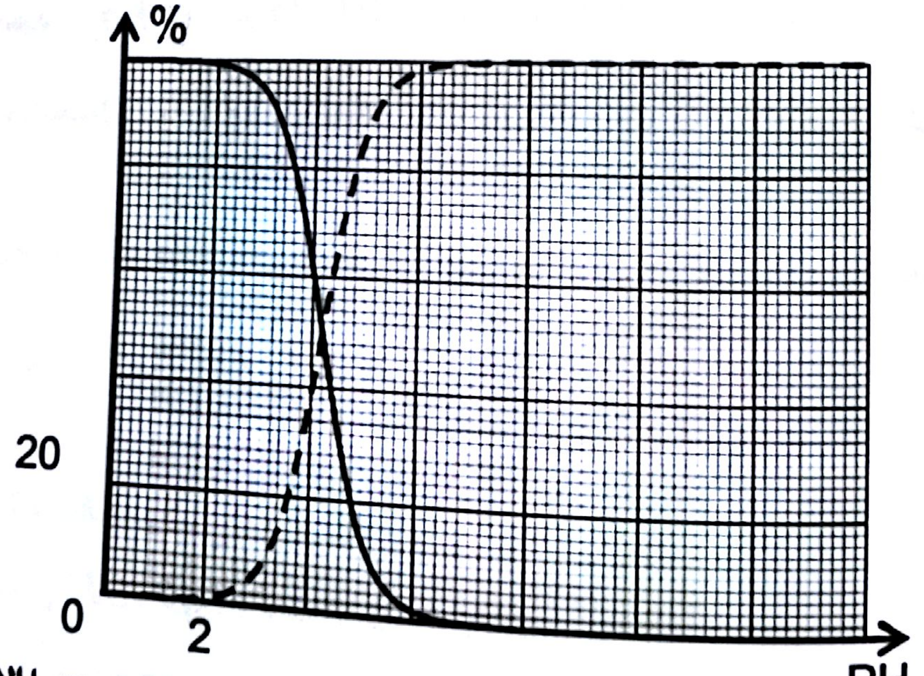
2.2 احسب التركيز المولي (C_S).

3.2 حدد درجة الحموضة للخل المدروس، و استنتج هل تتوافق هذه النتيجة مع القيمة المسجلة على قارورة الخل التجاري.

التمرين 19:

نعتبر محلولا مائيا للكاشف الملون أزرق البروموتيمول تركيزه المولي $c = 2,0\times10^{-2} mol\,L^{-1}$، لون الصفة الحمضية HIn لهذا الكاشف أصفر، أما لون الصفة الأساسية In^- فهو أزرق.

مكنت الدراسة التجريبية من تمثيل مخطط توزيع الصفة الغالبة (الحمضية والأساسية) بدلالة الـ PH.



1- يرمز لهذا الكاشف بالرمز HIn، أكتب معادلة تفاعله مع الماء مستنتجا الثنائيتين (أساس/حمض) الداخلتين في هذا التفاعل.

2ـ حدد البيان الموافق للصفة الحمضية و البيان الموافق للصفة الأساسية.

3ـ حدد قيمة الـ PKa للثنائية (أساس/حمض) المكونة لهذا الكاشف.

4ـ ما اللون الذي يأخذه الكاشف في محلول ذي $PH = 2$ ، ثم محلول ذي $PH = 10$؟

5ـ حدد التركيز المولي للصفة الحمضية و الصفة الأساسية عند القيمة $PH = 3,5$.

التمرين 20:

الصيغة العامة للأحماض الكربوكسيلية هي $C_nH_{2n+1}COOH$ حيث n عدد طبيعي

لتحضير محلول (S_A) لحمض كربوكسيلي، نذيب في الماء المقطر كتلة $m = 450mg$ من هذا الحمض النقي، و نضيف إليه الماء المقطر للحصول على $V_0 = 500mL$ من هذا المحلول

نأخذ حجما $V_A = 10mL$ من المحلول (S_A) و نعايره بواسطة محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي $C_B = 10^{-2} mol.L^{-1}$. نحصل على التكافؤ بعد إضافة الحجم $V_B = 15mL$ من المحلول (S_B).

المعطيات: $PKa_1(NH_4^+/NH_3) = 9,2$ ،

$M(H) = 1g.mol^{-1}; M(O) = 16g.mol^{-1}; M(C) = 12g.mol^{-1}$

1ـ تحديد الصيغة الإجمالية للحمض الكربوكسيلي:

1ـ1ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

1ـ2ـ أحسب التركيز المولي C_A للمحلول (S_A)، ثم بين أن الصيغة الإجمالية للحمض هي CH_3COOH.

2ـ تحديد ثابت الحموضة PKa_2 للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-):

أخذنا حجما V من المحلول (S_A) و قسنا له الـ PH عند الدرجة $25°C$ فأعطى لنا القيمة $PH = 3,3$.

2ـ1ـ اعتمادا على جدول تقدم التفاعل، جد عبارة التقدم النهائي x_f لتفاعل الحمض مع الماء بدلالة V و PH ، ثم بين أن: $\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = -1 + C_A.10^{PH}$.

2ـ2ـ استنتج قيمة ثابت الحموضة PKa_2 للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-).

3ـ دراسة تفاعل الحمض CH_3COOH مع الأساس NH_3:

نأخذ من المحلول (S_A) حجما يحتوي على كمية مادة ابتدائية قدرها $n_i(CH_3COOH) = n_0 = 3\times10^{-4} mol$ و نضيف له حجما من الأمونياك يحتوي على

نفس الكمية الابتدائية $n_1(NH_3) = n_0$.

1.3. اكتب معادلة التفاعل الذي يحدث بين الحمض CH_3COOH والأساس NH_3.

2.3. احسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل.

3.3. بين أن نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل تكتب على الشكل: $\tau = \dfrac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$.



حلول التمارين:
تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

حل التمرين 01

السؤال 6	السؤال 5	السؤال 4	السؤال 3	السؤال 2	السؤال 1
ب	ب	ب	أ	ب	جـ

حل التمرين 02

- عبارة كسر التفاعل لكل جملة كيميائية هو:

01. $Q_r = \dfrac{[I^-]^2.[S_4O_6^{2-}]}{[I_2].[S_2O_3^{2-}]^2}$

02. $Q_r = \dfrac{[C_6H_5COO^-].[H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$.

03. $Q_r = \dfrac{[Cu^{2+}]}{[Ag^+]^2}$

04. $Q_r = \dfrac{1}{[Fe^{3+}].[OH^-]^3}$.

حل التمرين 03

1. معادلة تفاعل: $HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

- الثنائيتان (أساس/حمض): $(HCOOH/HCOO^-)$ و (H_3O^+/H_2O).

2. جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$HCOOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=HCOO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الإبتدائية	$n_0 = cV$	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

3. حساب قيمة التقدم الأعظمي x_{max}:

نحصل على x_{max} من الاختفاء التام للمتفاعل المحد $HCOOH$ أي: $n_0 - x_{max} = 0$

ومنه: $x_{max} = n_0 = cV = 5\times10^{-3} mol$.

4. حساب قيمة التقدم النهائي x_f:

من خلال جدول تقدم التفاعل لدينا: $n_f(H_3O^+) = x_f = [H_3O^+]_f V = 10^{-PH} V$

ومنه: $x_f = 3,16 \times 10^{-4} mol$

5. حساب قيمة τ_f:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{3,16 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} = 0,063$$ إذن: $\tau_f = 6,3\%$

الاستنتاج: بما أن $\tau_f = 6,3\% \langle 100\%$

فإن تفاعل انحلال حمض الميثانويك في الماء تفاعل غير تام (تفاعل محدود).

حل التمرين 04

1. معادلة تفاعل الحمض مع الماء:

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

. جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=CH_3COO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	$n_0 = cV$	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$cV - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$cV - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

2. تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول المائي (S) عند التوازن:

. من جدول تقدم التفاعل نجد: $[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$.

. نعلم أن: $\sigma = \lambda_{CH_3COO^-} \cdot [CH_3COO^-]_{éq} + \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+]_{éq}$.

ومنه: $$[H_3O^+]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = \frac{\sigma}{(\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})}$$

إذن: $$[H_3O^+]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = \frac{0,343 \times 10^2 mS.m^{-1}}{(35 + 4,1) mS.m^2.mol^{-1}} = 0,877 mol.m^{-3}$$

وعليه: $[H_3O^+]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = 8,77 \times 10^{-4} mol.L^{-1}$.

. من خلال جدول التقدم: $n_{éq}(CH_3COOH) = n_0 - x_f$

ومنه: وبالقسمة على الحجم V $[CH_3COOH]_{éq} = c - [CH_3COO^-]_{éq}$

إذن: $[CH_3COOH]_{éq} = 4,9 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$.

3ـ قيمة $Q_{r,éq}$ عند التوازن:

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq} \cdot [H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$ ومنه: $Q_{r,éq} = 1,6 \times 10^{-5}$.

4ـ قيمة كسر التفاعل $Q'_{r,éq}$ عند حالة التوازن: بالإعتماد على نفس الطريقة السابقة نجد:

$$[H_3O^+]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = 2,7 \times 10^{-4} mol.L^{-1}$$

و $[CH_3COOH]_{éq} = 4,7 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$

وعليه: $Q'_{r,éq} = 1,6 \times 10^{-5}$.

5ـ نلاحظ أن: $Q_{r,éq} = Q'_{r,éq} = 1,6 \times 10^{-5}$

وعليه نستنتج أن كسر التفاعل لا يتعلق بالتراكيز الإبتدائية للجملة الكيميائية.

حل التمرين 05

1ـ أـ معادلة انحلال حمض AH في الماء: $AH + H_2O = A^- + H_3O^+$

جدول تقدم هذا التفاعل:

الحالة	$AH + H_2O = A^- + H_3O^+$			
الابتدائية	n_0	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

بـ إثبات العبارة التالي $\tau_f = \frac{10^{-PH}}{C}$:

$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$ ومن خلال جدول التقدم لدينا: $x_{max} = n_0 = CV$ و $x_f = [H_3O^+]V$

إذن: $\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C} = \frac{10^{-PH}}{C}$.

2ـ أـ تبيين أن $C' = \frac{C}{5}$:

$C' = \frac{n_0}{V_1 + V} = \frac{CV_1}{V_1 + V}$ ونعلم أن: $V = 4V_1$ وعليه: $C' = \frac{CV_1}{5V_1}$ إذن: $C' = \frac{C}{5}$

ب. لدينا: $\tau_{f1} = \dfrac{10^{-PH}}{C}$ ومنه: $\tau'_{f1} = \dfrac{10^{-PH'}}{C'}$

ومنه: $\tau'_{f1} = \dfrac{10^{-(PH+\log 5)}}{C'} = \dfrac{5\times 10^{-(PH+\log 5)}}{C}$

وعليه: $\tau'_{f1} = \dfrac{5\times 10^{-(PH+\log 5)}}{C} = \dfrac{5\times 10^{-PH}.10^{-\log 5}}{C} = \dfrac{5\times 10^{-PH}}{10^{\log 5}C} = \dfrac{5\times 10^{-PH}}{5\times C}$

إذن: $\tau_{f1} = \dfrac{10^{-PH}}{C} = \tau'_{f1}$. نلاحظ أن: $\tau'_{f1} = \tau_{f1}$

جـ. بما أن قيمة نسبة تقدم التفاعل النهائية τ_f لم تتغير بفعل التمديد فإن الحمض قوي.

د. التأكد من أن $C = 10^{-2} mol.L^{-1}$:

بما أن الحمض A_1H حمض قوي فإن $PH = -\log C$

ومنه: $C = 10^{-PH} = 10^{-2} mol.L^{-1}$

3. أ. حساب نسبة تقدم التفاعل النهائي τ_f لتفاعل انحلال حمض الإيثانويك في الماء:

$$\tau_f = \frac{10^{-PH}}{C} = \frac{10^{-3,4}}{10^{-2}} = 0,0398 = 3,98\%$$

. بما أن $\tau_f = 0,0398 \langle 1$ فإن حمض الإيثانويك حمض ضعيف. وتفاعل انحلاله في الماء تفاعل غير تام.

ب. التأكد من صحة العلاقة $PH = PKa + \log\dfrac{[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}$:

نعلم أن عبارة الـ Ka : $Ka = \dfrac{[H_3O^+]_f.[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}$.

ومنه:

$$-\log Ka = -\log\left(\frac{[H_3O^+]_f.[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}\right)$$

$$-\log Ka = -\log[H_3O^+]_f - \log\frac{[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}$$

وعليه: $PKa = PH - \log\dfrac{[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}$

إذن: $PH = PKa + \log \frac{[CHCOO^-]_f}{[CHCOOH]_f}$

حل التمرين 06

1ـ الأساس هو كل فرد كيميائي له القدرة على اكتساب بروتونا أو أكثر خلال تحول كيميائي.

2ـ معادلة التفاعل: $NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + OH^-_{(aq)}$.

1.3ـ عبارة الناقلية النوعية σ_f : $\sigma_f = \lambda_{NH_4^+}[NH_4^+]_f + \lambda_{OH^-}[OH^-]_f$.

2.3ـ التراكيز المولية النهائية للأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول:

ـ جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$NH_{3(g)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$NH^+_{4(aq)}$ +	$OH^-_{(aq)}$
الإبتدائية	$n_0 = c_b V_b$	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
التكافؤ	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

ـ الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول هي: $[OH^-]_f, [NH_4^+]_f, [NH_3]_f$

من خلال جدول تقدم التفاعل نجد: $n_f(NH_4^+) = n_f(OH^-)$

ومنه: $[NH_4^+]_f = [OH^-]_f = \frac{\sigma_f}{(\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{OH^-})} = 0,41 \times 10^{-3} mol\, L^{-1}$

وكذلك من خلا جدول التقدم نجد: $n_f(NH_3) = n_0 - x_f$ و بالقسمة على الحجم V

نجد: $[NH_3]_f = C_b - [NH_4^+]_f = 9,59 \times 10^{-3} mol\, L^{-1}$.

3.3ـ عبارة ثابت التوازن K : $K = \frac{[NH_4^+]_f [OH^-]_f}{[NH_3]_f}$.

4.3ـ العلاقة بين K و Ka :

لدينا $K = \frac{[NH_4^+]_f . [OH^-]_f}{[NH_3]_f}$ و $Ka = \frac{[H_3O^+]_f . [NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$

ومنه: $K=\frac{[NH_4^+]_f\cdot[OH^-]_f\cdot[H_3O^+]_f}{[NH_3]_f\cdot[H_3O^+]_f}=\frac{[NH_4^+]_f\cdot Ke}{[NH_3]_f\cdot[H_3O^+]_f}=\frac{Ke}{Ka}$

ن.ع: $Ka=\frac{Ke}{K}=5,7\times10^{-10}$ ونستنتج: $PKa=-\log Ka=9,2$

1.4. معادلة تفاعل المعايرة: $NH_{3(aq)}+H_3O^+_{(aq)}=NH^+_{4(q)}+H_2O_{(l)}$

2.4. الحجم اللازم للتكافؤ V_{aE}:

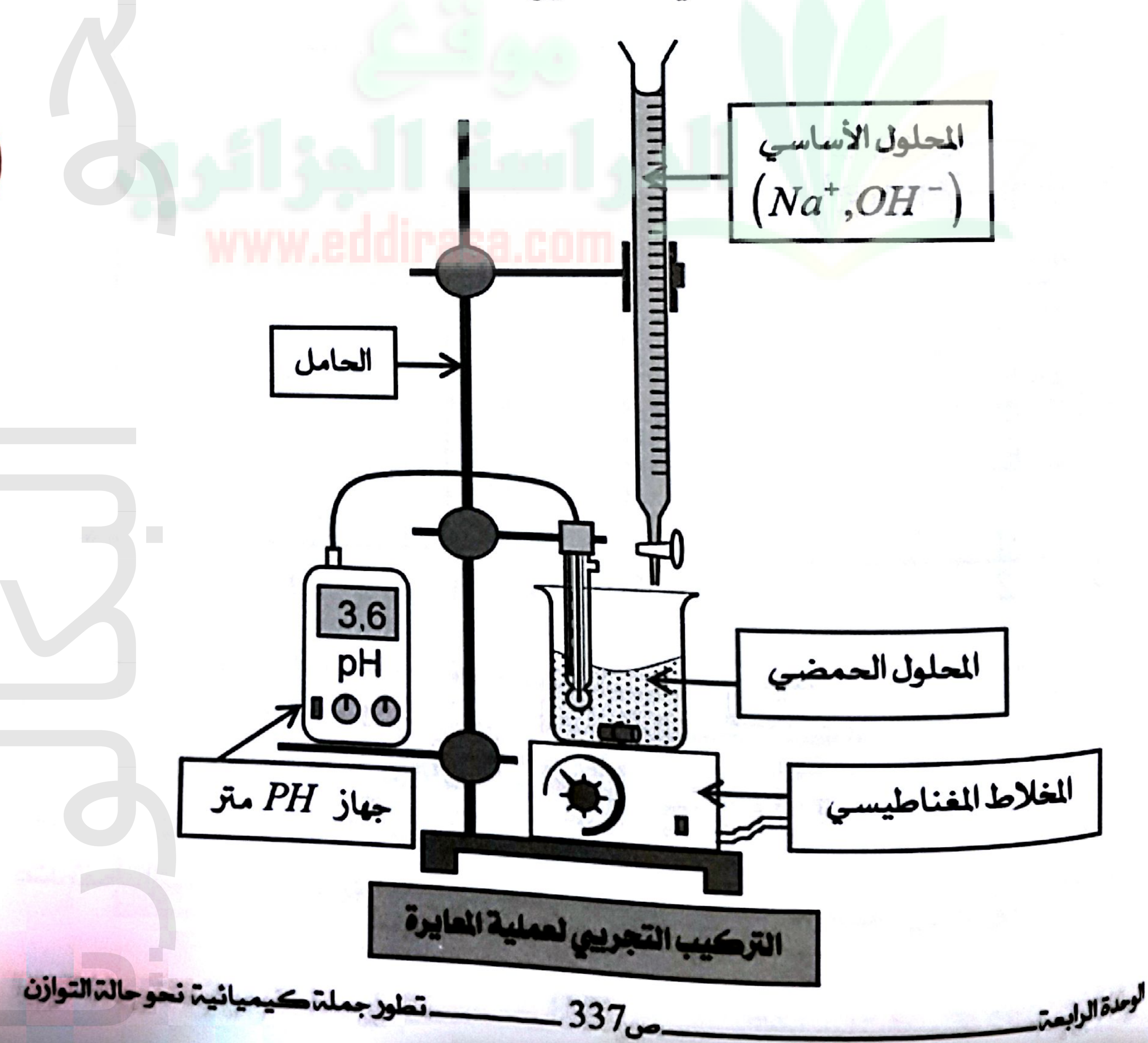
عند نقطة التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري: $n_b=n_{aE}$

ومنه: $C_bV_b=C_aV_{aE}$ إذن: $V_{aE}=\frac{C_bV_b}{C_a}=10ml$.

3.04 $V_a=\frac{V_{aE}}{2}=5ml$ توافق نقطة نصف التكافؤ وعليه: $PH=PKa=9,2$.

حل التمرين 07

1. أ. رسم توضيحي للتجهيز المستعمل في هذه المعايرة:



التركيب التجريبي لعملية المعايرة

بـ معادلة تفاعل المعايرة: $RCOOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = RCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

جـ- جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$RCOOH_{(aq)}$	$+OH^-_{(aq)}$	$= RCOO^-_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$
الإبتدائية	C_aV_a	$C_bV_{b,E}$	0	بالزيادة
الانتقالية	$C_aV_a - x$	$C_bV_{b,E} - x$	x	بالزيادة
التكافؤ	$C_aV_a - x_E$	$C_bV_{b,E} - x_E$	x_E	بالزيادة

د- تعريف التكافؤ في المعايرة:

- التكافؤ هي النقطة التي توافق الاستهلاك التام للمتفاعلين في آن واحد، و يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري.

2. أ- رسم منحنى المعايرة $PH = f(V_b)$:

PH
8,2
2
0
2
10
$V_b(mL)$

بـ- استنتاج بيانيا إحداثيتي نقطة التكافؤ:

بالاعتماد على طريقة المماسين المتوازيين نجد إحداثيتي نقطة التكافؤ:

$$E(PH_E = 8,2; V_{bE} = 10mL)$$

جـ- استنتاج قيمة تركيز الحمض المعاير C_a:

عند نقطة التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري أي $n_a = n_b$ ومنه: $C_aV_a = C_bV_{b.E}$

إذن: $C_a = \frac{C_b V_{b.E}}{V_a} = 5\times10^{-3} mol\, L^{-1}$

.نبين أنه حمض ضعيف:

عند النقطة $V_b = 0mL$ (قبل بداية عملية المعايرة) يكون $PH = 3,6$

ومنه: $[H_3O^+] = 10^{-PH} = 10^{-3,6} = 0,25\times10^{-3} mol\, L^{-1}$

.نلاحظ أن: $[H_3O^+] \langle C_a$ إذن فهو حمض ضعيف.

3.استنتاج الصيغة الحقيقية للحمض المعاير:

.من المنحني $PH = f(V_b)$:

عند نقطة نصف التكافؤ $V_b = \frac{V_{b,E}}{2} = 5mL$ يكون: $PKa = PH = 4,8$

وبالإعتماد على الجدول المعطى نجد الصيغة الحقيقية للحمض وهي: CH_3COOH.

4.أرسم سلما لقيم الـ PH:

CH_3COOH هو الغالب — $PH = PKa$ لا صفة غالبة — CH_3COO^- هو الغالب — PH →

ب.استنتاج الفرد الكيميائي الغالب في المزيج السابق عند حدوث التكافؤ:

عند حدوث التكافؤ $PH_E = 8,2 \rangle PKa$ ومنه الصفة الغالبة هي الصفة الأساسية CH_3COO^-

حل التمرين 08

I.1.معادلة التفاعل: $HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

.الثنائيتين (أساس/حمض) المشاركتين في التفاعل هما:

$$(HCOOH/HCOO^-);(H_3O^+/H_2O)$$

2.I جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$HCOOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=HCOO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الإبتدائية	n_0	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

1.3ـ إثبات العبارة: $\tau_f = \dfrac{1}{1+10^{PKa-PH}}$

نعلم أن: $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ ومن جدول التقدم لدينا: $x_f = [H_3O^+]_f V$ و $x_{max} = C_a V$

وعليه: $\tau_f = \dfrac{[H_3O^+]_f}{C_a}$ ونعلم أن: $PH = PKa + \log\dfrac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$

ومنه: $\log\dfrac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = PH - PKa$

إذن: $\dfrac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 10^{PH-PKa}$........(1)

ومن جدول التقدم نجد: $[HCOO^-]_f = [H_3O^+]_f$

و $[HCOOH]_f = C_a - [H_3O^+]_f$

وبالتعويض في العلاقة (1): $\dfrac{C_a - [H_3O^+]_f}{[H_3O^+]_f} = 10^{PH-PKa}$

ومنه: $\dfrac{C_a}{[H_3O^+]_f} - 1 = 10^{PH-PKa}$ ومنه: $\dfrac{C_a}{[H_3O^+]_f} = 1 + 10^{PH-PKa}$

ومنه: $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{C_a}{[H_3O^+]_f} = 1 + 10^{PH-PKa}$ إذن: $\tau_f = \dfrac{1}{1+10^{PKa-PH}}$

ومنه: $\tau_f = 0,111 = 11,1\%$.

4.1ـ استنتاج تركيز المحلول (S_a):

$\tau_f = \dfrac{[H_3O^+]_f}{C_a}$ ومنه: $C_a = \dfrac{[H_3O^+]_f}{\tau_f} = \dfrac{10^{-PH}}{\tau_f} = \dfrac{10^{-2,9}}{0,111} = 10^{-2} mol.L^{-1}$

1.2ـ معادلة تفاعل المعايرة: $HCOOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

2.2ـ إحداثيتي نقطة التكافؤ E:

بالاعتماد على طريقة المماسين المتوازيين نجد: $E(V_{b.E} = 10mL, PH_E = 8)$

3.2 استنتاج التركيز C_a للمحلول (S_a):

عند نقطة التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري أي $n_a = n_{b.E}$

ومنه: $C_a V_a = C_b V_{b.E}$ إذن: $C_a = \frac{C_b V_{b.E}}{V_a} = 10^{-2} mol.L^{-1}$.

4.2 حساب $n_r(OH^-)$ المتبقية في المزيج:

$V_b = 5mL = \frac{V_{b.E}}{2}$ ومنه: $PH = PKa = 3,8$ و $Ke = [H_3O^+].[OH^-]$

وعليه: $[OH^-]_r = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-PH}} = 10^{PH-14} = 6,3\times10^{-11} mol.L^{-1}$

إذن: $n_r(OH^-) = [OH^-]_r.\left(V_a + \frac{V_{b.E}}{2}\right) = 9,46\times10^{-13} mol$

.حساب نسبة التقدم النهائي τ_f: نعلم أن $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$

.نحصل على x_{max} من الاختفاء التام للمتفاعل المحد. بعد إضافة الحجم $V_b = 5mL$ (قبل البلوغ إلى نقطة التكافؤ) المتفاعل المحد هو شوارد (OH^-) المضافة.

إذن: $x_{max} = n_v(OH^-) = C_b V_b = 10^{-2}\times5\times10^{-3} = 5\times10^{-5} mol$

.حساب x_f:

الحالة	$HCOOH_{(aq)}$	$+OH^-_{(aq)}$	$= HCOO^-_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$
الابتدائية	n_a	n_b	0	بالزيادة
الانتقالية	$n_a - x$	$n_b - x$	x	بالزيادة
النهائية	$n_a - x_E$	$n_b - x$	x_E	بالزيادة

من جدول تقدم تفاعل المعايرة نجد: $n_r(OH^-) = n_b - x_E = n_b - x_f$

ومنه: $x_f = C_b V_b - n_r(OH^-)$

وعليه: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{C_b V_b - n_r(OH^-)}{C_b V_b}$ ت ع: $\tau_f \approx \frac{C_b V_b}{C_b V_b} = 1$

.نستنتج أن تفاعل المعايرة تفاعل تام و سريع.

1ـ الحمض القوي: هو الحمض الذي يتفكك كليا في الماء، ويحقق $PH = -\log C$.

ومنه: $PH = -\log\left(2,5\times10^{-2}\right) = 1,6$ وهذه القيمة توافق $PH\left(S_2\right)$. إذن المحلول الحمضي $\left(S_2\right)$ حمض قوي، و $\left(S_1\right),\left(S_3\right)$ حمضين ضعيفين.

2ـ معادلة انحلال الحمض A_1H في الماء: $A_1H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

ـ جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$A_1H_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=A^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	n_0	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

بـ حساب النسبة النهائية لتقدم هذا التفاعل τ_{f1}:

نعلم أن: $\tau_{f1} = \dfrac{x_f}{x_{\max}}$

ومن جدول تقدم التفاعل: $n_f\left(H_3O^+\right) = x_f = \left[H_3O^+\right]_f V = 10^{-PH} V$.

ـ نحصل على $x_{\max}$ من الاختفاء التام للمتفاعل المحد، أي: $x_{\max} = CV$.

ومنه: $\tau_{f1} = \dfrac{x_f}{x_{\max}} = \dfrac{10^{-PH}}{C} = 2,5\times10^{-2} = 2,5\%$.

جـ إثبات العبارة $Ka_1 = C\dfrac{\tau_{f1}^2}{\left(1-\tau_{f1}\right)}$:

$Ka_1 = \dfrac{\left[H_3O^+\right]_f\left[A_1^-\right]_f}{\left[A_1H\right]_f}$ ومن جدول التقدم لدينا: $n_f\left(A_1^-\right) = n_f\left(H_3O^+\right)$

وعليه: $\left[A_1^-\right]_f = \left[H_3O^+\right]_f$ وكذلك: $\left[A_1H\right]_f = C - \left[H_3O^+\right]_f$

إذن: $Ka_1 = \dfrac{\left[H_3O^+\right]_f^2}{C - \left[H_3O^+\right]_f}$ وكذلك: $\tau_f = \dfrac{\left[H_3O^+\right]_f}{C}$

ومنه: $Ka_1 = \dfrac{C^2.\tau_{f1}^2}{C(1-.\tau_{f1})} = \dfrac{C^2.\tau_{f1}^2}{C - C.\tau_{f1}}$ إذن: $Ka_1 = C\dfrac{\tau_{f1}^2}{\left(1-\tau_{f1}\right)}$

حساب قيمة Ka_1 : $Ka_1 = 1,6\times10^{-5}$

3. حساب قيمة ثابت الحموضة Ka_3 للثنائية (A_3H / A_3^-) :

إضافة الأساس للحمض هي عملية معايرة ومنه عند نقطة التكافؤ : $CV_A = C_B V_{B.E}$

وبما أن $C = C_B$ فإن: $V_{B.E} = V_A = 20mL$

ونلاحظ أن $V_B = 10mL = \frac{V_{B.E}}{2}$ وهي تمثل نقطة نصف التكافؤ و التي يكون

عندها: $PH_3 = PKa_3 = 4,2$ ومنه: $Ka_3 = 10^{-PKa_3} = 6,3\times10^{-5}$

ب. نلاحظ أن: $Ka_3 \rangle Ka_1$ ومنه الحمض A_3H أقوى من الحمض A_1H

حل التمرين 10

1. أ. تبيين أن المنحني (2) يوافق معايرة محلول حمض كلور الهيدروجين:

من المنحني (2) نلاحظ أن $PH_E = 7$ وهذا يوافق معايرة حمض قوي بأساس قوي. و كذلك المنحنى (2) يحتوي على نقطة انعطاف واحدة و هذا يوافق معايرة حمض قوي بأساس قوي وعليه المنحنى (2) يوافق معايرة حمض كلور الهيدروجين بمحلول هيدروكسيد الصوديوم.

ب. معادلة التفاعل الموافقة لهذه المعايرة: $H_3O^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$.

جـ. إيجاد قيمة التركيز C_A:

عند نقطة التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري $n(H_3O^+) = n_E(OH^-)$

وعليه: $C_A V_A = C_B V_{BE}$ ومنه: $C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} = 10^{-2} mol.L^{-1}$.

2. تبيين أن حمض الإيثانويك حمض ضعيف:

. الطريقة 01: من المنحنى (1) قبل بداية عملية المعايرة $(V_B = 0mL)$

نلاحظ أن: $PH = 3,4$.

ومنه: $[H_3O^+]_{éq} = 10^{-PH} = 10^{-3,4} = 4\times10^{-4} mol.L^{-1}$ وبما أن: $[H_3O^+]_{éq} \langle C_A$

فهو حمض ضعيف.

. الطريقة 02: بما أن $PH_E \rangle 7$ عند نقطة التكافؤ، فهذا يعني أن هذه المعايرة هي معايرة حمض ضعيف بأساس قوي و عليه فحمض الإيثانويك حمض ضعيف.

3. أ. معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء:

$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$.

بـ جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	C_AV_A	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$C_AV_A - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$C_AV_A - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

جـ عبارة ثابت الحموضة Ka :

$$Ka = \frac{[H_3O^+]_{éq} \cdot [CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

و بالاعتماد على جدول تقدم التفاعل نجد أن: $[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$

وكذلك: $[CH_3COOH]_{éq} = C_A - [H_3O^+]_{éq}$

ومنه: $Ka = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C_A - [H_3O^+]_{éq}}$ ت ع: $Ka = 1,58 \times 10^{-5}$

ـحساب قيمة الـ PKa :

$PKa = -\log Ka$ ومنه: $PKa = 4,8$

دـ إيجاد قيمة الـ PKa للثنائية (CH_3COOH / CH_3COO^-) بيانيا:

من المنحنى البياني (2) إحداثيتي نقطة التكافؤ هي: $E(PH_E = 8,2; V_{BE} = 10mL)$

ـعند نقطة نصف التكافؤ و التي توافق $V_B = \frac{V_{BE}}{2} = 5mL$

يكون: $PKa = PH = 4,8$

حل التمرين 11

01ـ باستغلال المنحني $PH = f(V_A)$:

.نلاحظ أنه عند النقطة $V_A = 0mL$ قيمة PH المحلول المائي (S_B) أكبر من 7 $(PH \rangle 7)$ فهو محلول أساسي، و بما أن المنحني $PH = f(V_A)$ يحتوي على نقطتي انعطاف فالمحلول المائي عبارة أساس ضعيف.

02ـ أـ معادلة تفاعل المعايرة:

$$NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(l)}$$

ب- تعريف التكافؤ حمض-أساس:

التكافؤ حمض-أساس هي النقطة التي توافق الاستهلاك التام للمتفاعلين في آن واحد، حيث يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري.

استنتاج التركيز C_B: عند نقطة التكافؤ $n_B = n_{AE}$ ومنه: $C_B V_B = C_A V_{AE}$

وعليه: $$C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = \frac{0,01\times10\times10^{-3}}{10\times10^{-3}} = 0,01 mol.L^{-1}$$

إذن: $C_B = 0,01 mol.L^{-1}$

جـ- تحديد طبيعة المزيج عند نقطة التكافؤ:

نقطة التكافؤ توافق اختفاء المتفاعلين $NH_{3(aq)}$ و $H_3O^+_{(aq)}$، ويبقى في الوسط التفاعلي $NH^+_{4(aq)}$ إن فالمزيج ذو طبيعة حمضية عند نقطة التكافؤ.

د- استنتاج بيانيا قيمة الـ PKa :

عند نقطة نصف التكافؤ و التي توافق $V_A = 5mL$، يكون: $PKa = PH = 9,2$.

3.

العبارة 01: صحيحة، لأن كمية مادة الأساس لا تتغير بالتمديد.

العبارة 02: خاطئة، لأن المحلول الحمضي المحصل عليه عند نقطة التكافؤ يكون ممد و عليه قيمة الـ PH تزداد.

العبارة 03: خاطئة، لأن عند نقطة نصف التكافؤ $PH = PKa$، و الـ PKa مميز للثنائية (أساس/حمض) و لا يتعلق إلا بدرجة الحرارة فقط.

حل التمرين 12

1. المعادلة تفاعل الأساس B_1 مع الماء: $B_1 + H_2O = B_1H^+ + OH^-$

- جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$B_1 + H_2O = B_1H^+ + OH^-$			
الإبتدائية	$n_1 = C_1V$	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_1 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_1 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

ب- حساب قيمة تقدم التفاعل النهائي τ_f :

نعلم أن: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$.

- إيجاد عبارة x_{max} : نحصل على x_{max} من خلال الاختفاء التام للمتفاعل المحد أي $n_1 - x_{max} = 0$ ومنه: $x_{max} = n_1 = C_1V$.

ـ إيجاد عبارة x_f : من خلال جدول تقدم التفاعل لدينا: $x_f = n_f(OH^-) = [OH^-]_f V$

ونعلم أن: $Ke = [H_3O^+]_f . [OH^-]_f$

ومنه: $[OH^-]_f = \frac{Ke}{[H_3O^+]_f} = \frac{Ke}{10^{-PH}} = \frac{10^{-14}}{10^{-PH}} = 10^{PH-14}$

إذن: $x_f = 10^{PH-14} V$

وعليه: $\tau_f = \frac{10^{PH-14}V}{C_1 V} = \frac{10^{PH-14}}{C_1}$ ومنه: $\tau_f = \frac{10^{11,1-14}}{10^{-1}} = 1,26\times10^{-2} = 1,26\%$

جـ ـ بما أن $1 \rangle 1,26\times10^{-2} = \tau_f$ فإن تفاعل الأساس B_1 مع الماء تفاعل غير تام وعليه فهو أساس ضعيف.

2ـ

أـ إرفاق كل منحنى بالأساس الموافق له:

ـ من المنحني2: نلاحظ أن $PH_i = 11,1$ ($V_A = 0mL$ قبل بداية عملية المعايرة) وهو PH المحلول (S_1)، إذن المنحني (2) يوافق معايرة الأساس B_1. وعليه المنحني (1) يوافق معايرة الأساس B_2.

بـ المدلول العلمي للنقاط I_2, I_1, E_2, E_1 :

E_1 : نقطة تكافؤ معايرة الأساس B_1، و I_1 نقطة نصف التكافؤ.

E_2 : نقطة تكافؤ معايرة الأساس B_2، و I_2 نقطة نصف التكافؤ.

جـ ـ إثبات أن $C_2 = C_1$:

عند نقطة التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري أي: $n_B = n_{AE}$

ومنه: $C_B V_B = C_A V_{AE}$.

ـ بالنسبة للأساس B_1 : $C_1 = \frac{C_A V_{AE}}{V_B}$ وبالنسبة للأساس B_2 : $C_2 = \frac{C_A V'_{AE}}{V'_B}$.

وبما أن: $V_B = V'_B = 10mL$ ومن الشكل ـ1: $V_{AE} = V'_{AE} = 10mL$

نلاحظ أن: $V_B = V'_B = V_{AE} = V'_{AE} = 10mL$

وعليه نجد: $C_1 = C_A$ و $C_2 = C_A$ إذن: $C_2 = C_1$

3ـ دراسة معايرة الأساس B_1 :

أـ معادلة تفاعل معايرة الأساس B_1 : $B_1 + H_3O^+ = B_1H^+ + H_2O$.

ـ التأكد من أن تفاعل المعايرة تفاعل تام: يكون التفاعل تاما إذا كان ثابت التوازن $K \rangle 10^4$

لدينا $K=\frac{[B_1H^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}.[B_1]_{éq}}=\frac{1}{Ka_1}=\frac{1}{10^{-PKa_1}}=10^{PKa_1}$

ومن منحنى المعايرة (2) نجد أن $PKa_1=9,2$ وعليه: $K=10^{PKa_1}=10^{9,2}\rangle 10^4$

.إذن تفاعل المعايرة تفاعل تام.

ب-طبيعة المزيج المتحصل عليه عند نقطة التكافؤ:

من منحنى المعايرة (2) نقرأ القيمة $PH_{E2}=5,2$ أي: $PH_{E2}\langle 7$ فالوسط المتحصل عليه وسط حامضي.

جـ-المقارنة بين قوة الأساسين B_1 و B_2 :

.**الطريقة الأولى:** عند نقطة نصف التكافؤ $PH=PKa$ ، و المحلول الأساسي الذي له PKa أكبر هو الأساس القوي.

من الشكل-1 نلاحظ أن: $PKa_2\rangle PKa_1$ وعليه الأساس B_2 أقوى من الأساس B_1 .

.**الطريقة الثانية:** إذا كان لمحلولين نفس التركيز الابتدائي فإن الأساس الأقوى هو الذي له PH أكبر.

بالإعتماد على الشكل-1 نلاحظ أن $PH_2\rangle PH_1$ ($V_A=0mL$ قبل بداية عملية المعايرة)

وعليه الأساس B_2 أقوى من الأساس B_1 .

حل التمرين 13

1.1-معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء:

$$C_6H_5COOH_{(aq)}+H_2O_{(l)}=C_6H_5COO^-_{(aq)}+H_3O^+_{(aq)}$$

2.1-جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=C_6H_5COO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الإبتدائية	CV	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$CV-x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$CV-x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

3.1-عبارة تقدم التفاعل $x_{éq}$ عند التوازن:

عند التوازن $x_f=x_{éq}$ ، ومن خلال جدول تقدم التفاعل:

$$n_{éq}(C_6H_5COO^-)=n_{éq}(H_3O^+)=x_{éq}$$

وبالقسمة على الحجم V نجد: $[C_6H_5COO^-]_{éq}=[H_3O^+]_{éq}=\frac{x_{éq}}{V}$

وعليه: $x_{éq}=\left[H_3O^+\right]_{éq}V=\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}V$ ....(1)

ونعلم أن:

$$\sigma=\lambda_{C_6H_5COO^-}.\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}+\lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right]_{éq}=\left(\lambda_{C_6H_5COO^-}+\lambda_{H_3O^+}\right)\left[H_3O^+\right]_{éq}$$

ومنه: $\left[H_3O^+\right]_{éq}=\dfrac{\sigma}{\left(\lambda_{C_6H_5COO^-}+\lambda_{H_3O^+}\right)}$........(2)

ومن العلاقتين (1) و (2) نستنتج: $x_{éq}=\dfrac{\sigma V}{\left(\lambda_{C_6H_5COO^-}+\lambda_{H_3O^+}\right)}$

حساب قيمة $x_{éq}$:

لدينا: $V=200mL=0,2L=0,2\times10^{-3}m^3$

ومنه: $x_{éq}=\dfrac{2,03\times10^{-2}\times0,2\times10^{-3}}{(3,24+35)\times10^{-3}}=1,06\times10^{-4}mol$

4.1- عبارة كسر التفاعل عند التوازن $Q_{r,éq}$:

عبارة كسر التفاعل هي: $Q_{r,éq}=\dfrac{\left[H_3O^+\right]_{éq}.\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}}{\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}}$

ولدينا مما سبق: $\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}=\left[H_3O^+\right]_{éq}$

ومن خلال جدول التقدم لدينا: $n_{éq}\left(C_6H_5COOH\right)=CV-x_{éq}$

ومنه: $\left[C_6H_5COOH\right]_{éq}=C-\dfrac{x_{éq}}{V}$

ومنه: $Q_{r,éq}=\dfrac{\left[H_3O^+\right]^2_{éq}}{\left(CV-x_{éq}\right)/V}=\dfrac{\left(x_{éq}/V\right)^2}{\left(CV-x_{éq}\right)/V}$

إذن: $Q_{r,éq}=\dfrac{x^2_{éq}}{V.\left(CV-x_{éq}\right)}$

- استنتاج قيمة Ka:

عند التوازن $Ka=Q_{r,éq}$ ومنه: $Ka=Q_{r,éq}=\dfrac{x^2_{éq}}{V.\left(CV-x_{éq}\right)}\approx6,3\times10^{-5}$

.02 تحديد كتلة حمض البنزويك في مشروب غازي:

.1.2 معادلة تفاعل المعايرة:

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

.2.2 تحديد قيمة C_A:

عند نقطة التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري أي: $n_A = n_{BE}$

ومنه: $C_A V_A = C_B V_{BE}$

ومنه: $C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} = \frac{10^{-2} \times 6}{50} = 1,2 \times 10^{-3} mol\, L^{-1}$

.3.2 حساب قيمة m:

نعلم أن: $n(C_6H_5COOH) = \frac{m}{M(C_6H_5COOH)}$

و $n(C_6H_5COOH) = C_A V_0$

ومنه: $m = C_A V_0 . M(C_6H_5COOH)$

إذن: $m = 1,2 \times 10^{-3} \times 1 \times 122 = 0,146 g \approx 0,15 g$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة تتوافق مع القيمة المشار إليها في اللصيقة.

حل التمرين 14

.1.1 حساب التركيز C_0:

$C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m}{M V_0} = \frac{0,2}{206 \times 0,1}$ إذن: $C_0 = 9,7 \times 10^{-3} mol\, L^{-1}$

.1.2 أ- جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$RCOOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= RCOO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	$n_0 = C_0 V_0$	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

•عبارة كل من x_{max} و x_f عند التوازن:

•نحصل على x_{max} من الاختفاء التام لحمض الإيبوبروفين أي: $x_{max} = C_0 V_0$

ومن جدول تقدم التفاعل نجد أن: $x_f = [H_3O^+]_{eq} V_0$

ومنه: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_{eq} V_0}{C_0 V_0} = \frac{10^{-PH}}{C_0} = 6,96 \times 10^{-2} \simeq 7 \times 10^{-2}$

- نلاحظ أن $\tau_f \langle 1$ إذن تفاعل حمض الإيبوبروفين مع الماء تفاعل غير تام (تفاعل محدود).

ب- عبارة كسر التفاعل Q_r: $Q_r = \frac{[H_3O^+][RCOO^-]}{[RCOOH]}$

جـ- إثبات العلاقة التالية $Q_{r,eq} = \frac{x_{max}.\tau_f^2}{V_0(1-\tau_f)}$:

لدينا مما سبق: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_0}$

ومن جدول التقدم عند التوازن: $n_{éq}(RCOO^-) = n_{éq}(H_3O^+) = x_f$

ومنه: $[RCOO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \tau.C_0$

و $[RCOOH]_{éq} = \frac{C_0V_0 - x_f}{V_0} = C_0 - [H_3O^+]_{éq}$

ومنه: $Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]_{éq}^2}{[RCOOH]_{éq}} = \frac{[H_3O^+]_{éq}^2}{C_0 - [H_3O^+]_{éq}} = \frac{\tau^2.C_0^2}{C_0 - \tau.C_0} = \frac{\tau^2.C_0}{1-\tau}$

ولدينا كذلك: $x_{max} = C_0V_0$ ومنه: $C_0 = \frac{x_{max}}{V_0}$

وعليه: $Q_{r,éq} = \frac{\tau^2.C_0}{1-\tau} = \frac{x_{max}.\tau^2}{V_0.(1-\tau)}$

د- استنتاج قيمة ثابت التوازن K:

عند التوازن $K = Q_{r,éq} = \frac{x_{max}.\tau^2}{V_0.(1-\tau)}$ ومنه: $K = 5,1 \times 10^{-5}$

1.2 معادلة التفاعل: $RCOOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = RCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

2.2 تبيان أن $n_i(OH^-)$ أكبر من $n_i(RCOOH)$:

- حساب $n_i(OH^-)$ المتواجدة في المحلول (S_B):

$.n_i\left(OH^-\right)=C_BV_B=3\times10^{-2}\times60\times10^{-3}=1,8\times10^{-3}mol$

.حساب $n_i\left(RCOOH\right)$ كمية مادة الحمض المذابة:

$$n_i\left(RCOOH\right)=\frac{m}{M}=\frac{0,2}{206}=9,7\times10^{-4}mol$$

.نلاحظ أن $n_i\left(RCOOH\right)\rangle n_i\left(OH^-\right).$

.3.2

ا.كمية مادة شوارد الـ OH^- التي تفاعلت مع الحمض $RCOOH$ المتواجدة في الكيس:

.كمية مادة شوارد الـ OH^- المعايرة هي:

$$n_E\left(OH^-\right)=C_AV_{AE}=10^{-2}\times27,7\times10^{-3}=2,77\times10^{-4}mol$$

.كمية مادة شوارد الـ OH^- المتواجدة في الحجم $V_B=60mL$ هي:

$$n_{r_B}\left(OH^-\right)=3n_E\left(OH^-\right)=3\times2,77\times10^{-4}=8,31\times10^{-4}mol$$

(حيث: $n_{r_B}\left(OH^-\right)$ كمية المادة المتبقية من التفاعل مع الحمض $RCOOH$ وكذلك $(60mL=3\times20mL$

.كمية مادة شوارد الـ OH^- التي تفاعلت مع الحمض $RCOOH$ المتواجدة في الكيس:

$$n\left(OH^-\right)=n_i\left(OH^-\right)-n_{r_B}\left(OH^-\right)=9,7\times10^{-4}mol$$

ب.حساب الكتلة m لحمض الإيبوبروفين المتواجدة في الكيس:

.عند التكافؤ: $n\left(OH^-\right)=n\left(RCOOH\right)=9,7\times10^{-4}mol$

$$m\left(RCOOH\right)=n\left(RCOOH\right).M\left(RCOOH\right)=199,82\times10^{-3}g$$

ومنه: $m\left(RCOOH\right)\approx200mg$

.نستنتج أن القيمة $200mg$ هي المسجلة على كيس الإيبوبروفين 200.

حل التمرين 15

1.1.معادلة التفاعل الحاصل: $AH_{(aq)}+OH^-_{(aq)}=A^-_{(aq)}+H_2O_{(l)}$

2.1.جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$AH_{(aq)}+OH^-_{(aq)}=A^-_{(aq)}+H_2O_{(l)}$			
الإبتدائية	C_AV_A	C_BV_B	0	بالزيادة
الانتقالية	C_AV_A-x	C_BV_B-x	x	بالزيادة
النهائية	$C_AV_A-x_f$	$C_BV_B-x_f$	x_f	بالزيادة

- تحديد النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f : $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$.

- نحصل على x_{max} من الإختفاء التام للمتفاعل المحد:

- إذا كان الحمض HA هو المتفاعل المحد: $x_{max} = C_A V_A = 4\times10^{-4} mol$

- إذا كانت شوارد $\left(OH^-\right)$ هي المتفاعل المحد: $x_{max} = C_B V_B = 2,5\times10^{-4} mol\, L^{-1}$

إذن فالمتفاعل المحد هي شوارد $\left(OH^-\right)$ ومنه: $x_{max} = C_B V_B = 2,5\times10^{-4} mol$

- من خلال جدول تقدم التفاعل في الحالة النهائية: $n_f\left(OH^-\right) = C_B V_B - x_f$

ومنه: $\left[OH^-\right]_f = \frac{C_B V_B - x_f}{V_A + V_B}$ ونعلم أن: $\left[OH^-\right]_f = 10^{PH-14}$

ومنه: $10^{PH-14} = \frac{C_B V_B - x_f}{V_A + V_B}$ وعليه: $x_f = C_B V_B - 10^{PH-14}\left(V_A + V_B\right)$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{C_B V_B - 10^{PH-14}\left(V_A + V_B\right)}{C_B V_B} = 1 - \frac{10^{PH-14}\left(V_A + V_B\right)}{C_B V_B}$$

إذن: $\tau_f = 1 - 10^{-8} \approx 1$.نستنتج أن تفاعل المعايرة تفاعل تام و سريع.

3.1ـ إثبات العبارة $PKa = PH + \log\left(\frac{C_A V_A}{C_B V_B} - 1\right)$:

بالنسبة للثنائية $\left(AH/A^-\right)$ لدينا: $PH = PKa + \log\frac{\left[A^-\right]_f}{\left[AH\right]_f}$

ومنه: $PKa = PH + \log\frac{\left[AH\right]_f}{\left[A^-\right]_f}$ ....(1)

- من خلال جدول تقدم التفاعل لدينا: $\left[A^-\right]_f = \frac{x_f}{V_S} = \frac{C_B V_B - 10^{PH-14}\left(V_A + V_B\right)}{V_S}$

حيث: $V_S = V_A + V_B$ ومنه: $\left[A^-\right]_f \approx \frac{C_B V_B}{V_S}$ لأن: $C_B V_B \rangle\rangle 10^{PH-14}\left(V_A + V_B\right)$.

وكذلك: $\left[AH\right]_f = \frac{C_A V_A - C_B V_B}{V_S}$

وبالتعويض في العلاقة (1) نجد: $PKa = PH + \log\frac{(C_A V_A - C_B V_B)/V_S}{(C_B V_B)/V_S}$

إذن: $PKa = PH + \log\left(\frac{C_A V_A}{C_B V_B} - 1\right)$ ت ع: $PKa = 3,8$

1.2. الأسماء الموافقة للأرقام المبينة على تركيب الشكل-1-:

(1) السحاحة، (2) محلول هيدروكسيد الصوديوم (S_B)، (3) الحليب

2.2. حساب التركيز الكتلي C_m:

عند التكافؤ نحصل على مزيج ستوكيومتري أي: $CV'_A = C_B V_{B,E}$

ومنه: $C = \frac{C_B V_{B,E}}{V'_A}$ ولدينا كذلك: $C_m = \frac{m}{V} = \frac{n.M}{V} = C.M$

ومنه: $C_m = C.M = \frac{C_B V_{B,E}}{V'_A} M$ ت ع: $C_m = 2,25 g.L^{-1}$

الاستنتاج: نلاحظ أن: $C_m = 2,25 g.L^{-1} \rangle 1,8 g.L^{-1}$ وعليه فالحليب غير صالح للاستهلاك.

3.2.

أ. الكاشف المناسب لإجراء هذه المعايرة هو أحمر الفينول لأن مجال تغيره اللوني يحتوي على $PH_E = 8,0$ أي: $6,6 \langle PH_E \langle 8,4$.

ب. حساب النسبة $\frac{[A^-]}{[AH]}$ في المزيج عند التكافؤ:

لدينا $PH = PKa + \log\frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$ ومنه: $\log\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = PH - PKa$

وعليه: $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = 10^{PH-PKa}$ إذن: $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = 10^{8-3,8} = 1,6\times10^4$

. استنتاج الصفة الغالبة: بما أن: $1 \ll \frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$ إذن: $[A^-]_f \gg [AH]_f$

ومنه الصفة السائدة هي الصفة الأساسية $[A^-]_f$

1-1- معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء:

$$C_6H_8O_{6(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_7O^-_{6(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2-1- جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$C_6H_8O_{6(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$C_6H_7O^-_{6(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	C_1V	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$C_1V - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$C_1V - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

3-1- حساب τ_f :

$\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ ، ومن خلال جدول تقدم التفاعل نجد: $x_f = [H_3O^+]_{éq} V$ و $x_{max} = C_1V$

ومنه: $$\tau_f = \frac{[H_3O^+]_{éq} V}{C_1V} = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_1} = \frac{10^{-PH}}{C_1}$$

ومنه: $\tau_f = 9{,}8\times10^{-2} = 9{,}8\,\%$.

- نستنتج أن تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء تفاعل غير تام.

4-1- قيمة كسر التفاعل $Q_{r,éq}$:

$$Q_{r,éq} = \frac{[C_6H_7O_6^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[C_6H_8O_6]_{éq}}$$

ومن جدول التقدم نجد: $[C_6H_7O_6^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$

و $[C_6H_8O_6]_{éq} = C_1 - [C_6H_7O_6^-]_{éq} = C_1 - [H_3O^+]_{éq}$

ومنه: $$Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C_1 - [H_3O^+]_{éq}} = 1{,}06\times10^{-4}$$

- استنتاج ثابت التوازن K: $K = Q_{r,éq} = 1{,}06\times10^{-4}$.

2-1- معادلة التفاعل حمض أساس: $C_6H_8O_{6(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_6H_7O^-_{6(aq)} + H_2O_{(l)}$

2-2- قيمة التركيز C_A:

عند التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري $n_0(C_6H_8O_6) = n_E(OH^-)$

ومنه: $C_A V_A = C_B V_{BE}$ إذن: $C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} = 1,425 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

3.2 استنتاج قيمة m :

نعلم أن: $n = \frac{m}{M}$ و $n = C_A V$ ومنه: $\frac{m}{M} = C_A V$ إذن: $m = C_A V.M$

ت.ع: $m = 1,425 \times 10^{-2} \times 0,2 \times 176 = 50,16 \times 10^{-2} g$ إذن: $m \approx 500mg$

التسمية "فيتامين $C\,500$ ":

تدل على أن كتلة الحمض المحتواة في كل قرص هي $m = 500mg$.

حل التمرين 17

1.1 حساب الكتلة m :

$C_a = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$ ومنه: $m = C_a.MV$ إذن: $m = 1,22g$

2.1 معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء:

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3.1 جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=C_6H_5COO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	C_aV	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$C_aV - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$C_aV - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

- حساب النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f :

$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_a} = \frac{10^{-PH_1}}{C_a}$ ومنه: $\tau_f = \frac{10^{-2,6}}{0,1} = 2,5 \times 10^{-2}$

- نستنتج أن تفاعل حمض البنزويك مع الماء تفاعل غير تام، و حمض البنزويك حمض ضعيف.

4.1 عبارة كسر التفاعل $Q_{r\,éq}$:

عبارة كسر التفاعل هي: $Q_{r\,éq} = \frac{[C_6H_5COO^-_{(aq)}]_{éq}[H_3O^+_{(aq)}]_{éq}}{[C_6H_5COOH_{(aq)}]_{éq}}$

وبالاستعانة بجدول تقدم التفاعل نجد: $[C_6H_5COO^-_{(aq)}]_{éq} = [H_3O^+_{(aq)}]_{éq}$

وكذلك: $\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_{éq} = C_a - \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_{éq}$

ومنه: $$Q_{r,éq} = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]^2_{éq}}{C_a - \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_{éq}} = \frac{10^{-2PH_1}}{C_a - 10^{-PH_1}}$$

- استنتاج قيمة ثابت الحموضة PKa_1 :

عند التوازن: $$Ka = Q_{r,éq} = \frac{10^{-2PH_1}}{C_a - 10^{-PH_1}} = 6,46\times10^{-5}$$

ومنه: $PKa = -\log Ka = 4,2$

1.2- معادلة التفاعل الذي يحدث عند مزج المحلولين:

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}.$$

2.2- حساب كمية مادة $n(OH^-)_v$:

الحالة	$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$+OH^-_{(aq)}$	$=C_6H_5COO^-_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$
الابتدائية	C_aV	$C_bV_{b.E}$	0	بالزيادة
الانتقالية	$C_aV - x$	$C_bV_{b.E} - x$	x	بالزيادة
التكافؤ	$C_aV - x_E$	$C_bV_{b.E} - x_E$	x_E	بالزيادة

$$n(OH^-)_v = C_bV_{bE} = 5\times10^{-2}\times10^{-2} = 5\times10^{-4}mol$$

- كمية المادة $n(OH^-)_r$:

عند نهاية التفاعل يكون: $PH_2 = 3,7$ ومنه: $\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = 10^{-PH_2}$

ونعلم أن: $Ke = \left[H_3O^+_{(aq)}\right].\left[OH^-_{(aq)}\right]_r = 10^{-14}$

ومنه: $$\left[OH^-_{(aq)}\right]_r = \frac{Ke}{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]} = \frac{10^{-14}}{10^{-PH_2}} = 10^{PH_2-14}$$

ومن خلال جدول التقدم نجد: $n(OH^-)_r = C_bV_b - x_E$

ومنه: $\left[OH^-_{(aq)}\right]_r = \dfrac{n(OH^-)_r}{V_S}$ حيث $V_S = V_a + V_b = 30mL$

ومنه: $n(OH^-)_r = [OH^-_{(aq)}]_r V_S = (10^{PH_2-14}) V_S = 1,5\times10^{-12} mol$

2.3 عبارة النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f بدلالة $n(OH^-)_v$ و $n(OH^-)_r$:

نعلم أن: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$

.نحصل على x_{max} من الإختفاء التام للمتفاعل المحد:

.إذا كان (OH^-) هو المتفاعل المحد: $x_{max} = n(OH^-)_v = C_b V_{b.E} = 5\times10^{-4} mol$

.إذا كان الحمض هو المتفاعل المحد:

$$x_{max} = n(C_6H_5COOH)_0 = C_a V_a = 2\times10^{-3} mol$$

وعليه المتفاعل المحد هي شوارد (OH^-) و $x_{max} = n(OH^-)_v = 5\times10^{-4} mol$

.ومن خلال جدول التقدم: $n(OH^-)_r = C_b V_{b.E} - x_E$

ومنه: $x_f = x_E = C_b V_{b.E} - n(OH^-)_r = n(OH^-)_v - n(OH^-)_r \approx 5\times10^{-4} mol$

إذن: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n(OH^-)_v - n(OH^-)_r}{n(OH^-)_v} = 1 - 3\times10^{-9} \approx 1$

.نستنتج أن تفاعل المعايرة عبارة عن تفاعل تام.

حل التمرين 18

1.1 معادلة التفاعل: $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2.1 جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$= CH_3COO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
الإبتدائية	n_0	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

3.1 عبارة $[H_3O^+]_{éq}$ بدلالة $\sigma, \lambda_{CH_3COO^-}, \lambda_{H_3O^+}$:

$$\sigma = \lambda_{CH_3COO^-}[CH_3COO^-]_{éq} + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{éq}$$

ومن جدول التقدم نجد: $n_f(CH_3COO^-) = n_f(H_3O^+)$ وبالقسمة على الحجم V

نجد: $[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$

ومنه:

$$\sigma = \lambda_{CH_3COO^-}[H_3O^+]_{eq} + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{eq} = (\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})[H_3O^+]_{eq}$$

إذن: $$[H_3O^+]_{éq} = \frac{\sigma}{(\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})}$$

4.1- حساب $[H_3O^+]_{éq}$ في كل من المحلولين (S_1) و (S_2):

- في المحلول (S_1):

$$[H_3O^+]_{éq1} = \frac{\sigma_1}{(\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})} = 0{,}89 mol.m^{-3} = 8{,}9\times10^{-4} mol.L^{-1}$$

- في المحلول (S_2):

$$[H_3O^+]_{éq2} = \frac{\sigma_2}{(\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})} = 0{,}28 mol.m^{-3} = 2{,}8\times10^{-4} mol.L^{-1}$$

5.1- حساب نسبة التقدم النهائي τ_{f1} و τ_{f2}:

- عبارة نسبة التقدم النهائي لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء هي: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$

حيث: $n_f(H_3O^+) = x_f = [H_3O^+]_{eq} V$ و $x_{max} = CV$

ومنه: $\tau_f = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C}$.

- بالنسبة المحلول (S_1): $$\tau_{f1} = \frac{[H_3O^+]_{éq1}}{C_1} = \frac{8{,}9\times10^{-4}}{5\times10^{-2}} = 0{,}0178 = 1{,}78\%$$

- بالنسبة المحلول (S_2): $$\tau_{f2} = \frac{[H_3O^+]_{éq2}}{C_2} = \frac{2{,}8\times10^{-4}}{5\times10^{-3}} = 0{,}056 = 5{,}6\%$$

نستنتج أن نسبة النهائية للتقدم τ_f تتعلق بالتراكيز الابتدائية.

6.1- حساب ثابت التوازن K:

عبارة ثابت التوازن K هي: $$K = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

ومن جدول التقدم نجد: $\left[CH_3COO^-\right]_{éq}=\left[H_3O^+\right]_{éq}$

وكذلك: $\left[CH_3COOH\right]_{éq}=C-\left[H_3O^+\right]_{éq}$ إذن: $K=\dfrac{\left[H_3O^+\right]_{éq}^2}{C-\left[H_3O^+\right]_{éq}}$

.بالنسبة للمحلول (S_1): $K_1=\dfrac{\left[H_3O^+\right]_{éq1}^2}{C_1-\left[H_3O^+\right]_{éq1}}=1,6\times10^{-5}$

.بالنسبة للمحلول (S_2): $K_2=\dfrac{\left[H_3O^+\right]_{éq2}^2}{C_2-\left[H_3O^+\right]_{éq2}}=1,6\times10^{-5}$

بما أن: $K_1=K_2$ نستنتج أن ثابت التوازن K لا يتعلق بالحالة الإبتدائية للجملة الكيميائية، بل بدرجة الحرارة فقط.

1.2. المعادلة المنمذجة للتفاعل حمض-أساس:

$$CH_3COOH_{(aq)}+OH^-_{(aq)}=CH_3COO^-_{(aq)}+H_2O_{(l)}$$

2.2. حساب التركيز المولي (C_S):

عند التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري: $n(CH_3COOH)=n_E(OH^-)$

ومنه: $C_SV_A=C_BV_{BE}$ ومنه: $C_S=\dfrac{C_BV_{BE}}{V_A}$ إذن: $C_S=1,17\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$

3.2. تحديد درجة الحموضة للخل المدروس:

تم تخفيف المحلول التجاري ذو التركيز المولي C_0 من أجل الحصول على المحلول (S). وحسب علاقة التمديد $C_0V_0=C_SV_S$ ومنه: $C_0=\dfrac{C_SV_S}{V_0}$ ومنه: $C_0=1,17mol.L^{-1}$.

.نحدد X كتلة حمض الإيثانويك الموجودة في $100g$ من الخل التجاري.

$X=m(CH_3COOH)=C_0V.M(CH_3COOH)$، حيث V الحجم الموافق لكتلة تساوي $100g$ من الخل التجاري، $\rho=\dfrac{m}{V}$ ومنه: $V=\dfrac{m}{\rho}$ حيث $m=100g$ ونعلم أن $\rho=1g/mL$ إذن: $V=100mL$

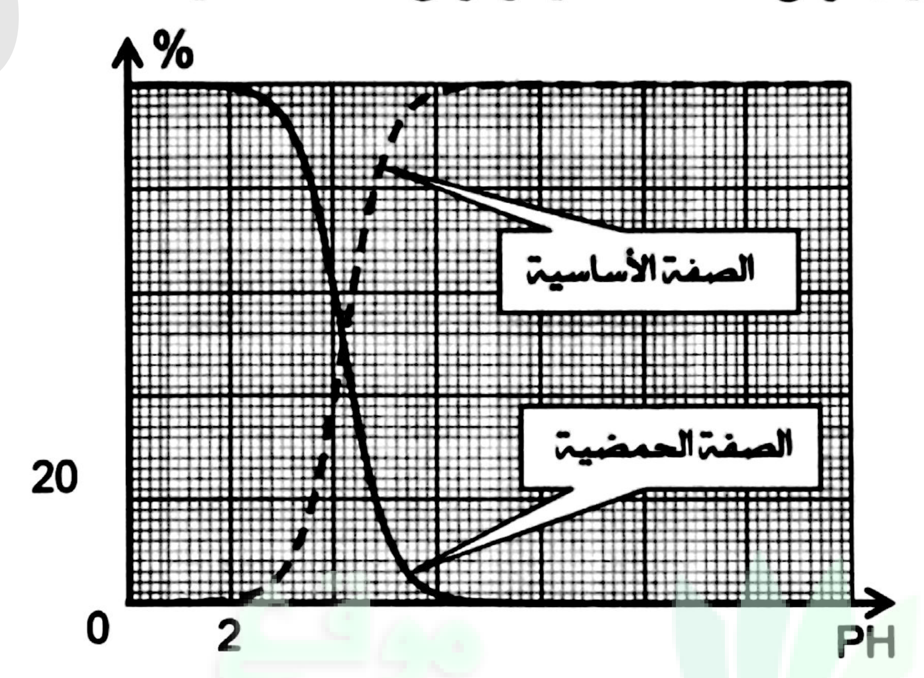
وبالتالي: $X=m(CH_3COOH)=1,17\times100\times10^{-3}\times60=7,02$

إذن: $X°=7,02°\approx7°$ هذه النتيجة تتوافق مع القيمة المسجلة على قارورة الخل التجاري.

1. معادلة التفاعل: $HIn_{(aq)} + H_2O_{(l)} = In^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

- الثنائيتان (أساس/ حمض) الداخلتين في التفاعل: (HIn/In^-) و (H_3O^+/H_2O)

2. تحديد البيان الموافق للصفة الحمضية و الموافق للصفة الأساسية:



3. تحدد قيمة الـ PKa :

نعلم أن: $PH = PKa + \log\frac{[In^-]}{[HIn]}$ وعند تقاطع البيانية تكون النسبتان المئويتان للصفتين الحمضية و الأساسية متساويتان أي: $[HIn]=[In^-]$ وعليه: $PH = PKa$

ونقرأ على البيان: $PKa = PH = 4,2$

4. في محلول ذي $PH = 2$ الصفة الغالبة حسب مخطط التوزيع هي الصفة الحمضية، إذن اللون الذي يأخذه الكاشف هو اللون الأصفر.

- في محلول ذي $PH = 10$ الصفة الغالبة حسب مخطط التوزيع هي الصفة الأساسية، إذن اللون الذي يأخذه الكاشف هو الأزرق.

5. تحديد التركيز المولي للصفة الحمضية و الصفة الأساسية عند القيمة $PH = 3,5$:

عبارتا النسبة المئوية للصفتين الحمضية و الأساسية هما:

$$(HIn)\% = \frac{[HIn]}{c}\times 100 \text{ ومنه: } (HIn)\% = \frac{[HIn]}{[HIn]+[In^-]}\times 100$$

$$(In^-)\% = \frac{[In^-]}{c}\times 100 \text{ ومنه: } (In^-)\% = \frac{[In^-]}{[HIn]+[In^-]}\times 100$$

وحسب مخطط توزيع الصفة عند $PH = 3,5$ ، فإن النسبتين المئويتين للصفتين هما على التوالي: $(HIn)\% \approx 80\%$ و $(In^-)\% \approx 20\%$

.نستنتج التركيز المولي لكل صفة:

.الصفة الحمضية: $[HIn] = \frac{80}{100} \times c = \frac{80}{100} \times 2 \times 10^{-2} = 1,6 \times 10^{-2} mol\,L^{-1}$.

.الصفة الأساسية: $[In^-] = \frac{20}{100} \times c = \frac{20}{100} \times 2 \times 10^{-2} = 0,4 \times 10^{-2} mol\,L^{-1}$.

حل التمرين 20

1.1. معادلة تفاعل المعايرة:

$$C_nH_{2n+1}COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_nH_{2n+1}COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2.1. حساب التركيز المولي C_A:

عند نقطة التكافؤ نحصل على مزيج ستوكيومتري أي: $n_A = n_{B.E}$

ومنه: $C_A V_A = C_B V_{B.E}$ إذن: $C_A = \frac{C_B V_{B.E}}{V_A} = 1,5 \times 10^{-2} mol\,L^{-1}$

.الصيغة الإجمالية للحمض الكربوكسيلي:

نعلم أن: $C_A = \frac{n}{V_0}$ و $n = \frac{m}{M}$ ومنه: $C_A = \frac{m}{M V_0}$ أي: $M = \frac{m}{C_A V_0}$

ومنه: $(12n + 12) + (2n + 2) + 32 = \frac{m}{C_A V_0}$

ومنه: $14n + 46 = \frac{0,45}{1,5 \times 10^{-2} \times 0,5} = 60$ نجد أن: $n = 1$

وعليه صيغة الحمض الكربوكسيلي هي: CH_3COOH

1.2. عبارة التقدم النهائي x_f :

•جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= CH_3COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
الابتدائية	$n_0 = C_A V$	بالزيادة	0	0
الانتقالية	$C_A V - x$	بالزيادة	x	x
النهائية	$C_A V - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

•من جدول تقدم التفاعل نجد: $x_f = n_f(H_3O^+) = [H_3O^+]V = 10^{-PH} V$

التأكد من صحة العلاقة $\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = -1 + C_A.10^{PH}$:

من جدول التقدم لدينا: $[CH_3COOH]_f = \frac{n_f}{V} = \frac{C_A V - x_f}{V} = C_A - [H_3O^+]$

إذن: $[CH_3COOH]_f = C_A - 10^{-PH}$

وكذلك: $[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 10^{-PH}$

إذن: $\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = \frac{C_A - 10^{-PH}}{10^{-PH}} = -1 + C_A.10^{-PH}$ وهو المطلوب.

2.2 استنتاج قيمة الـPKa_2 :

$PH = PKa_2 + \log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$ ومنه: $PKa_2 = PH - \log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$

ومنه: $PKa_2 = PH + \log\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = PH + \log\left(-1 + C_A.10^{PH}\right)$

ت ع: $PKa_2 = 3,3 + \log\left(-1 + 1,5\times10^{-2}.10^{3,3}\right) = 4,76$

1.3 معادلة التفاعل:

$$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + NH^+_{4(aq)}$$

2.3 حساب ثابت التوازن K :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f.[NH_4^+]_f}{[CH_3COOH]_f.[NH_3]_f} = \frac{[CH_3COO^-]_f.[NH_4^+]_f.[H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f.[NH_3]_f.[H_3O^+]_f} = \frac{Ka_2}{Ka_1}$$

ومنه: $K = \frac{10^{-PKa2}}{10^{-PKa1}} = \frac{10^{-4,76}}{10^{-9,2}} = 2,75\times10^4$

3.3 إثبات عبارة نسبة تقدم التفاعل τ_f :

- جدول تقدم التفاعل:

الحالة	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$NH_{3(aq)}$ =	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$NH^+_{4(aq)}$
الابتدائية	n_0	n_0	0	0
الانتقالية	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
النهائية	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

نعلم أن: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$ حيث: $x_{max} = n_0$.

ولدينا $K = \frac{[CH_3COO^-]_f.[NH_4^+]_f}{[CH_3COOH]_f.[NH_3]_f}$

ومنه: $\frac{(x_f)^2}{(n_0 - x_f)^2} = \frac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{n_0 - x_f}{V} \times \frac{n_0 - x_f}{V}} = K$ وعليه: $\sqrt{K} = \frac{(x_f)}{(n_0 - x_f)}$

ومنه: $x_f = \sqrt{K}.(n_0 - x_f) \Rightarrow x_f\left(1+\sqrt{K}\right) = n_0.\sqrt{K}$ إذن: $x_f = \frac{n_0.\sqrt{K}}{\left(1+\sqrt{K}\right)}$

وعليه: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\frac{n_0.\sqrt{K}}{\left(1+\sqrt{K}\right)}}{n_0} = \frac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$ إذن: $\tau_f = \frac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$ وهو المطلوب.

الوحدة الخامسة

تطور جملة ميكانيكية

المجموعة الشمسية

الوحدة رقم 05: تطور جملة ميكانيكية

الملخص:

1. ملخص لبعض المفاهيم:

1.1. الجملة الميكانيكية:

- هي جسم أو جزء من جسم أو مجموعة من الأجسام.
- تحديد الجملة يسمح بتصنيف القوى إلى داخلية أو خارجية أو غير مطبقة عليها.
- يسمح تحديد الجملة بالتطبيق السليم لقوانين الميكانيك (قوانين نيوتن، نظريات الطاقة.....).
- يمكن أن تكون صلبة أو سائلة أو غازية أو خليط.
- يمكن أن تكون بكتلة معتبرة أو مهملة.
- الجملة الميكانيكية المعزولة لا تؤثر عليها أي قوة خارجية، أما الجملة الشبه المعزولة خاضعة لعدة قوى محصلتها معدومة.

2.1. القوة: خصائصها:

- سبب لتغيير شكل الجسم أو تغيير حالته الحركية أي اكتسابه تسارعا.
- تساهم القوى في توازن الجسم و في تماسكه (مثل القوى الداخلية) أو في تغيير طبيعته (مثل القوى النووية الضعيفة).
- القوة مقدار شعاعي لها نقطة تأثير وحامل و جهة و شدة. شدتها تقاس بطرق مختلفة (الربائع ،قوانين نيوتن أو نظريات الطاقة)، وحدة شدتها النيوتن N.
- تصنيف القوى وفق طبيعتها إلى: قوة جاذبية، قوة كهرومغناطيسية وقوة نووية قوية وقوة نووية ضعيفة.

3.1. مفهوم الحركة: الحركة نسبية، أي أن الأجسام لا تتحرك إلا بالنسبة لأجسام أخرى. إذن لدراسة حركة جسم يجب اختيار جسم مرجعي، ولتحديد موضع المتحرك في لحظة زمنية معينة t، يجب اختيار معلم للفضاء و معلم للزمن مرتبطين بالجسم المرجعي.

4.1. المسار: هو مجموعة المواضع المتتالية التي يشغلها المتحرك، و يمكن أن يكون مستقيما أو دائريا أو منحنيا.

5.1. أنواع المعالم العطالية: المستعملة كثيرا في الميكانيك هي:

1. المعلم الهيليومركزي: (Référentiel Héliocentrique) ويسمى أيضا معلم كوبرنيك (Copernic). اسمه مشتق من الكلمة (Hélios) التي تعني الشمس باليونانية. هو معلم ذو ثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها تقريبا ساكنة بالنسبة للشمس خلال مدة طويلة (قرون)، ومبدأه مركز النظام الشمسي (يمكن اعتباره مركز الشمس). يعتبر هذا المعلم معلما عطاليا إلى حد كبير، ويعتمد عليه في دراسة حركة الكواكب و المذنبات، وبعض المركبات الفضائية.

2ـ المعلم المركزي الأرضي: (Référentiel géocentrique)

هو معلم مبدأه مركز الأرض، ومحاوره موازية لمحاور المعلم الشمسي أي موجهة لنفس النجوم (معناه أنها لا تدور مع دوران الأرض). و هو عطالي بكفاية لدراسة حركة القمر و الأقمار الصناعية التي تدور حول الأرض، وبعض الحركات الأرضية.

3ـ المعلم السطحي الأرضي: (Référentiel terrestre)

و هو معلم مرتبط بسطح الأرض (ركن مخبر مثلا، شجرة، رصيف...)، و هو عطالي بكفاية لدراسة معظم الحركات التي ندرسها خلال مدة زمنية قصيرة جدا أمام دوران الأرض حول نفسها.

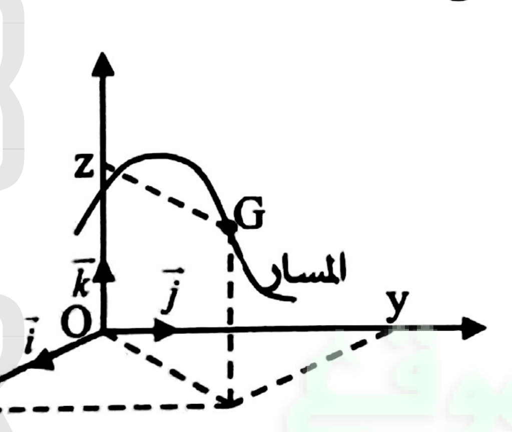
2ـ قوانين نيوتن الثلاثة:

1.2ـ شعاع الموضع:

في معلم ديكارتي $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ عبارة شعاع الوضع $\overrightarrow{OG}$ هي:

$$\overrightarrow{OG}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$

و طويلته هي: $\left\|\overrightarrow{OG}\right\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$



2.2ـ شعاع السرعة اللحظية:

ـ عبارة شعاع السرعة اللحظية هي:

$$\overrightarrow{v_G}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=\frac{dx(t)}{dt}\vec{i}+\frac{dy(t)}{dt}\vec{j}+\frac{dz(t)}{dt}\vec{k}$$

أي: $\overrightarrow{v_G}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$

ـ طويلته هي: $\left\|\overrightarrow{v_G}(t)\right\|=v_G(t)=\sqrt{v_x^2(t)+v_y^2(t)+v_z^2(t)}$

ـ **ملاحظة:** من خلال التسجيلات الحركية تحسب شدة السرعة بالعلاقة: $v_i=\frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\theta}$

3.2ـ شعاع التسارع اللحظي:

ـ عبارة شعاع التسارع هي: $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dx(t)}{dt}\vec{i}+\frac{dy(t)}{dt}\vec{j}+\frac{dz(t)}{dt}\vec{k}\right)$

وعليه: $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

أي: $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$

ـ طويلته هي: $\left\|\overrightarrow{a_G}(t)\right\|=a_G(t)=\sqrt{a_x^2(t)+a_y^2(t)+a_z^2(t)}$

قانون نيوتن الأول: مبدأ العطالة

4.2. «في معلم عطالي لكل جملة معزولة أو شبه معزولة نقطة على الأقل ، تسمى مركز عطالتها، تستمر في سكونها إذا كانت ساكنة، أو تكتسب حركة مستقيمة منتظمة بنفس السرعة التي كانت لها لحظة انعدام القوى المؤثرة على الجملة إذا كانت متحركة».

5.2. قانون نيوتن الثاني:

نص القانون الثاني لنيوتن هو :

أ. في حالة نقطة مادية:

«في معلم عطالي تكتسب نقطة مادية كتلتها m و خاضعة لمجموعة من القوي $\sum \vec{F}$ تسارعا $\vec{a}$ حيث: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ».

ب. في حالة جملة مادية:

« في معلم عطالي تكتسب جملة مادية كتلتها M وخاضعة لقوى خارجية محصلتها $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$ تسارعا $\overrightarrow{a_G}$ لمركز عطالتها G وفق العلاقة $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = M\,\overrightarrow{a_G}$ ».

6.2. قانون نيوتن الثالث: مبدأ الفعلين المتبادلين.

«في معلم عطالي عندما تحدث بين جسمين A و B تأثيرات متبادلة، فإنه لما يؤثر الجسم A على الجسم B بقوة $\overrightarrow{F_{A/B}}$ ، فإن الجسم B يؤثر كذلك على الجسم A بقوة $\overrightarrow{F_{B/A}}$ في نفس اللحظة بحيث يكون $\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$»

3. شرح حركة كوكب أو قمر اصطناعي:

1.3. الحركة الدائرية المنتظمة:

1. تعريف: نعتبر جملة مادية مركز عطالتها G، يتحرك مركز عطالة الجملة المادية بحركة دائرية منتظمة إذا كان مساره دائري و سرعته ثابتة الشدة و متغيرة الجهة في كل لحظة.

2. شعاع التسارع:

- في الحركات المنحنية: $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} + \overrightarrow{a_T}$.

- في الحركات الدائرية المنتظمة يكون شعاع التسارع ناظميا و موجه نحو المركز O للمسار الدائري، و تعطى عبارته بالعلاقة التالية: $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} = \frac{v_G^2}{r}.\vec{n}$ ، لأن: $\overrightarrow{a_T} = \frac{dv_G}{dt}\vec{u} = \vec{0}$.

3. دور الحركة:

تعريف الدور (T) :

هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة كاملة $(2\pi.r)$، و عبارته هي: $T = \frac{2\pi r}{v_G}$.

2.3 ـ قانون الجذب العام:

نصه: «كل جسمان كيفيان يتجاذبان بقوة تتناسب مباشرة مع جداء كتلتيهما و عكسا مع مربع المسافة التي تفصلهما».

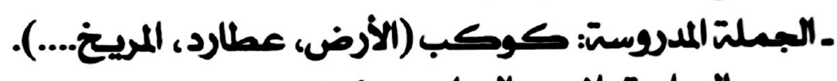
علاقة قوة الجذب العام:

يمكن نمذجة قوة الجذب العام، المتبادلة بين الجسمين A و B كتلتيهما على الترتيب M_A و M_B تفصلهما مسافة d، بعلاقة رياضية تسمح بتحديد شدة هذه القوة بدلالة الكتلتين و المسافة الفاصلة بين مركزي الجسمين: $F_{A/B} = F_{B/A} = G.\dfrac{M_A.M_B}{d^2}$

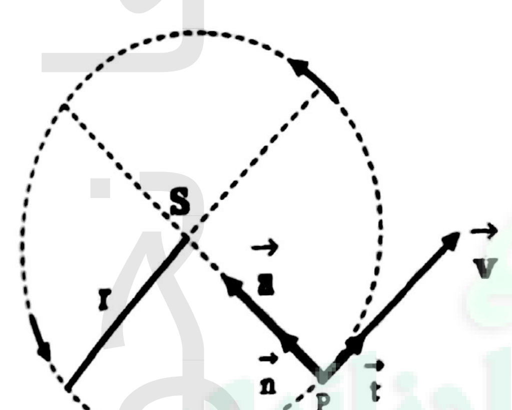
حيث G ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11} N.m^2/kg^2$.

3.3 ـ الحركة الدائرية المنتظمة للكواكب و الأقمار الاصطناعية:

أ ـ تسارع الكوكب هو:



- الجملة المدروسة: كوكب (الأرض، عطارد، المريخ....).
- مرجع الدراسة: المرجع الهيليومركزي.
- القوى: قوة الجذب العام $\vec{F}_{s/p}$.



- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب (P):

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{s/p} = m_p \vec{a}_G$$

- بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور الناظمي $\vec{n}$ نجد:

$$F_{s/p} = m_p a_G \Leftrightarrow G\frac{M_s.m_p}{r^2} = m_p a_n$$ وعليه: $$a_G = a_n = G.\frac{M_s}{r^2}$$

ب ـ سرعة الكوكب هي:

$$a_G = a_n = \frac{v_G^2}{r} \Leftrightarrow G.\frac{M_s}{r^2} = \frac{v_G^2}{r}$$ ومنه: $$v_G = \sqrt{\frac{G.M_s}{r}}$$

جـ ـ دور الكوكب هو:

$$T = \frac{2.\pi.r}{v_G} = 2.\pi.r\sqrt{\frac{r}{G.M_s}}$$ ومنه: $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2.r^3}{G.M_s}}$$

ملاحظة: لدراسة حركة القمر أو قمر اصطناعي حول الأرض في مرجع جيومركزي، نتبع نفس الخطوات السابقة لدراسة حركة كوكب حول الشمس.

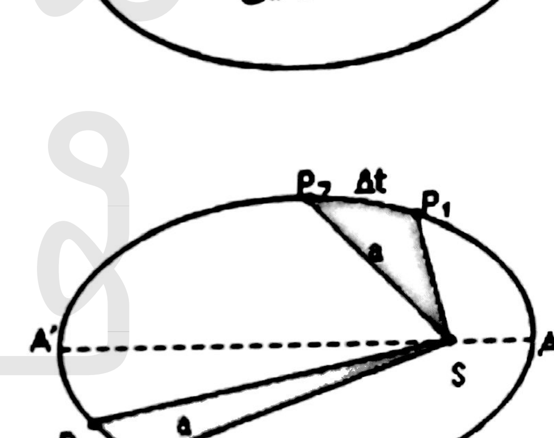
- نقول عن قمر صناعي أنه جيو ـ مستقر إذا توفرت الشروط التالية:
- الدور المداري للقمر الاصطناعي مساويا للدور الدوراني الذاتي للأرض $(T_0 = 1j = 24h)$.
- أن يكون مسار هذا القمر دائريا و يقع في المستوي الذي يشمل خط الاستواء.
- يوجه مدار القمر في نفس اتجاه دوران الأرض

3. قوانين كبلر:

1. القانون الأول:

قانون المسارات (1609م).

في المرجع المركزي الشمسي، مسار مركز عطالة الكواكب عبارة عن إهليليج، تقع الشمس في أحد بؤرتيه.



2. القانون الثاني:

قانون المساحات (1609م).

يمسح الشعاع الواصل بين الشمس و الكوكب مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية.

P2 Δt P1 a A' A S P4 a Δt P3

القانون الثاني

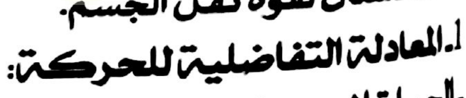
3. القانون الثالث:

قانون الدور الفلكي (1619م).

إن مربع الدور (T) لكوكب خلال حركته حول الشمس يتناسب طردا مع مكعب نصف طول المحور الكبير (a) للمدار الاهليليجي $\frac{T^2}{a^3}=k$.

4. السقوط الشاقولي للأجسام:

يخضع جسم كتلته m و مركز عطالته G أثناء سقوطه في مائع (سائل أو غاز) إلى ثقله $\vec{P}$ و القوتين: $\vec{f}$ قوة الاحتكاك مع المائع و $\vec{\pi}$ دافعة أرخميدس $(\pi=\rho_f V_s . g)$، وهما قوتان معاكستان لقوة ثقل الجسم.



أ. المعادلة التفاضلية للحركة:

- الجملة المدروسة هي:

جسم كتلته m و مركز عطالته G (و ليكن كرية أو قطعة بوليستار.....).

- القوى الخارجية المطبقة على الجملة هي:

ثقله $\vec{P}$ و دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ و قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروسة في المعلم السطحي الأرضي (المخبري) و الذي نعتبره غاليليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_G}$.

ومنه $\vec{P}+\vec{f}+\vec{\pi}=m\overrightarrow{a_G}$

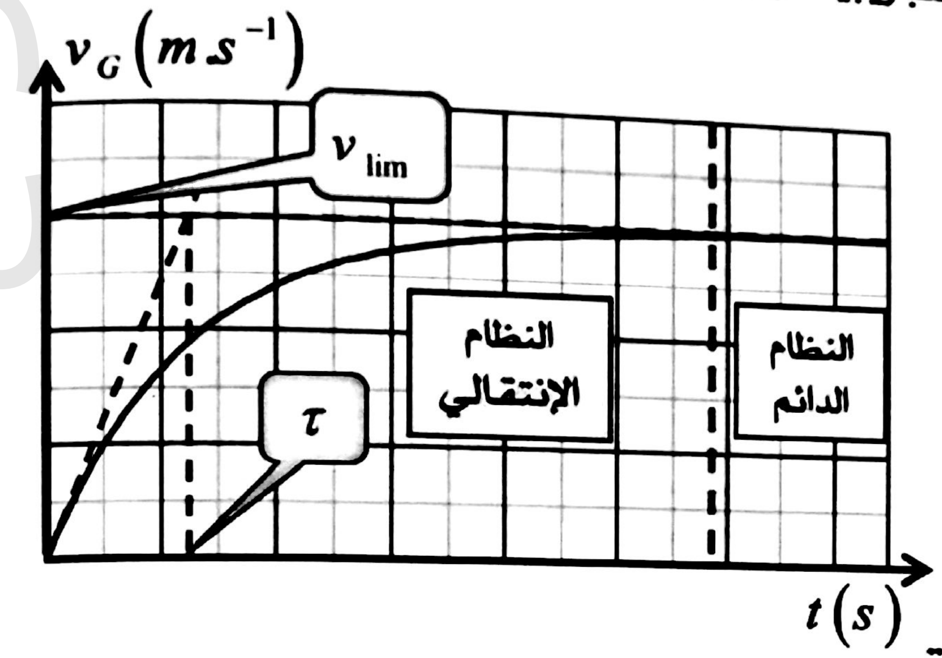
O f π P Z

- بإسقاط العلاقة وفق المحور الشاقولي $(\overrightarrow{Oz})$ نحصل على $P-f-\pi=m\,a_G$

أ- في حالة $f=k\,v$: المعادلة التفاضلية للحركة هي: $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

ـ المقادير المميزة للحركة:

تمكن الدراسة التجريبية من رسم المنحني الممثل لتغيرات السرعة بدلالة الزمن $v = f(t)$.



ـ السرعة الحدية:

في حالة بلوغ النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$ وعليه: $v_{\lim} = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

بـ في حالة $f = k'v^2$: المعادلة التفاضلية للحركة هي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k'}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

ـ السرعة الحدية:

في حالة بلوغ النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$ وعليه: $v_{\lim} = \sqrt{\frac{mg}{k'}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$

5ـ السقوط الحر للأجسام:

تعريف السقوط الحر:

نقول عن جسم (S) كتلته m، ومركز عطالته G أنه يسقط سقوطا حرا إذا كان خاضعا لقوة ثقله $\vec{P}$ فقط أثناء حركته.

أـ معادلات الحركة للسقوط الحر:

O

$\vec{p}$

z

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (S)) في معلم سطحي أرضي و الذي نعتبره غاليليا نجد: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ ومنه: $\vec{P} = m\vec{a}_G$

ومنه $m.\vec{g} = m\vec{a}_G$ و بالتالي تسارع السقوط الحر هو: $\vec{g} = \vec{a}_G$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oz})$ نجد: $g = a = \frac{dv_G}{dt}$

إذن المعادلة التفاضلية لهذه الحركة هي: $\frac{dv_G}{dt} = g$

. التسارع: $a = g$

. السرعة:

بمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد: $v_G = gt + v_0$

. الفاصلة:

بمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد: $z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$

ملاحظة: حسب الشروط الإبتدائية (أي عند اللحظة $t = 0$) نحدد x_0 و v_0

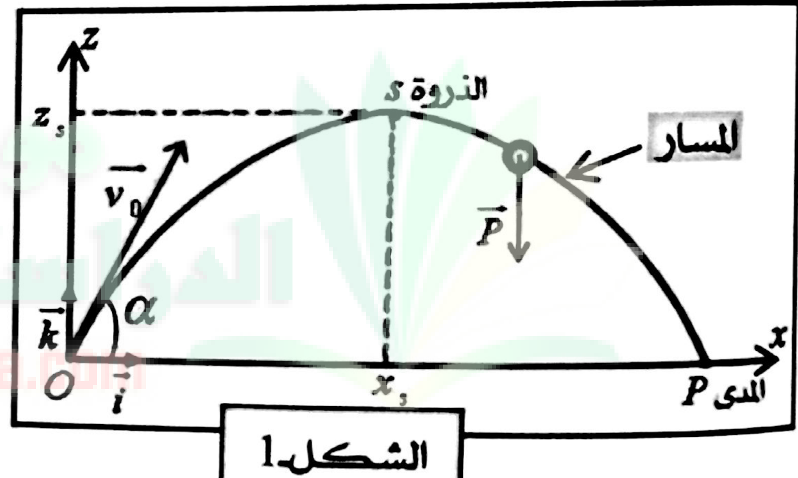
6. دراسة مثال عن حركة قذيفة: (إهمال تأثير الهواء على القذيفة).

ندرس حركة القذيفة في المستوي الشاقولي (Oxz)، نقذف في اللحظة $t = 0s$ جسما كتلته m ومركز عطالته G من مبدأ الإحداثيات بسرعة $\overrightarrow{v_0}$ يصنع حاملها مع المحور $(\overrightarrow{Ox})$ الزاوية α

الشروط الابتدائية لهذا المثال هي $(t = 0)$:

$(x_0 = 0, z_0 = 0)$

$\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$



الشكل-1

•بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا، والخاضعة لثقلها فقط نجد: $\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\overrightarrow{a}_G$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}_G$ نستنتج أن $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{a}_G$

•بالإسقاط وفق المحورين $(\overrightarrow{Ox})$ و $(\overrightarrow{Oz})$ نجد:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases}$$

وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$$\begin{cases} v_x = v_0.\cos(\alpha) \\ v_z = -gt + v_0.\sin(\alpha) \end{cases}$$

وبالمكاملة مرة أخرى نجد:

$$\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha)t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin(\alpha)t \end{cases}$$

ملاحظة: بالاعتماد على الشروط الابتدائية (أي عند اللحظة $t=0$) نحدد x_0 و z_0،

وكذلك مركبتي $\overrightarrow{v_0}$.

- معادلة المسار $z=f(x)$:

من العلاقة: $x=v_0.\cos(\alpha)t$ نجد $t=\dfrac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$

ثم نعوض في عبارة $z(t)$ نجد معادلة المسار: $z=\dfrac{-g}{2v_0^2.\cos^2(\alpha)}x^2+\tan(\alpha)x$

- النقاط الخاصة في المسار:

أ- الذروة (s): هي أعلى نقطة تصلها القذيفة، ومن خصائص هذه النقطة أن السرعة وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ تنعدم $(v_z=0)$

- ترتيبة الذروة هي: $z_s=\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

ب- المدى (P):
هي أكبر مسافة تقطعها القذيفة على المحور $(\overrightarrow{Ox})$ أي هي المسافة OP.

$OP=x_P=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$.

7- حدود ميكانيك نيوتن:

- طاقة الذرة مكممة أي تأخذ مقادير معينة تتعلق برتبة المدار.

- عبارة طاقة المدار لذرة الهيدروجين هي: $E_n=-\dfrac{13,6}{n^2}$ و تقدر بالإلكترون فولط (eV)

حيث n رتبة المدار $(n=1,2,3,4,.......)$.

- انتقال الكترون من مدار إلى آخر:

- عند انتقال الإلكترون في الذرة من مدار إلى مدار أخفض، فإن الذرة تصدر طاقة على شكل موجة كهرومغناطيسية (فوتونا) و يدعى بطيف الإصدار.

- عند امتصاص الذرة لطاقة على شكل موجة كهرومغناطيسية فإن الإلكترون يقفز من مدار أخفض إلى مدار أعلى و يدعى بطيف الامتصاص.

- تعطى عبارة طاقة الموجة الكهرومغناطيسية بالعلاقة: $\Delta E=h.\gamma=h\dfrac{c}{\lambda}$

حيث: h: ثابت بلانك $h=6,62\times10^{-34}J\,s$.

و γ تواتر الإشعاع الكهرومغناطيسي ويقدر بـ (s^{-1}) أو (Hz)

و λ: طول موجة الإشعاع الكهرومغناطيسي و تقدر بـ (m) و c سرع الضوء وتقدر بـ $(m\,s^{-1})$.

تمارين حول:
تطور جملة ميكانيكية

التمرين 01:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة لكل سؤال:

01. عبارة شدة السرعة $\vec{v}$ في المعلم الكارتيزي $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ هي:

أ. $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ ب. $v=\sqrt{v_x+v_y+v_z}$ جـ. $v=\left(v_x+v_y+v_z\right)^2$.

02. عبارة التسارع للحركات الدائرية المنتظمة هي:

أ. $a=a_n=\frac{dv}{dt}=0$ ب. $a=a_n=\frac{v^2}{R}$ جـ. $a=a_n=\frac{v}{R^2}$.

03. عبارة الطاقة الحركية لجسم كتلته $2m$ هي:

أ. $E_c=\frac{1}{2}mv^2$ ب. $E_c=mv^2$ جـ. $E_c=\frac{1}{2}mv$.

04. العبارة الشعاعية لقانون نيوتن الثاني المطبق على جملة مادية مركز عطالتها G وكتلتها M هي:

أ. $\sum\vec{F}=M\vec{a}$ ب. $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=M\overrightarrow{a_G}$ جـ. $\sum\vec{F}=M\overrightarrow{a_{ext}}$.

05. ينص قانون كبلر الأول على ما يلي:

أ. إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليليجية تمثل الشمس إحدى محرقيها.

ب. إن الكواكب تتحرك بسرعة ثابتة على مدارات إهليليجية.

جـ. إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليليجية تمثل الأرض إحدى محرقيها.

06. عبارة شدة قوة دافعة أرخميدس المطبقة من طرف مائع (غاز، سائل) كتلته الحجمية ρ على جسم مغمور فيه كتلته الحجمية ρ_S وحجمه V هي:

أ. $\pi=\rho V.g$ ب. $\pi=\rho_S V.g$ جـ. $\pi=\rho^2 V.g$.

07. لدراسة حركة الكواكب نختار المعلم التالي:

أ. المعلم السطحي الأرضي. ب. المعلم المركزي الشمسي جـ. المعلم المركزي الأرضي.

08. العبارة الشعاعية لقانون الجذب العام بين جسمين كتلتيهما m_A و m_B، البعد بين مركزيهما R هي:

أ. $\overrightarrow{F_{A/B}}=-\overrightarrow{F_{B/A}}=-G\frac{m_A.m_B}{R^2}\vec{u}$

ب. $\overrightarrow{F_{A/B}}=-\overrightarrow{F_{B/A}}=-G\frac{m_A.m_B}{R}\vec{u}$ جـ. $\overrightarrow{F_{A/B}}=-\overrightarrow{F_{B/A}}=-G\frac{(m_A.m_B)^2}{R^2}\vec{u}$

09- في حركة القذائف، الذروة هي:

أ- أعلى نقطة تصلها القذيفة.

ب- هي النقطة التي تنعدم عندها سرعة القذيفة $\left(v = 0m\,s^{-1}\right)$

جـ- هي النقطة التي تنعدم عندها سرعة القذيفة $\left(v_x = 0m\,s^{-1}\right)$

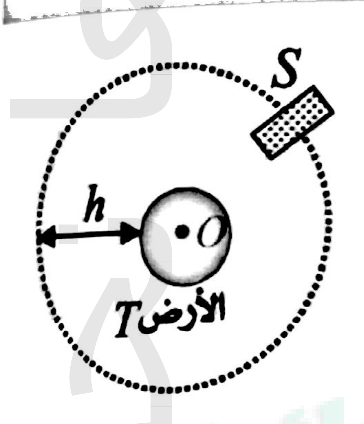
10- في حركة القذائف، المدى هو:

أ- النقطة التي يغير الجسم المقذوف عندها سرعته.

ب- هي أعلى نقطة تصلها القذيفة.

جـ- أكبر مسافة تقطعها القذيفة على المحور الأفقي.

التمرين 02:



01- تم إرسال أول قمر اصطناعي للبرنامج *Galiléo* $Giove - A$ في 28 ديسمبر 2005، نعتبر القمر الصناعي جسم نقطي S كتلته m لا يخضع إلا لقوة جذب الأرض له، و يرسم مسار دائري على ارتفاع $h = 23600km$ عن سطح الأرض.

1-1- مثل كيفيا القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي، ثم أعط عبارة قيمتها.

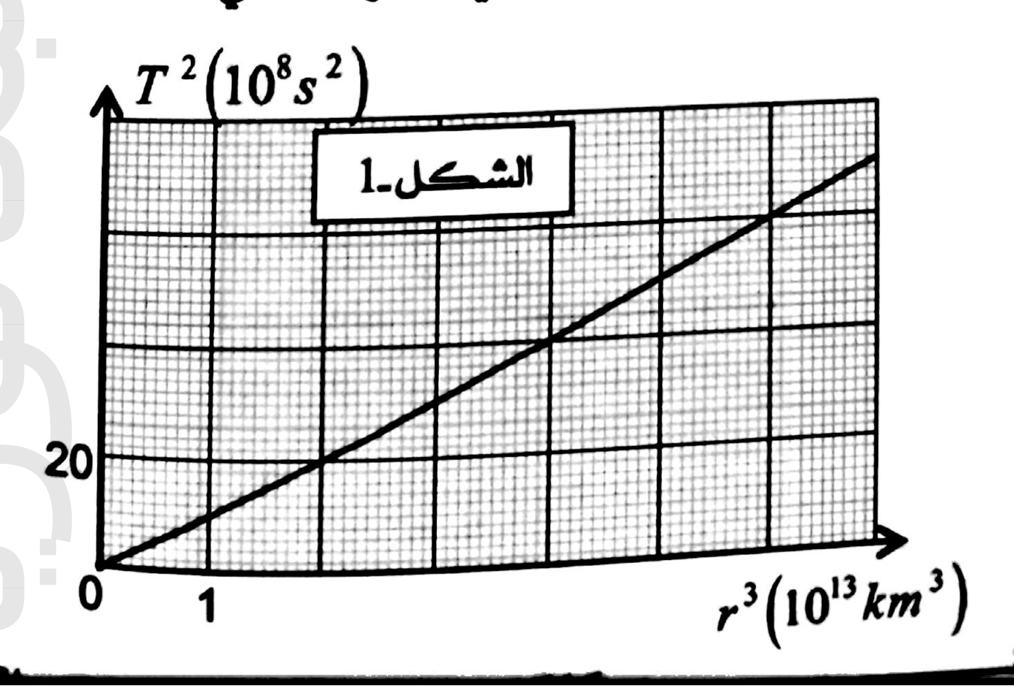
1-2- أ- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة هذا القمر؟

ب- ما هي الفرضية الواجب وضعها على هذا المرجع من أجل تطبيق القانون الثاني لنيوتن؟

1-3- بين أن حركة القمر الاصطناعي S دائرية منتظمة.

1-4- جد عبارة كل من: السرعة v و الدور T لحركة القمر الاصطناعي S بدلالة: M_T ، R_T، h و G، ثم استنتج عبارة قانون كبلر الثالث.

02- باستعمال برمجية إعلام آلي مناسبة تم رسم البيان $T^2 = f\left(r^3\right)$ المبين في الشكل-1، حيث T دور الحركة و r نصف قطر المسار الدائري للقمر الصناعي.



1.2. جد معادلة البيان، و بين أنه يتوافق مع القانون الثالث لكبلر.

2.2. استنتج كتلة الأرض M_T.

3.2. باستعمال البيان استنتج دور القمر الصناعي *Galiléo*. احسب سرعته.

المعطيات: نصف قطر الأرض: $R_T = 6380km$، ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$.

التمرين 03:

القمر الاصطناعي $NILSAT\ 102$ هو قمر اصطناعي مصري جيو مستقر، تم إطلاقه يوم 17 اوت 2000، بواسطة الصاروخ الفرنسي $ARIANE\ 4$، تبلغ كتلته $m = 1827kg$ يستعمل في مجال الإتصالات و البث التلفزي، يدور حول مركز الأرض بحركة نعتبرها دائرية منتظمة.

1. أعط تعريفا للمفهومين التاليين: جيو مستقر، الحركة الدائرية المنتظمة.

2. يخضع القمر $NILSAT\ 102$ أثناء حركته إلى قوة جاذبة مركزية تبلغ شدتها $402N$.

أ. أعط رسما تمثل فيه القمر الاصطناعي، الأرض، مسار الحركة، شعاع القوة المؤثرة على القمر من طرف الأرض.

ب. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة تسارع الحركة. احسب قيمته.

جـ. احسب ارتفاع هذا القمر الاصطناعي عن سطح الأرض.

د. استنتج السرعة المدارية لهذه الحركة.

3. أ. أعط نص قانون كبلر الثالث.

ب. بالاعتماد على هذا القانون احسب دور حركة قمر اصطناعي آخر جزائري الصنع يدعى $ALSAT1$ يقع على ارتفاع $654km$ عن سطح الأرض.

جـ. هل يعتبر $ALSAT\ 1$ هو الآخر جيو مستقر؟ علل جوابك.

المعطيات: ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$ نصف قطر الأرض: $R_T = 6400km$.

دور حركة الأرض حول نفسها: $T = 86400s$، كتلة الأرض: $M_T = 6\times10^{24}kg$

التمرين 04:

يعتبر كوكب المشتري (Jupiter) أكبر كواكب المجموعة الشمسية، و هو يمثل لوحده عالما مصغرا داخل المجموعة الشمسية، حيث يدور في فلكه حوالي ستة و ستون قمرا طبيعيا.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة كوكب المشتري حول الشمس و تحديد بعض المقادير الفيزيائية المميزة له.

المعطيات:

- كتلة الشمس: $M_s = 2\times10^{30}kg$
- ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$
- دور حركة كوكب المشتري حول الشمس: $T_J = 3,74\times10^{8}s$

ـ نعتبر أن للشمس و للمشتري شكل كروي و نرمز لكتلة المشتري بالرمز M_J. نهمل أبعاد كوكب المشتري أمام المسافة الفاصلة بينه وبين الشمس، كما نهمل جميع القوى الأخرى المطبقة عليه أمام قوة جذب العام بينه و بين الشمس.

1ـ نعتبر أن حركة كوكب المشتري في المرجع المركزي الشمسي دائرية و نصف قطرها r.

1ـ1ـ ارسم شكلا توضيحيا تبين عليه التأثيرات المتبادلة بين كوكب المشتري و الشمس.

1ـ2ـ أكتب عبارة شدة قوة الجذب العام بين الشمس و المشتري بدلالة M_J, M_S, G و r.

1ـ2ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

أـ جد إحداثيتي شعاع التسارع، و استنتج أن حركة المشتري حركة دائرية منتظمة.

بـ بين أن القانون الثالث لكبلر يكتب كما يلي: $\frac{T_J^2}{r^3}=\frac{4\pi}{G.M_S}$.

1ـ3ـ تحقق أن: $r\approx 7{,}8\times10^{11}m$.

1ـ4ـ جد قيمة السرعة v للمشتري خلال دورانه حول الشمس.

2ـ تحديد كتلة المشتري:

نعتبر أن القمر إيو (Io)، أحد أقمار كوكب المشتري التي اكتشفها العالم غاليلي، يوجد في حركة دائرية منتظمة حول مركز المشتري، نصف قطره $r'=4,2\times10^8 m$ و دورها $T_{Io}=1,77\,jours$.

نهمل أبعاد إيو أمام باقي الأبعاد كما نهمل جميع القوى الأخرى المطبقة عليه أمام قوة التجاذب بينه و بين كوكب المشتري.

بدراسة حركة القمر إيو في مرجع مبدأه منطبق على مركز المشتري الذي نعتبره غاليليا، حدد الكتلة M_J للمشتري.

التمرين 05:

هيباركوس $Hipparcos$ عبارة عن قمر صناعي للقياس الفلكي أطلق في أوت 1989، لكن لم يصل أبدا إلى مداره المتوقع بسبب عطل في احد محركاته. فبقي يتحرك في مدار إهليليجي بين الارتفاعين $h_1=507km$ و $h_2=35888km$.

1ـ احسب البعد المتوسط d لهذا القمر عن مركز الأرض.

2ـ بفرض أن المدار دائري و نصف قطره d، و أن القمر لا يخضع سوى لقوة الجذب المركزي من طرف الأرض، و التي نعتبرها ثابتة.

أـ مثل: الأرض، القمر هيباركوس، المدار، و قوة الجذب على رسم مناسب.

بـ بين أن حركة هذا القمر دائرية منتظمة في هذه الحالة.

جـ جد عبارة السرعة المدارية للقمر بدلالة: G ثابت الجذب العام، M كتلة الأرض ونصف القطر d، ثم أحسب قيمتها

دـ أحسب دور حركة القمر هيباركوس حول مركز الأرض، هل هو جيو مستقر؟ علل جوابك.

3. نعود إلى المدار الحقيقي للقمر (الإهليليجي).
أ. هل يمكن اعتبار الحركة منتظمة في هذه الحالة؟ لماذا؟.
ب. أحسب السرعة عند أقرب و عند أبعد نقطة عن مركز الأرض.
يعطى: $R_T = 6400km, M = 5,98\times10^{24}kg, G = 6,67\times10^{-11}SI$

التمرين 06:

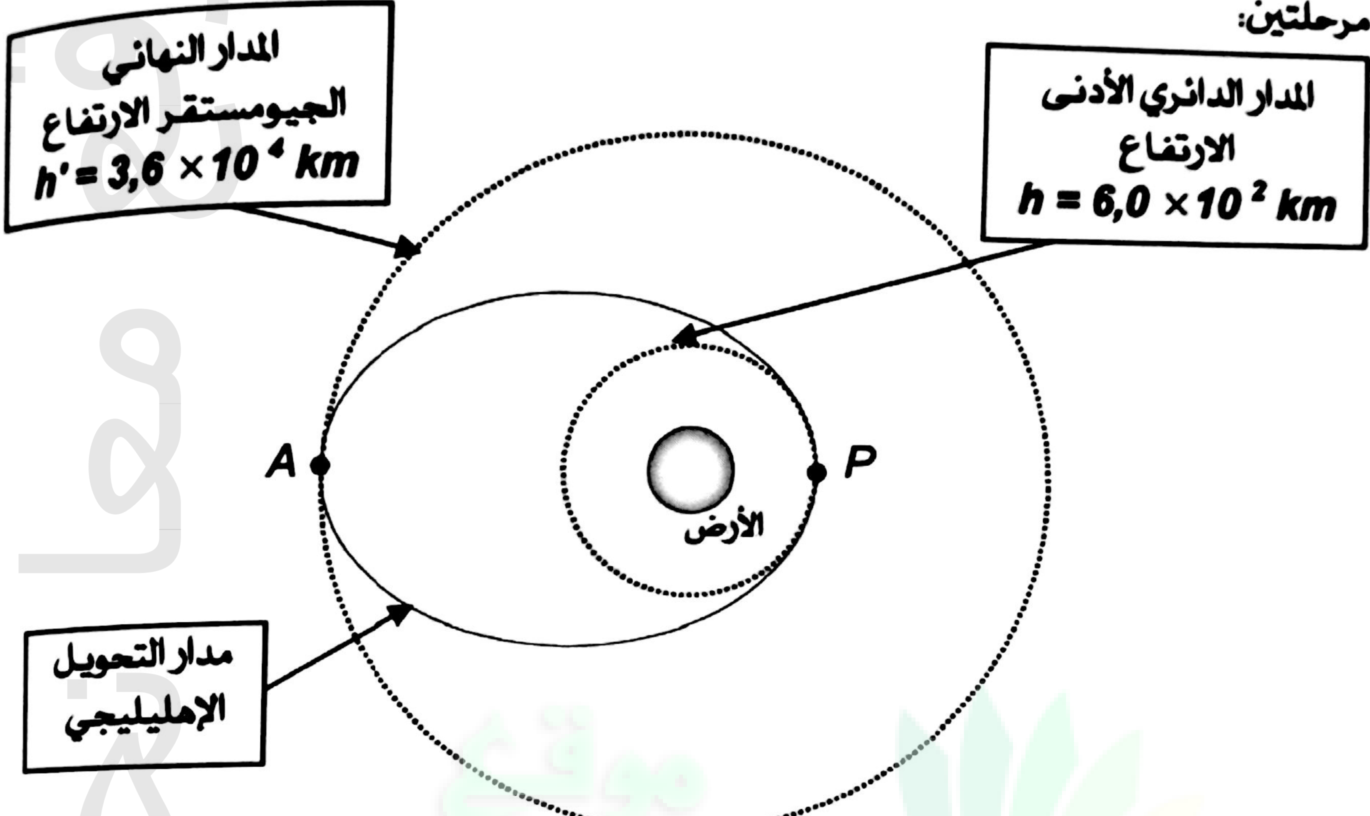
المريخ هو أحد كواكب المجموعة الشمسية الذي يمكن رصده بسهولة في السماء بسبب إضاءته و لونه الأحمر، وله قمران طبيعيان هما فوبوس و ديموس. اهتم العلماء بدراسته منذ زمن بعيد و أرسلت إليه في العقود الخيرة عدة مركبات فضائية استكشافية مكنت من الحصول على معلومات هامة حوله.
يقترح هذا التمرين لتحديد بعض المقادير الفيزيائية المتعلقة بهذا الكوكب.
المعطيات:

- كتلة الشمس: $M_S = 2\times10^{30}kg$.
- نصف قطر المريخ: $R_M = 3400km$.
- ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$.
- دور حركة المريخ حول الشمس: $T_M = 687\,jours$، $1jours = 86400s$.
- شدة الجاذبية الأرضية على سطح الأرض: $g = 9,8N.kg^{-1}$.

1. نعتبر أن حركة المريخ في المرجع المركزي الشمسي دائرية، و سرعتها v و نصف قطرها r (نهمل أبعاد المريخ أمام المسافة الفاصلة بينه و بين مركز الشمس، كما نهمل القوى الأخرى المطبقة أمام قوة التجاذب العام التي تطبقها الشمس).
1.1. مثل بيانيا القوة التي تطبقها الشمس على كوكب المريخ.
2.1. اكتب بدلالة G, M_S, M_M و r عبارة شدة القوة $\overrightarrow{F_{S/M}}$ التي تطبقها الشمس على المريخ.
3.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن:
أ. حركة المريخ دائرية منتظمة.
ب. العلاقة بين الدور و نصف القطر هي: $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$، و أن قيمة r هي: $r \approx 2,3\times10^{11}m$
4.1. جد قيمة السرعة v.
2. تحديد كتلة المريخ و شدة الجاذبية على سطحه:
نعتبر أن قمر فوبوس يوجد في حركة دائرية منتظمة حول المريخ على مسافة $z = 6000km$ من سطحه. دور هذه الحركة هو $T_P = 460\,min$ (نهمل أبعاد فوبوس أمام باقي الأبعاد).
بدراسة حركة فوبوس في مرجع مبدؤه منطبق على مركز المريخ، و الذي نعتبره غاليليا، جد:
أ. الكتلة M_M للمريخ.

التمرين 07:

إن زرع قمر جيو مستقر- الشكل المقابل- كتلته $m = 2,0\times10^3 kg$ في مداره، يتم على مرحلتين:



المرحلة الأولى: وضع القمر الاصطناعي في مدار دائري أدنى.

يوضع القمر الاصطناعي في "مدار دائري أدنى" بسرعة ثابتة v_s و على ارتفاع $h = 6,0\times10^2 km$ حول الأرض، أين يكون خاضعا لقوة جذب الأرض فقط. نختار من أجل ذلك المعلم $(S,\vec{t},\vec{n})$، حيث يكون شعاع الوحدة $\vec{t}$ مماسيا لمسار القمر الاصطناعي وفي جهة حركته، و شعاع الوحدة $\vec{n}$ عموديا على المسار و متجها نحو مركز الأرض.

1- أعط العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\vec{F}_{T/S}$ المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي.

2- بتطبيق أحد قوانين نيوتن، جد العبارة شعاع التسارع $\vec{a_S}$ لمركز عطالة القمر الصناعي.

3- مثل بشكل الأرض و القمر الاصطناعي و المعلم $(S,\vec{t},\vec{n})$ و شعاع التسارع $\vec{a_S}$ وذلك عند لحظة زمنية t، دون احترام السلم.

4- عين عبارة السرعة v_S لمركز عطالة القمر الاصطناعي، و تحقق من أن قيمتها هي في جوار $7,6\times10^3 m\,s^{-1}$ على "المدار الدائري الأدنى".

5- ليكن T الزمن اللازم لكي يدور القمر الاصطناعي دورة واحدة حول الأرض.

- ماذا يمثل هذا الزمن؟ بين أنه يحقق العلاقة: $T^2 = \dfrac{4\pi^2(R_T+h)^3}{G.M_T}$

المرحلة الثانية: تحويل القمر الاصطناعي إلى مدار جيو مستقر.

بعد أن يستقر القمر الاصطناعي على " المدار الدائري الأدنى" ينتقل إلى " المدار الجيو مستقر النهائي" وعلى ارتفاع كبير $h' = 3,6\times10^{4}\,km$ بالعبور بصفة انتقالية على مدار إهليليجي يسمى " مدار التحويل" حيث تنتمي نقطة الحضيض P (نقطة الرأس الأقرب) لمدار التحويل و تنتمي نقطة الأوج A (نقطة الرأس الأبعد) لـ " مدار جيو مستقر نهائي" ، و يتم ذلك بزيادة سرعته بدفعه بواسطة مفاعل نفاث للغاز متصل بالقمر الاصطناعي، و بعد ذلك تضبط سرعته عند A لكي يستقر على " المدار الجيو مستقر النهائي".

1. أعط نص قانون كبلر الثاني.

2. بين مستعينا بشكل توضيحي أن سرعة القمر الاصطناعي على مدار التحويل ليس ثابتة، وحدد في أي نقطة تكون السرعة أعظمية ، وفي أي نقطة تكون السرعة أصغرية.

3. عبر عن البعد $\overline{AP}$ بدلالة كل من R_T و h و h'، وبين أن $\overline{AP} = 4,9\times10^{7}\,m$.

4. إذا علمت أن دور القمر الاصطناعي $T' = 10h\,42min$، ما هي المدة الزمنية Δt التي تمكن القمر الاصطناعي من الانتقال من النقطة P إلى النقطة A؟.

5. بين لماذا من المستحسن جدا أن نطلق القمر الاصطناعي الجيو مستقر من مكان قريب من خط الاستواء.

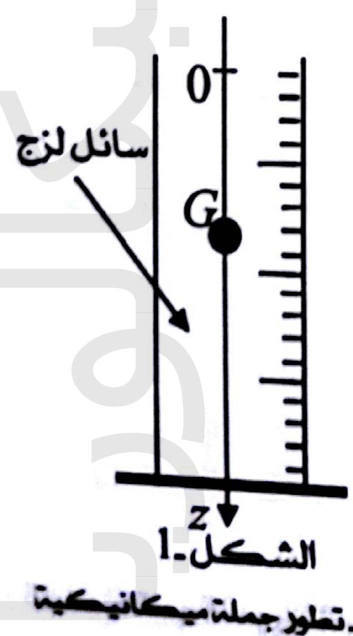
يعطى:

$R_T = 6,4\times10^{3}\,km$	نصف قطر الأرض	$g = 10\,m.s^{-2}$	تسارع الجاذبية الأرضية
$G = 6,67\times10^{-11}\,SI$	ثابت الجذب العام	$M_T = 6,0\times10^{24}\,kg$	كتلة الأرض

التمرين 08:

تمكن دراسة سقوط جيم صلب متجانس في سائل لزج من تحديد بعض المقادير الفيزيائية المميزة للحركة.

نملأ أنبوبا مدرجا بسائل لزج و شفاف كتلته الحجمية ρ ثم نسقط فيه كرية معدنية متجانسة كتلتها m و مركز عطالتها G بدون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$. ندرس حركة G بالنسبة لمعلم أرضي نعتبره غاليليا. و نعتبر أن موضع G ينطبق على مبدأ المحور $\overrightarrow{Oz}$، و أن دافعة أرخميدس غير مهملة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية.



الشكل-1.

ننمذج تأثير السائل على الكرية أثناء الحركة بقوة الاحتكاك $\vec{f} = -k\,\vec{v_G}$، حيث $\vec{v_G}$ شعاع سرعة G عند اللحظة t، و k ثابت الاحتكاك.

معطيات:

- نصف قطر الكرية: $r = 6,0\times10^{-3}\,m$.

- كتلة الكرية: $m = 4,10\times10^{-3}kg$.

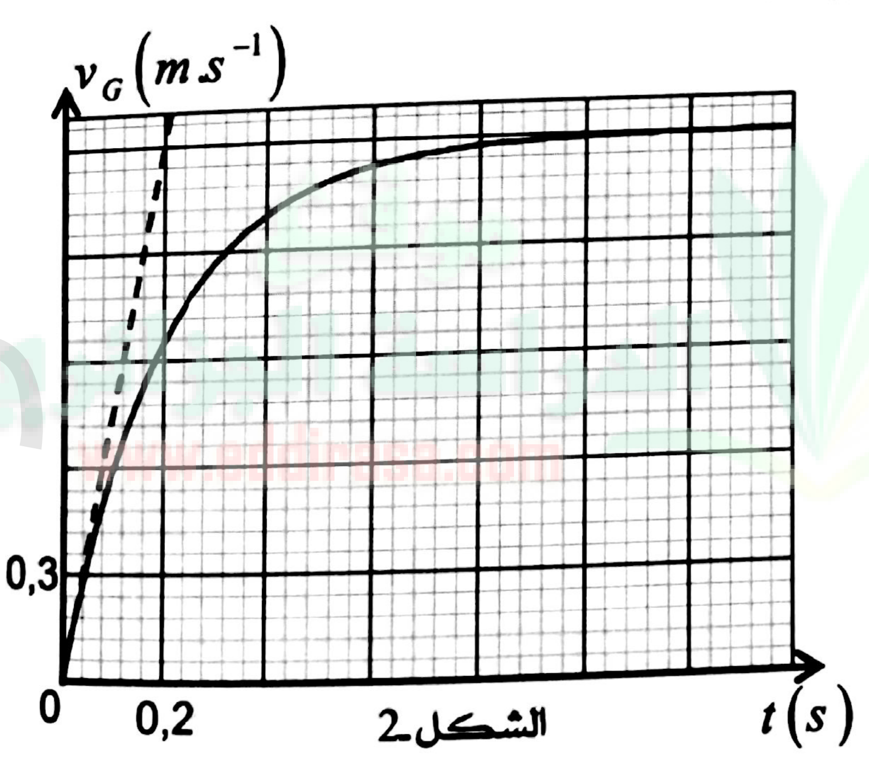
1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة G تكتب على الشكل التالي: $\frac{dv_G}{dt}+Av_G=B$، محددا عبارة A بدلالة k و m، وكذلك عبارة B بدلالة g تسارع الجاذبية الأرضية و m ، ρ و V حجم الكرية.

2- تحقق أن العبارة $v_G(t)=\frac{B}{A}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية، حيث $\tau=\frac{1}{A}$ الزمن المميز للحركة.

3- جد عبارة السرعة الحدية v_{lim} لمركز عطالة الكرية بدلالة A و B.

4- نحصل بواسطة تجهيز ملائم على منحنى الشكل ـ 2، الذي يمثل تغير السرعة v_G بدلالة الزمن t.

- حدد بيانيا قيمتي v_{lim} و τ.



الشكل-2

5- بالاعتماد على معطيات التمرين و المنحنى $v_G=f(t)$ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية خلال كل مرحلة من مراحل سقوط الكرية داخل الأنبوب.

6- جد قيمة الثابت k.

التمرين 09:

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة السقوط الشاقولي لكرية معدنية في الهواء و في سائل لزج.

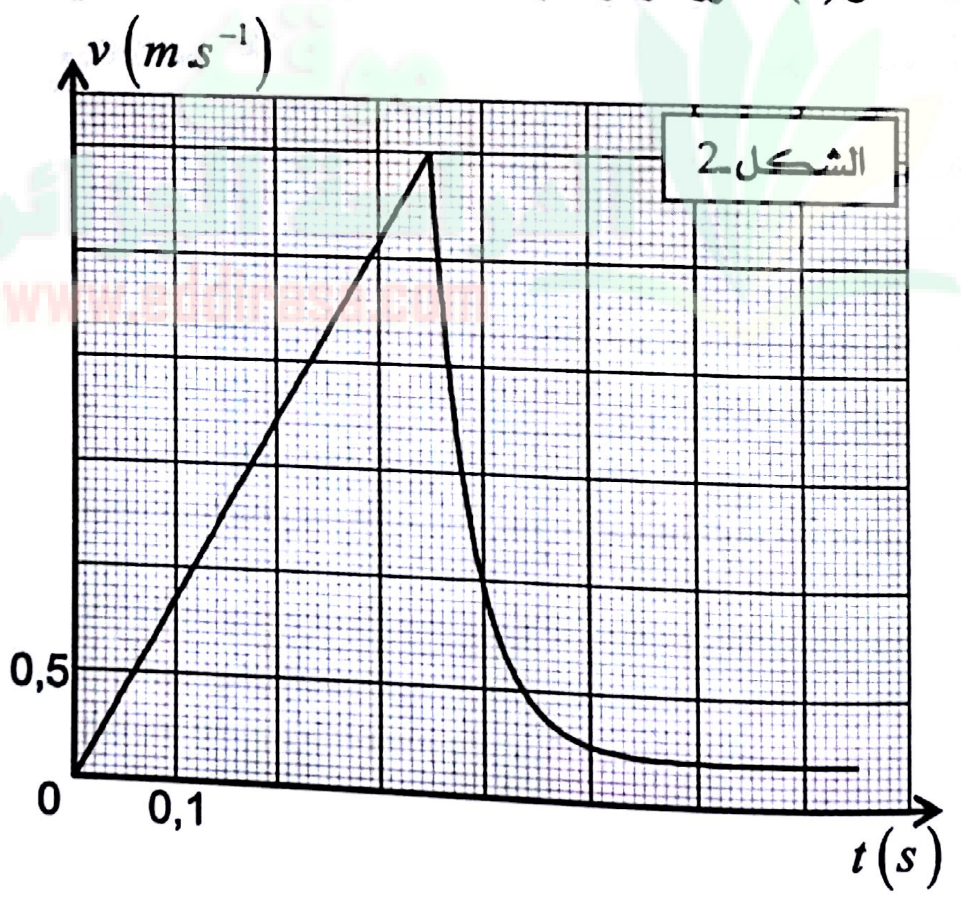
معطيات:

- الكتلة الحجمية للكرية: $\rho_1 = 2,70\times10^3 kg.m^{-3}$.
- الكتلة الحجمية للسائل اللزج: $\rho_2 = 1,26\times10^3 kg.m^{-3}$
- حجم الكرية: $V = 4,20\times10^{-6} m^3$.
- تسارع الجاذبية الأرضية: $g = 9,80 m.s^{-2}$.

عند اللحظة $t=0$ نحرر الكرية من النقطة O منطبقة على مركز عطالتها G. توجد النقطة O على ارتفاع H من سطح السائل اللزج الذي يوجد في أنبوب زجاجي شفاف (الشكل 1).

الكرية
O
$\vec{i}$
H
السائل اللزج
x
الشكل-1

يمثل منحنى الشكل (2) تطور سرعة مركز عطالة الكرية خلال سقوطها في الهواء و داخل السائل اللزج.



I. دراسة حركة الكرية في الهواء:

نفرض أن تأثير الهواء على الكرية أثناء سقوطها ينمذج بقوة $\vec{F}$ شدتها ثابتة، و نهمل نصف قطر الكرية أمام الارتفاع H. يصل مركز العطالة G للكرية إلى السطح الحر للسائل اللزج عند اللحظة t_1 بالسرعة v_1.

1.1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء سقوطها.

2.1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عبر عن F بدلالة V, g, ρ_1, v_1 و t_1.

3.1- بالاعتماد على المنحني $v = f(t)$:

استنتج v_1 و t_1. ثم أحسب قيمة شدة $\vec{F}$.

2- دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

تخضع الكرية أثناء سقوطها داخل السائل اللزج بالإضافة لثقلها إلى :

- دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$.

- قوة الاحتكاك مع المائع: $\vec{f} = -k\,v\,\vec{i}$.

ننمذج تطور السرعة v لمركز عطالة الكرية بالمعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \;....(1).$$

1.2- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء سقوطها.

2.2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة الكرية بدلالة معطيات النص.

3.2- باستعمال المعادلة التفاضلية و المنحنى البياني $v = f(t)$، تحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1).

4.2- باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة الثابت k، ثم احسب قيمته.

التمرين 10:

يخضع كل جسم صلب مغمور في مائع إلى دافعة أرخميدس، و إذا كان هذا الجسم في حركة شاقولية داخل المائع فإنه يخضع كذلك إلى قوة احتكاك مع المائع.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تطور سرعة كريتين (a) و (b) من الزجاج متجانستين ليس لهما نفس نصف القطر، توجدان في حركة شاقولية داخل زيت بسرعة صغيرة نسبيا.

معطيات:

الكتلة الحجمية للزجاج	$\rho = 2600kg.m^{-3}$	لزوجة الزيت	$\eta = 8,0\times10^{-2} N.m^{-2}s$
الكتلة الحجمية للزيت	$\rho_0 = 970kg.m^{-3}$	تسارع الجاذبية الأرضية	$g = 9,81m.s^{-2}$

- عبارة حجم الكرية: $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.

نحرر عند نفس اللحظة $t = 0$، الكريتين (a) و (b) عند سطح الزيت الموجود في أنبوب شفاف أسطواني الشكل. ارتفاع الزيت في الأنبوب هو: $H = 1,00m$، أنظر الشكل (1)

1. دراسة حركة الكرية (a) :

ندرس حركة الكرية (a) في المعلم $(O,\vec{i})$ المرتبط بسطح الأرض. تخضع الكرية أثناء حركتها داخل الزيت إلى :

- دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$. - ثقلها: $\vec{P}$.

- قوة الاحتكاك مع المانع: $\vec{f}=-6\pi.\eta.r.v.\vec{i}$

نرمز للزمن المميز لحركة الكرية (a) بالرمز: τ، ونعتبر أن سرعة الكرية تبلغ القيمة الحدية v_l بعد مدة زمنية قدرها 5τ.

الشكل-1

1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة الكرية (a) تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau}=C$، مع تحديد عبارة الثابتين C و τ

2.1. أحسب قيمة τ علما أن $r=0,25cm$.

3.1. أحسب قيمة السرعة الحدية v_l للكرية (a).

2. دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b).

نصف قطر الكرية (b) هو: $r'=2r$.

1.2. حدد معللا جوابك، الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية.

2.2. خلال النظام الانتقالي تقطع:

- الكرية (a): المسافة $d_1=5,00cm$.
- الكرية (b) المسافة $d_2=80cm$.

نهمل نصفي قطري الكريتين r و r' أمام ارتفاع الزيت H.

احسب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب.

التمرين 11:

بعد مدة وجيزة من قفز المظلي من الطائرة يفتح مظلته لكبح حركته، الشيء الذي يمكنه من الوصول إلى سطح الأرض بسلام.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة السقوط الشاقولي للمظلي بعد فتح مظلته.

معطيات: كتلة المظلي و لوازمه: $m=100kg$. الجاذبية الأرضية $g=9,8m.s^{-2}$.

يقفز المظلي مصحوبا بلوازمه بسرعة ابتدائية مهملة من على طائرة مروحية متوقفة على ارتفاع h من سطح الأرض يفتح المظلي مظلته عندما تبلغ سرعته $52m.s^{-1}$ عند لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة، فتأخذ المجموعة (S) المكونة من المظلي و لوازمه حركة شاقولية.

- ندرس حركة المجموعة (S) في معلم $(O,\vec{k})$، نعتبره غاليليا مرتبط بسطح الأرض، شاقولي و موجه نحو الأسفل (الشكل 1). يطبق الهواء على المجموعة (S) قوة ننمذجها بقوة احتكاك شدتها $f = k v^2$ حيث k ثابت الاحتكاك و v سرعة المظلي . نهمل دافعة أرخميدس المطبقة من طرف الهواء .

- يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات السرعة v بدلالة الزمن بعد فتح المظلة.

1- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v تكتب على الشكل:

$\frac{dv}{dt} = g\left(1-\frac{v^2}{\alpha^2}\right)$ محددا عبارة الثابت α بدلالة m، g و k.

2- اختر الجواب الصحيح مع التعليل: يمثل المقدار α :

أ- سرعة المجموعة (S) عند اللحظة $t=0$.

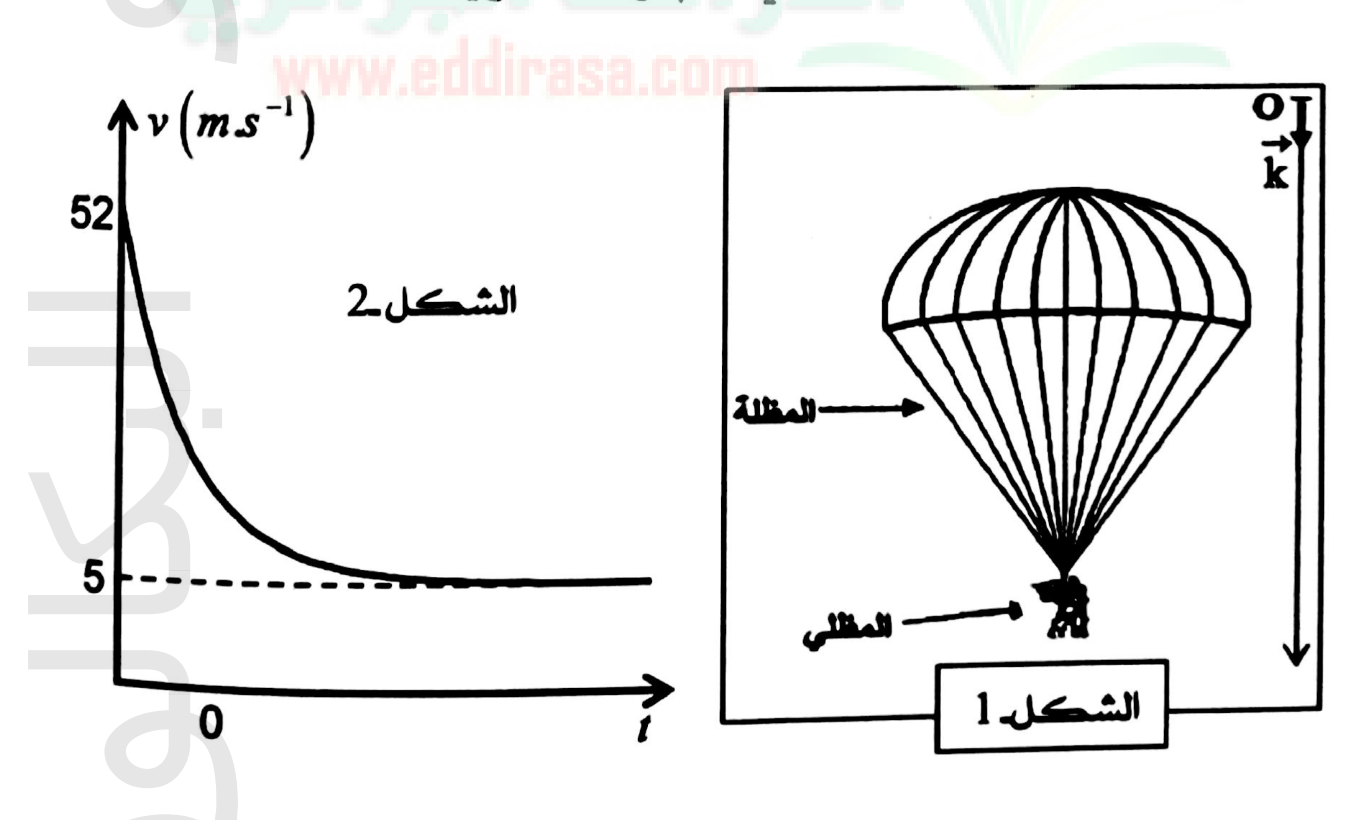
ب- تسارع حركة المجموعة (S) عند اللحظة $t=0$.

جـ- السرعة الحدية للمجموعة (S).

د- تسارع حركة المجموعة (S) في النظام الدائم.

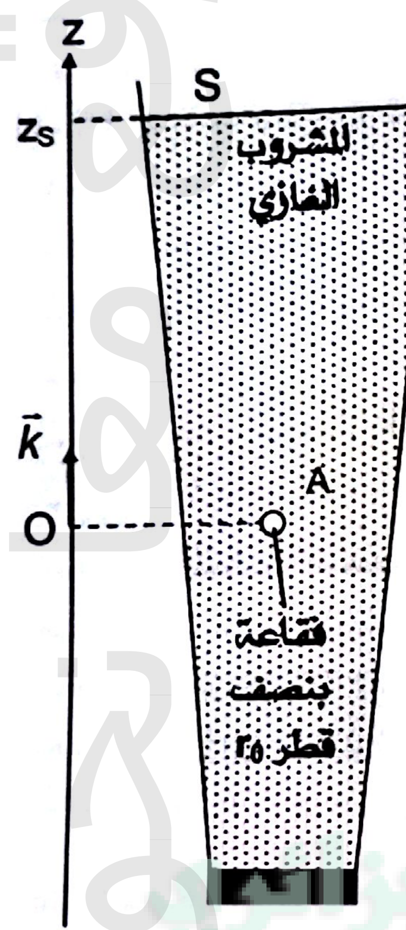
3- حدد قيمة α.

4- استنتج قيمة الثابت k محددا وحدته في نظام الوحدات الدولية.



التمرين 12:

نقترح في هذا التمرين توضيح و تفسير بطريقة فيزيائية - كيميائية مختلف المراحل لتشكل الفقاعة الغازية من بداية تكوينها ثم صعودها في سائل إلى السطح. في كل التمرين نعتبر أن الفقاعات كروية الكتلة الحجمية للمشروب السائل مساوية للكتلة الحجمية للماء. تعطى: الكتلة الحجمية للماء $\rho_e = 1,0.10^3 kg.m^{-3}$ ، الكتلة الحجمية لثاني أكسيد الكربون : $\rho_{dc} = 1.8 kg.m^{-3}$، شدة الجاذبية $g = 10 m s^{-2}$.



1. نشأة و حركة الفقاعة:

في زجاجة المشروب الغازي المغلق يحدث توازن بين CO_2 المنحل في المشروب وثاني أكسيد الكربون المحبوس في عنق الزجاجة. عند فتح الزجاجة يختل التوازن ، فيتخلص المشروب من جزء من ثاني أكسيد الكربون المنحل الذي يتحول تدريجيا إلى الحالة الغازية.فتنشأ فقاعات تشكل الحالة الغازية أثناء صعودها. في الكأس تنشأ فقاعات تدعى nucléation التي هي عبارة عن مجموعة من الفقاعات موجودة في جيوب صغيرة من الغاز المحبوس بالشوائب الميكروسكوبية. عندما تصبح دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$ الخاضعة لها الفقاعة تغلب قيمة القوة التي تحبسها في منطقة nucléation تنفصل الفقاعة. بعدها تتولد فقاعة أخرى و تخضع لنفس العملية وهكذا ......

من أجل فقاعة تنفصل من منطقة nucléation في سائل كتلته الحجمية ρ :

1.1. أعط منحنى و جهة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$ الخاضعة لها فقاعة غازية حجمها V_0 في السائل.

2.1. أعط العبارة الحرفية لقيمتها بدلالة الحجم V_0 للفقاعة.

2. صعود الفقاعة:

عند اللحظة $t = 0$ الفقاعة نصف قطرها $r_0 = 20\mu m$ موجودة عند النقطة A على عمق $z_0 = 0m$ في المعلم $(O, \vec{k})$ تنفصل من منطقة nucléation بسرعة ابتدائية معدومة، في المرجع الأرضي الذي نعتبره غاليليا. تصعد الفقاعة شاقوليا نحو السطح S للسائل الذي تصل عنده بالسرعة $v_S = 15 cm.s^{-1}$. في البداية (بالنسبة للأسئلة 1.2 و 2.2) نعتبر فقاعة الغاز كروية حجمها ثابت خلال الصعود.

1.2. دراسة حركة الفقاعة دون احتكاك:

2-1-1- بين ان $\overrightarrow{P_0}$ ثقل الفقاعة قيمته مهملة أمام قيمة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$. بحساب النسبة $\frac{P_0}{F_A}$.

2-1-2- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، اكتب عبارة المركبة a_z لشعاع تسارع الفقاعة بدلالة ρ_e و ρ_{dc} و g.

2-1-3- إستنتج عبارة سرعة الفقاعة بدلالة الزمن.

2-1-4- بين أن القيمة النظرية t_s للمدة الزمنية اللازمة لكي تصل الفقاعة إلى سطح السائل بسرعة v_s هي في حدود $30\mu s$.

2-1-5- هل هذه القيمة توافق ما تلاحظه في الحياة اليومية؟ ماذا تستنتج؟.

3- دراسة حركة الفقاعة في وجود الاحتكاك:

السائل يطبق قوة احتكاك تتناسب طردا مع سرعتها و عبارتها الشعاعية $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$ حيث k معامل يتعلق بنصف قطر الفقاعة و لزوجة السائل أين تنتقل الفقاعة.

3-1- مثل على مخطط، بدون سلم رسم، القوى الغير مهملة الخاضعة لها الفقاعة وهي في حركة بعد انفصالها من منطقة nucléation.

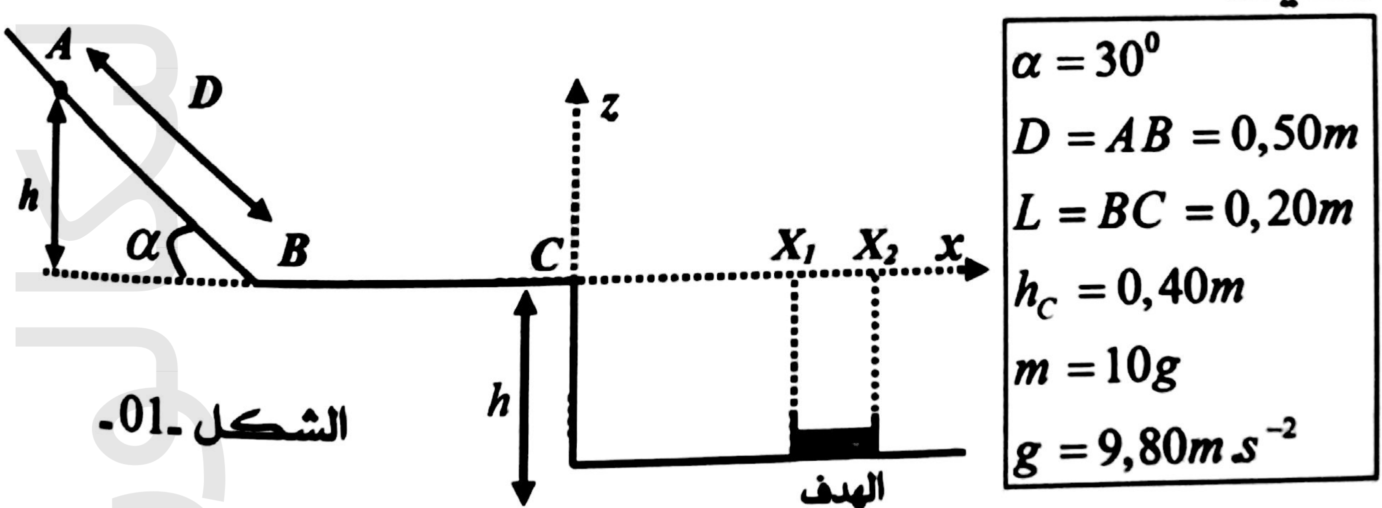
3-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لتطور سرعة الفقاعة تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} + \frac{k\,v}{\rho_{dc} V_0} = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}} g$

3-3- إستنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية $v_{\lim}$ التي تبلغها الفقاعة.

3-4- التطبيق العددي يعطي: $v_{\lim} = 1mm\,s^{-1}$. ماذا تستنتج إنطلاقا من هذه القيمة.

التمرين 13:

المعطيات:



اللعبة الموضحة في الشكل -01- تعتمد على وضع الجسم الصلب (s) الذي يمكن إعتباره نقطيا على مستوي مائل بحيث يصل إلى الهدف الموضح على الشكل -01-.

يترك الجسم (s) إبتداءا من النقطة A بدون سرعة ابتدائية. باعتبار الدراسة تتم في معلم غاليلي وإهمال كل قوي الاحتكاك.

1. دراسة الحركة على المستوي المائل AB:

1.1. مثل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (s).

2.1 بإختيار الجملة المناسبة بين أن عبارة سرعة الجسم (s) في النقطة B هي $v_B = \sqrt{2.g.D.\sin\alpha}$، ثم أحسب قيمتها.

3.1 أثبت السرعة التي يصل بها الجسم (s) إلى النقطة C تساوي $v_C = 2,2 m\,s^{-1}$.

4.1 ماهي خصائص شعاع السرعة $\overrightarrow{v_C}$ في الموضع C.

2. دراسة حركة الجسم (s) بعد النقطة C:

نؤكد على أن تأثير الهواء مهمل، و نعتبر مبدأ الأزمنة $t = 0s$ لحظة مرور الجسم (s) بالنقطة C، والجسم مركز عطالته G.

1.2. أعط نص قانون نيوتن الثاني.

2.2. بين أن مركبات شعاع الموضع للجسم (s) في المعلم Cxz هي:

$$\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = (\sqrt{2.g\,D\sin\alpha})t \\ z = -\frac{1}{2}g\,t^2 \end{cases}$$

3.2 إستنتج معادلة المسار $z = f(x)$.

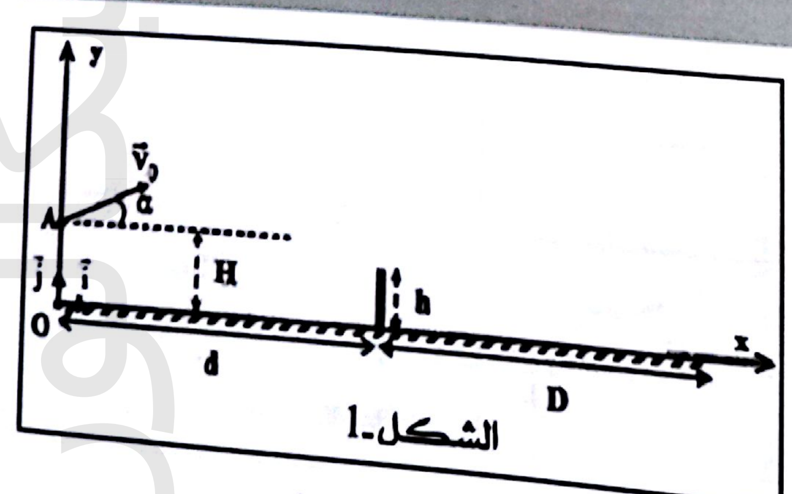
4.2 أحسب المدة اللازمة لوصول الجسم (s) إلى سطح الأرض.

5.2 هل يصل الجسم (s) إلى الهدف علما أن فاصلته محصورة بين $x_1 = 0,55m$ و $x_2 = 0,60m$.

6.2 ماهي القيمة التي يجب إعطاؤها لـ D حتى يصل الجسم (s) إلى الهدف الذي فاصلته $x_f = 0,57m$، (نعتبر زمن السقوط لا يتغير).

التمرين 14:

قام أحد التلاميذ خلال مباراة في كرة الطائرة، بتصوير شريط فيديو لحركة الكرة ابتداءا من لحظة إنجاز الإرسال $(service)$ من الموضع A وعلى ارتفاع H من سطح الأرض. يوجد اللاعب الذي أنجز الإرسال على مسافة d من الشبكة (أنظر الشكل-1).



الشكل-1

ليكون الإرسال مقبولا، يجب على الكرة تحقيق الشرطين التاليين معا:

ـ أن تمر من فوق الشبكة التي يوجد طرفها العلوي على ارتفاع h من سطح الأرض.
ـ أن تسقط في مجال الخصم الذي طوله D.

المعطيات:

ـ نهمل أبعاد الكرة و تأثير الهواء.

ـ شدة الجاذبية الأرضية: $g = 10 m\,s^{-2}$

ـ $H = 2,60m$. ـ $d = D = 9m$. ـ $h = 2,50m$.

ندرس حركة الكرة في معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ مرتبط بسطح الأرض و الذي نعتبره غاليليا. عند اللحظة $t = 0$ تكون الكرية عند الموضع A، حيث يصنع شعاع السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ الزاوية α مع المستوي الأفقي (أنظر الشكل ـ1).

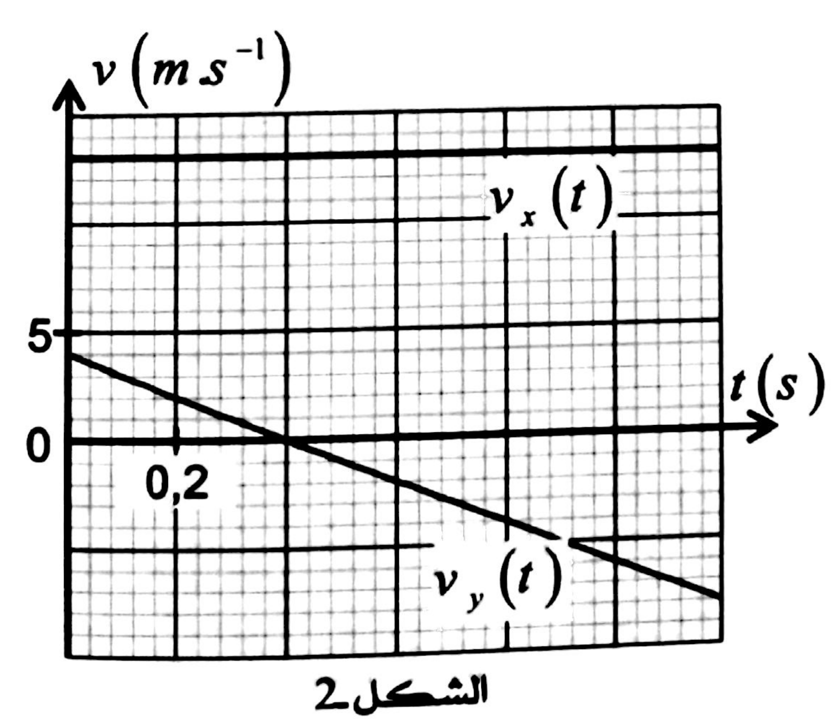
بعد معالجة شريط الفيديو المصور ببرنامج مناسب، تم الحصول على المنحنيين الممثلين في الشكل ـ2. يمثل المنحنيان $v_x(t)$ و $v_y(t)$ تغيرات إحداثيتي شعاع سرعة الكرة في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة $v_x(t)$ بدلالة v_0 و α. وعبارة $v_y(t)$ بدلالة v_0, α, g و t.

2ـ باستغلال المنحنيين المبينين في الشكل ـ2، بين أن قيمة السرعة الابتدائية $v_0 = 13,6 m\,s^{-1}$ وأن قيمة الزاوية α هي $\alpha \approx 17°$.

3ـ جد معادلة المسار $y = f(x)$.

4ـ علما أنه لم يعترض الكرة أي لاعب، هل حققت الكرة الشرطين اللازمين لقبول الإرسال؟ علل جوابك.

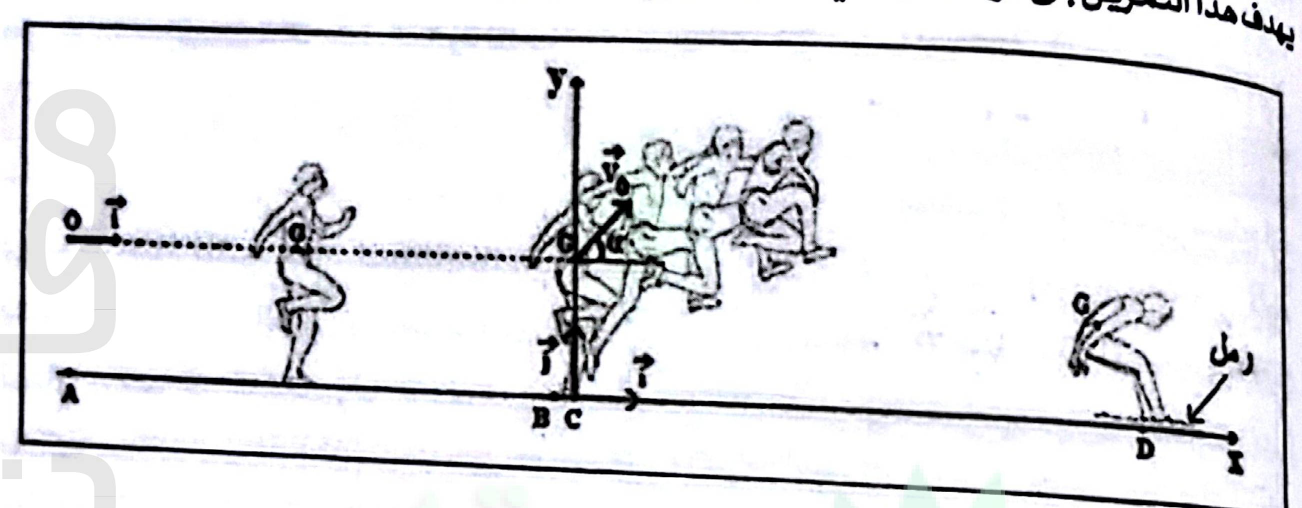


الشكل ـ2

التمرين 15:

اعتبر القفز الطولي رياضة من رياضات الألعاب الأولمبية ابتداءا من سنة 1896، و هو يعتمد على القفز لأطول مسافة انطلاقا من نقطة معلمة. الرقم القياسي الحالي هو $8,95m$ و حطم سنة 1991 بطوكيو من طرف الأمريكي ميك بويل. لتحقيق قفزة جيدة يجب على المتسابق أن يجري في مسار مستقيم AB حتى يصل إلى النقطة المعلمة BC ليقفز بأكبر سرعة ممكنة في الهواء. يحتسب طول القفزة بين الموضع C و نقطة تماس المتسابق بالرمل.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة مرحلتي القفز الطولي لمتسابق (الشكل أسفله).



معطيات:

.جميع الاحتكاكات مهملة خلال المرحلتين.

$AB = 40m$.

1.مرحلة السباق الحماسي:

عند اللحظة $t = 0$، ينطلق المتسابق بدون سرعة ابتدائية من الموضع A نحو الموضع B. نعتبر حركة مركز العطالة G للمتسابق مستقيمة متسارعة بانتظام بين A و B. لدراسة حركة G في هذه المرحلة نختار معلما $(O,\vec{i})$ مرتبطا بالأرض، حيث $x_G = x_A = 0$ عند اللحظة $t = 0$.

1.1.اكتب المعادلة الزمنية لحركة G علما أن قيمة التسارع هي $a_G = 0,2m\,s^{-2}$.

2.1.أحسب قيمة اللحظة t_1 لحظة وصول المتسابق إلى النقطة B.

3.1.إستنتج قيمة v_G سرعة G عند اللحظة t_1.

2.مرحلة القفز:

عند وصول المتسابق إلى النقطة المعلمة، يقفز من الموضع C عند لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة $t = 0$، بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ تصنع زاوية α مع الخط الأفقي المار من G، و ذلك لتحقيق أحسن قفز طولي ممكن.

ندرس الحركة المستوية لمركز العطالة G في المعلم $(C,\vec{i},\vec{j})$ أنظر الشكل السابق.

معطيات: $\alpha = 30^0$، $v_0 = 7m\,s^{-1}$، $h = CG$.

2-1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد المعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما v_x و v_y مركبتي شعاع السرعة $\overrightarrow{v_G}$ في المعلم $\left(C,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2-2. جد العبارة الحرفية للمعادلتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة مركز العطالة G.

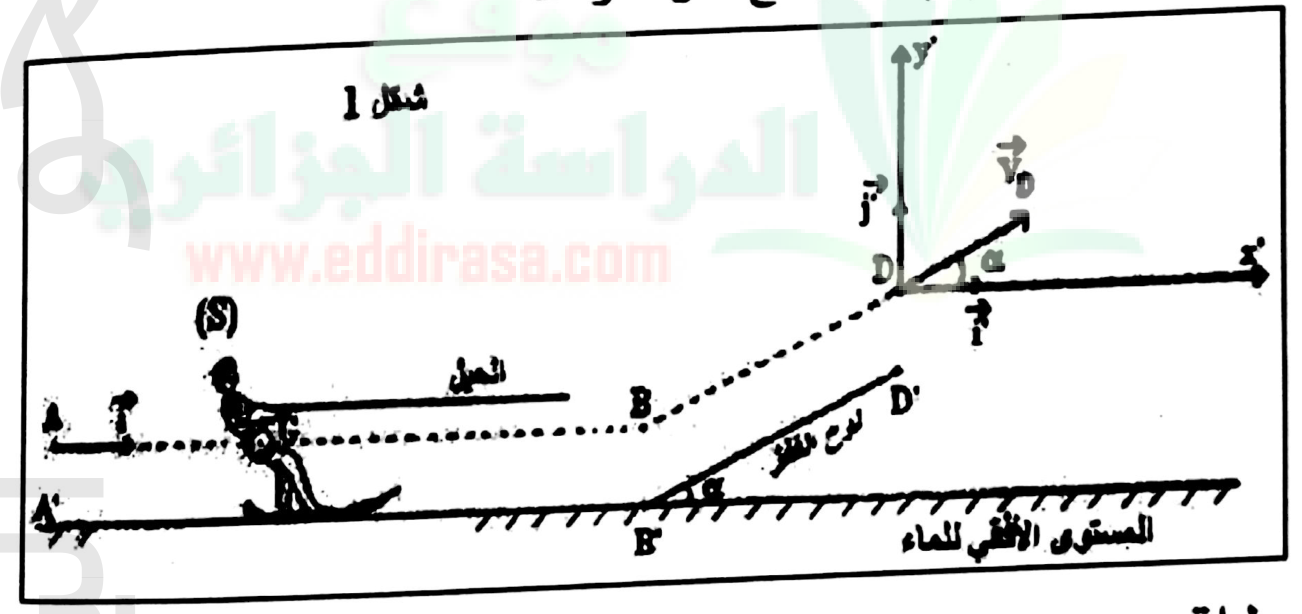
2-3. حدد معللا جوابك طبيعة مسار حركة G.

2-4. أحسب شدة سرعة مركز العطالة G عند قمة المسار.

2-5. تلمس رجل المتسابق الرمل عند الموضع D في اللحظة $t_D = 1s$ حيث يكون فاصلة G هي x_G. جد قيمة x_D طول القفزة المنجزة من طرف المتسابق علما أن: $x_D - x_G = 0,7m$

التمرين 16:

خلال مسابقة بحرية، يجر قارب متزلجا (S) مركز عطالته G وكتلته m، على سطح الماء بواسطة حبل أفقي. عند انطلاق المتزلج يحتل G الموضع A و بعد قطعه مسافة AB ينفصل (S) عن الحبل و يصعد فوق لوح $B'D'$ مائل بزاوية α بالنسبة للمستوي الأفقي للماء، ليقفز من النقطة D' و يسقط على سطح الماء أنظر الشكل -1. خلال الحركة يمر مركز عطالة الجملة (S) من المواضع A و B و D.



معطيات:

- كتلة الجملة (S): $m = 80kg$ - الزاوية: $\alpha = 10^0$

- شدة الجاذبية الأرضية: $g = 10m.s^{-2}$ - الاحتكاكات مهملة خلال مرحلة القفز.

1- دراسة حركة المتزحلق خلال المرحلة AB:

يخضع المتزلج لاحتكاكات مع الماء و الهواء ننمذجها بقوة وحيدة ثابتة و أفقية $\vec{f}$، و يطبق الحبل على الجملة (S) قوة ثابتة شدتها $F = 276N$. لدراسة حركة G نختار معلما $\left(A,\vec{i}\right)$ مرتبطا بالأرض، و نعتبر $t = 0$ لحظة انطلاق المتزلج من الموضع A بدون سرعة ابتدائية.

1.1. مثل القوى الخارجية المؤثرة على المتزلج خلال المرحلة AB.

2.1. بتطبيق القانون الثاني جد المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_G لمركز عطالة الجملة (S).

3.1. مكن تصوير المتزلج بواسطة كاميرا رقمية و معالجة الشريط المحصل عليه ببرامج مناسبة من الحصول على منحنى الشكل 02 الذي يمثل تطور السرعة v_G لمركز عطالة الجملة (S) بدلالة الزمن.

أ.3.1. جد بيانيا معادلة السرعة $v_G(t)$.

ب. استنتج قيمة التسارع a_G.

جـ. جد قيمة f شدة القوة المكافئة للاحتكاك.

4.1. يمر المتزلج من الموضع B عند اللحظة $t_B = 15s$ استنتج قيمة المسافة AB.

الشكل 2

2. دراسة حركة المتزلج خلال مرحلة القفز:

يواصل المتزلج حركته على اللوح $B'D'$ ليقفز عند الموضع D' بالسرعة v_D (الشكل 1). لدراسة حركة القفز، نختار معلما متعامدا و متجانسا $(D,\vec{i'},\vec{j'})$ مرتبط بالأرض، و نعتبر لحظة انطلاقه من النقطة D مبدأ للأزمنة.

1.2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد العبارة الحرفية للمعادلتين التفاضليتين اللتين تحققها $x(t)$ و $y(t)$ إحداثيتي مركز عطالة الجملة (S).

2.2. جد العبارة الحرفية لمعادلة مسار حركة G.

3.2. في إطار تحسين إنجازه، قام المتزلج بمحاولة قفز حيث احتل مركز عطالته موضعا فاصلته هي $x_G = 35m$ عند اللحظة $t = 1,27s$.

أ. جد قيمة السرعة v_D التي غادر بها المتزلج الموضع D.

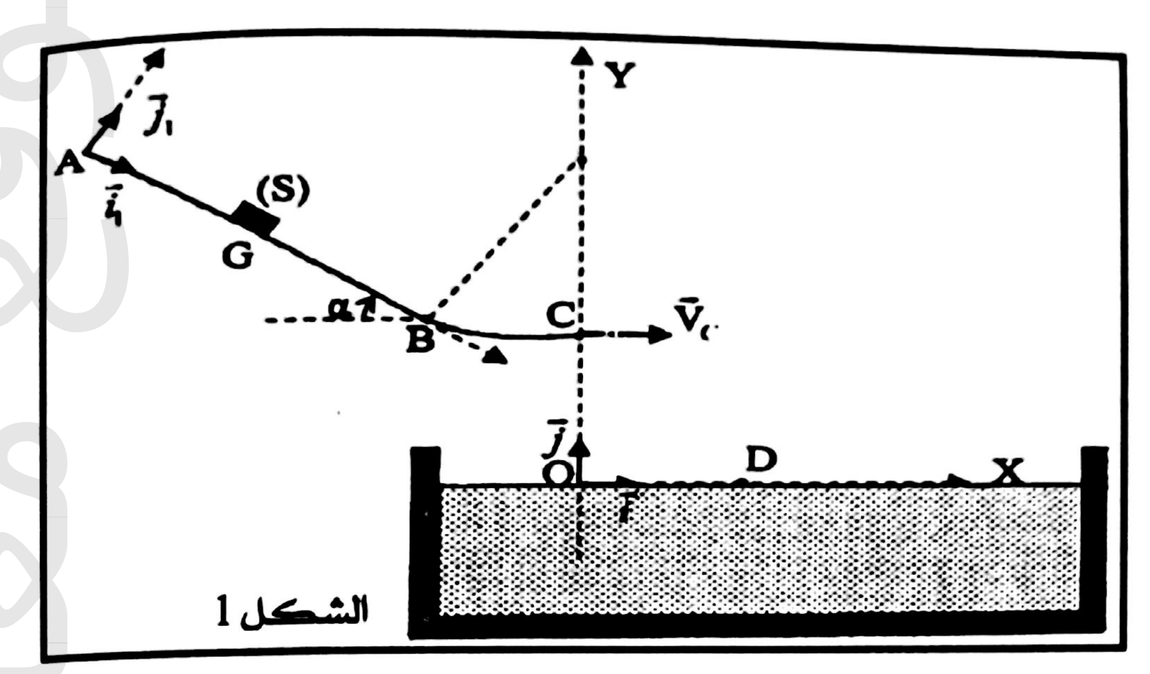
ب. حدد قيمة t_S لحظة مرور المتزلج من قمة المسار.

التمرين 17:

توجد المزلقات في المسابح لتمكين السباحين من الانزلاق و الغطس في الماء. ننمذج مزلقة مسبح بسكة ABC، تتكون من جزء مستقيم AB يميل بزاوية α عن المستوي الأفقي، ومن جزء دائري BC، و ننمذج السباح بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته m. أنظر الشكل 1.

المعطيات:

$AB = 2,4m$ ، $\alpha = 20^0$ ، $g = 9,8m.s^{-2}$ ، $m = 70kg$.



1- دراسة الحركة على السكة AB :

ينطلق، عند اللحظة $t=0$، الجسم (S) من الموضع A الذي نعتبره منطبقا على مركز العطالة G، بدون سرعة ابتدائية، فينزلق بدون احتكاك على السكة AB (الشكل 1).

ندرس حركة G في المعلم السطحي الأرضي $R_1\left(A,\vec{i}_1,\vec{j}_1\right)$ الذي نعتبره غاليليا.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني جد:

1-1- إحداثيتي التسارع a_G في المعلم $R_1\left(A,\vec{i}_1,\vec{j}_1\right)$.

2-1- v_B سرعة G في النقطة B.

3-1- الشدة R للقوة التي يطبقها السطح AB على الجسم (S).

ندرس في بقية التمرين حركة G في المعلم $R\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ الذي نعتبره غاليليا (الشكل 1).

2- دراسة حركة G في الهواء:

يصل لجسم (S) إلى النقطة C بسرعة $v_C = 4,67 m\,s^{-1}$، فيغادرها عند لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة.

يخضع الجسم (S) بالإضافة إلى ثقله إلى تأثير رياح اصطناعية ننمذجها بقوة أفقية ثابتة عبارتها: $\vec{f}_1 = -f_1\vec{i}$

1-2- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S).

2-2- جد عند اللحظة t عبارة v_x المركبة الأفقية لشعاع السرعة بدلالة: m، v_C، f_1 و t.

3-2- عند اللحظة $t_D = 0,86s$، يصل G إلى النقطة D التي توجد على سطح الماء، حيث تنعدم المركبة الأفقية لسرعته.

أ.احسب f_1 قيمة شدة القوة $\vec{f_1}$.

ب.حدد الارتفاع h للنقطة C عن سطح الماء.

3.دراسة حركة السقوط الشاقولي لـ G في الماء:

يتابع الجسم (S) حركته في الماء بسرعة شاقولية $\vec{v}$ حيث يخضع بالإضافة إلى ثقله إلى دافعة أرخميدس $\vec{F_A}$ شدتها $F_A = 616N$، وإلى قوة احتكاك مع المائع $\vec{f}$ عبارتها: $\vec{f} = 140v\,\vec{j}$. حيث نعتبر أن لحظة دخول الجسم (S) في الماء مبدأ جديد للأزمنة.

1.3.مثل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S) أثناء السقوط الشاقولي في الماء.

2.3.بين أن السرعة $v(t)$ للنقطة G تحقق المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dv(t)}{dt} - 2v + 1 = 0$$

3.3.جد قيمة السرعة الحدية $v_{\lim}$.

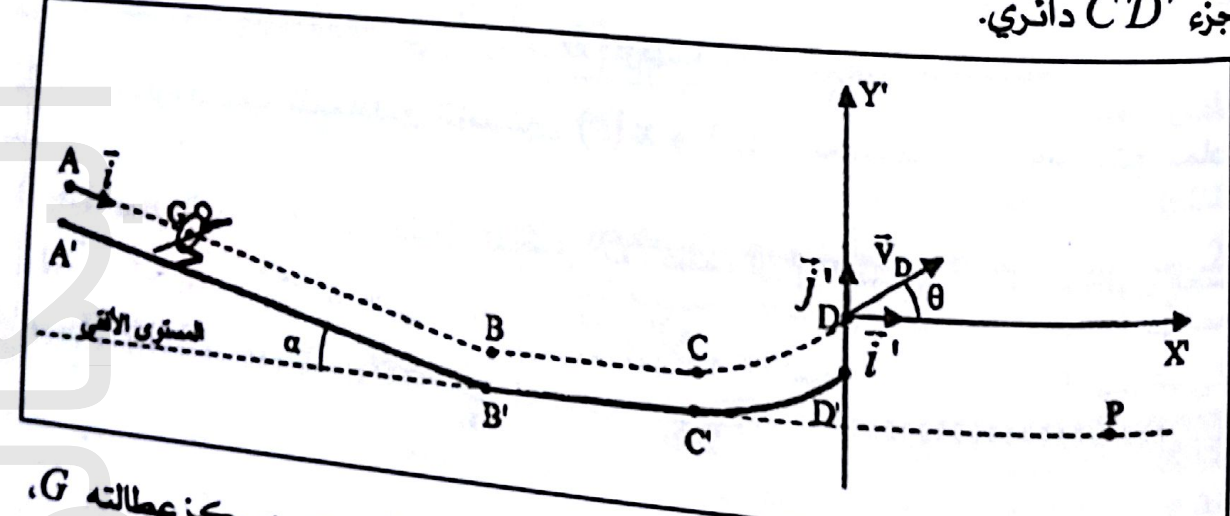
التمرين 18:

تعتبر رياضة التزحلق على الجليد من الرياضات الشتوية الأكثر انتشارا في المناطق الجبلية، حيث يسعى ممارسوا هذه الرياضة إلى تحقيق نتائج إيجابية و تحطيم أرقام قياسية.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة رياضي يمارس التزحلق على الجليد و على مسارات مختلفة.

تتكون حلبة التزحلق الممثلة في الشكل أسفله من ثلاثة أجزاء:

- جزء $A'B'$ مستقيم طوله $A'B' = 82,7m$، ويميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 14^0$.
- جزء $B'C'$ مستقيم أفقي طوله $B'C' = L = 100m$.
- جزء $C'D'$ دائري.



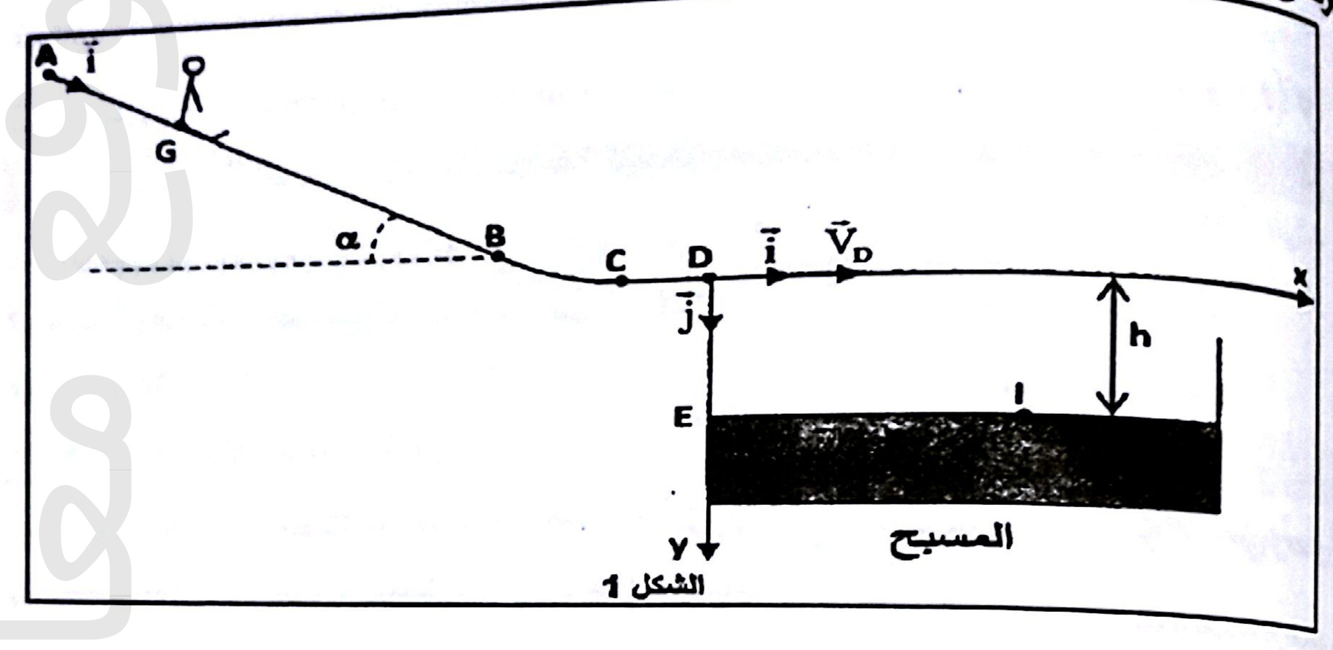
ينمذج الرياضي و لوازمه بجسم صلب (S) كتلته $m = 65kg$، ومركز عطالته G، و نأخذ $g = 10m\,s^{-2}$. يمر G أثناء حركته من المواضع A, B, C و D المبينة في الشكل، حيث $A'B' = AB$ و $B'C' = BC$.

1. دراسة الحركة على الجزء $A'B'$:
عند اللحظة $t = 0$ ينطلق (S) من الموضع A بدون سرعة ابتدائية، فينزلق الجسم (S) بدون احتكاك على الجزء $A'B'$.
1.1. مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجملة (S) خلال المرحلة $A'B'$.
2.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة التسارع a_G لحركة G بدلالة g و α.
3.1. حدد معللا جوابك طبيعة حركة G على هذا الجزء.
4.1. اعتمادا على المعادلات الزمنية للحركة، جد القيمة v_B لسرعة G عند مروره بالموضع B.
2. دراسة الحركة على الجزء $B'C'$:
يواصل الجسم (S) حركته على الجزء $B'C'$ حيث يخضع إلى احتكاك ننمذجه بقوة $\vec{f}$ ثابتة ومماسية للمسار.
نعتبر أن قيمة سرعة G في الموضع B لا تتغير عند انتقال الجسم (S) من المستوي المائل إلى المستوي الأفقي.
لدراسة حركة G على هذا الجزء، نختار المعلم $(B, \vec{i}, \vec{j})$، و اللحظة التي يمر منها G بهذه النقطة كمبدأ للأزمنة.
1.2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة G على المسار BC.
2.2. جد عبارة الشدة f لقوة الاحتكاك بدلالة L, m, v_B و v_C سرعة G عند مروره من الموضع C، ثم احسب قيمتها. تعطى $v_C = 12m\,s^{-1}$.
3. يغادر الجسم (S) الحلبة، يمر G من الموضع D عند لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة، بسرعة $\vec{v_D}$ تصنع زاوية $\theta = 45^0$ مع المستوي الأفقي، فيسقط الجسم (S) في الموضع P.
ندرس حركة G في المعلم الغاليلي $(D, \vec{i'}, \vec{j'})$ ونهمل تأثير الهواء أثناء الحركة.
1.3. جد العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G، واستنتج معادلة المسار.
2.3. حدد v_D سرعة G عند مغادرته الموضع D، علما أن إحداثيتي G لما يكون الجسم (S) في الموضع P هما $x_G = 15m$ و $y_G = -5m$.

التمرين 19:

من بين الألعاب التي تجلب اهتمام الكبار و الصغار التزحلق فوق مزلقة مسبح (Toboggan) لتحقيق أفضل سقوط في ماء المسبح بعد مغادرته المزلقة.
يهدف هذا التمرين إلى تحديد بعض المقادير الحركية و التحريكية المميزة لحركة G مركز عطالة طفل فوق جزء من مزلقة مسبح و بعد مغادرته لها.
ينزلق طفل مركز عطالته G وكتلته m فوق مزلقة مسبح مكون من جزء مستقيم AB

يميل عن المستوي الأفقي بزاوية α، وجزء BC دائري وجزء CD مستقيم وأفقي، يوجد على ارتفاع h من سطح ماء المسبح، أنظر الشكل 1.



الشكل 1

المعطيات:

- جميع الاحتكاكات مهملة. - $g = 10 m.s^{-2}$.
- $AB = 10m$. - $DE = h = 1,8m$.

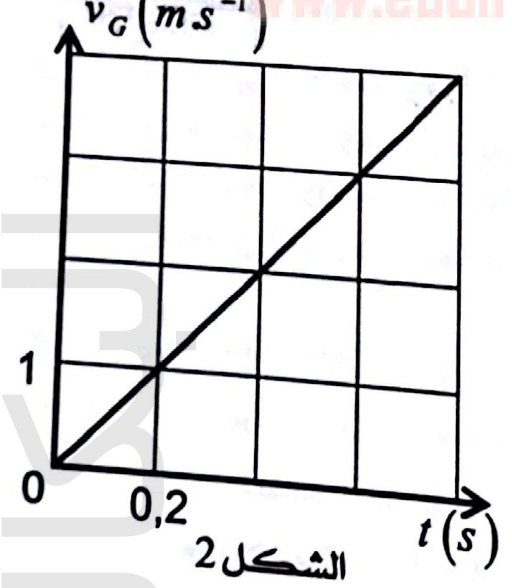
1. دراسة حركة مركز عطالة الطفل على الجزء AB:

ينطلق الطفل عند اللحظة $t = 0$ بدون سرعة ابتدائية من الموضع A، فينزلق على الجزء AB، لدراسة حركة G نختار معلما $(A, \vec{i})$ مرتبطا بالأرض حيث $x_G = x_A = 0$ عند اللحظة $t = 0$.

1.1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها الفاصلة x_G لمركز عطالة الطفل تكتب كما يلي: $\frac{d^2x_G}{dt} = g.\sin\alpha$،

استنتج طبيعة حركة G.

2.1- بعد تصوير حركة الطفل بواسطة كميرا رقمية ومعالجة المعطيات بواسطة برنامج مناسب تم الحصول على مخطط السرعة لمركز العطالة G والممثل في الشكل 2.



الشكل 2

أ- جد بيانيا قيمة التسارع a_G.

ب- حدد قيمة المدة الزمنية التي قطع فيها الطفل الجزء AB.

2- دراسة حركة مركز عطالة الطفل في مجال الجاذبية الأرضية:

يغادر مركز عطالة الطفل المزلقة عند الموضع D بسرعة أفقية $\vec{v}_D$ شدتها $v_D = 11 m.s^{-1}$

عند لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة $(t=0)$ ليسقط في ماء المسبح، لدراسة حركة G نختار معلما متعامدا و متجانسا $(D,\vec{i},\vec{j})$ انظر الشكل 1.

1.2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة مركز العطالة G. ثم استنتج معادلة مسار حركة G.

2.2- يصل G إلى سطح الماء في الموضع I بالسرعة $\overrightarrow{v_1}$.

أ- تحقق أن قيمة لحظة وصول G إلى I هي: $t_1=0,6s$.

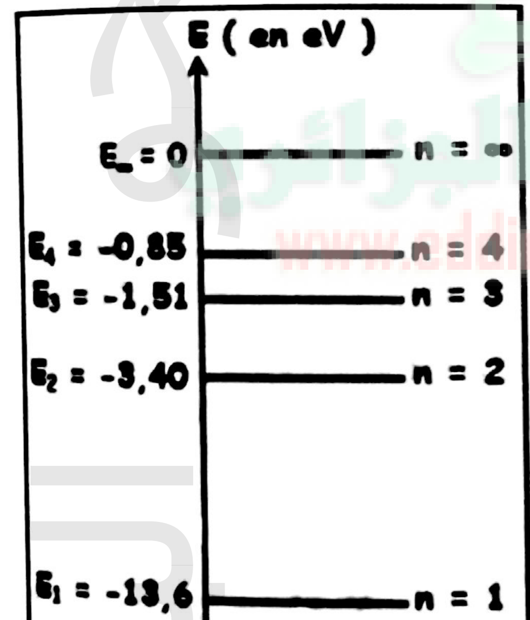
ب- احسب قيمة v_1.

جـ- حدد قيمة x_1 فاصلة النقطة I.

3.2- يصل طفل آخر كتلته m' حيث $m'\rangle m$ إلى الموضع D بنفس السرعة $\overrightarrow{v_D}$ التي وصل بها الطفل الأول. -هل تتغير قيمة x_1؟ علل جوابك.

التمرين 20:

يبين الشكل المقابل مخططا مختصرا لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين.



1- وضح الحالة التي تكون عليه ذرة الهيدروجين:

أ- من أجل: $(n=1)$ ب- من أجل: $(n\rangle 1)$

جـ- من أجل $(n=\infty)$.

2- تتأثر ذرة الهيدروجين و هي في الحالة $(n=2)$ بضوء ثنائي الموجة طولا موجتيه $\lambda_{rouge}=657nm$ و $\lambda_{vert}=520nm$ فتمتص موجة واحدة.

أ- بين أي موجة تمتص، و عين رتبة مستوى الطاقة الذي ينتقل إليه الإلكترون بعد هذا التأثر.

ب- ماذا يمكن القول عن الطاقة التي تتعامل معها الذرات؟

جـ- ما هي طبيعة الضوء الذي تبينه التجربة: موجية أم جسيمية؟

3- تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة حيث يكون مستوى الطاقة $(n=4)$ إلى الحالة حيث يكون مستوى الطاقة $(n=3)$.

أ- هل يوافق هذا الانتقال إصدار أم امتصاص لفوتون؟

ب- أحسب تواتر و طول موجه هذا الفوتون.

جـ- هل ينتمي هذا الإشعاع إلى الإشعاعات المرئية. علل.

المعطيات: ثابت بلانك: $h=6,62\times10^{-34}J.s$ ، $1nm=10^{-9}m$ ، $c=3\times10^{8}m.s^{-1}$

$1eV=1,6\times10^{-19}J$ ، مجال الضوء المرئي: $\lambda\in[400,800]nm$

حلول التمارين:
تطور جملة ميكانيكية

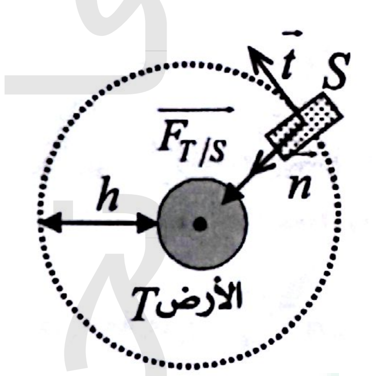
حل التمرين 01

.اختيار الجواب الصحيح:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
أ	ب	ب	ب	أ	أ	ب	أ	أ	جـ

حل التمرين 02

1.1.تمثيل القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي:



.عبارة شدة قوة الجذب العام: $F_{T/S} = G\dfrac{M_T.m_S}{(R_T+h)^2}$

2.1.أ.المرجع المناسب لدراسة حركة هذا القمر:

هو المرجع الجيو مركزي.

ب.الفرضية: المرجع الجيو مركزي عطالي (مدة الحركة تكون أقل بكثير من مدة دوران الأرض حو الشمس).

3.1.طبيعة حركة القمر الاصطناعي S :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m_S\,\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحور المماسي $\vec{t}$ نجد: $0 = a_T = \dfrac{dv}{dt} \Leftarrow v = cte$

.بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فإن حركة القمر الصناعي هي حركة دائرية منتظمة.

4.1.عبارة كل من: السرعة v والدور T :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m_S\,\vec{a}$ و بالإسقاط على المحور الناظمي $\vec{n}$ نجد:

$F = m_S a_n$ ومنه: $F_{T/S} = G\dfrac{M_T.m_S}{(R_T+h)^2} = m_S.a_n$ إذن: $a_n = \dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$.

ومنه: $a_n = \dfrac{v^2}{(R_T+h)} = \dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$ إذن: $v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}}$

.عبارة الدور T:

$$T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$$

- استنتاج عبارة القانون الثالث لكبلر:

لدينا: $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$ ومنه: $T^2 = 4\pi^2.\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}$

إذن: $\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} = k = cte$

1.2- معادلة البيان:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته: $T^2 = \alpha.r^3$

حيث $\alpha = 10\times10^{-14}s^2m^{-3}$ ميل المستقيم

إذن: $T^2 = 10\times10^{-14}r^3$ أي: $\frac{T^2}{r^3} = 10\times10^{-14}(s^2.m^{-3})$.

- البيان يتوافق مع قانون كبلر الثالث (مربع الدور T يتناسب طردا مع مكعب نصف القطر r).

2.2- استنتاج كتلة الأرض M_T :

من العلاقتين: $\frac{T^2}{r^3} = 10\times10^{-14}(s^2.m^{-3})$ و $\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$

نستنتج أن: $\frac{4\pi^2}{G.M_T} = 10\times10^{-14}s^2.m^{-3}$

ومنه: $M_T = \frac{4\pi^2}{10\times10^{-14}G}$ إذن: $M_T = 5,92\times10^{24}kg$.

3.2- استنتاج دور القمر الصناعي *Galiléo*:

$r_G = R_T + h = 6380 + 23600 = 29980km$

و من العلاقة: $T^2 = 10\times10^{-14}r^3$ نجد: $T_G = 51961,5s$

- سرعة القمر الصناعي:

من العلاقة $v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T_G}$ نجد: $v = 3,623\times10^3 m.s^{-1}$.

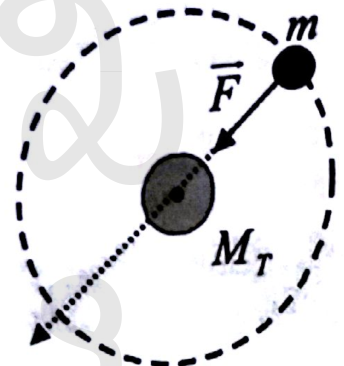
حل التمرين 03

1- التعاريف:

جيو مستقر: نقول عن قمر اصطناعي أنه جيو مستقر إذا كان ساكنا بالنسبة لمرجع سطحي أرضي، أي يدور في نفس جهة دوران الأرض حول نفسها و له نفس دورها حول نفسها.

الحركة الدائرية المنتظمة: نقول عن جسم أنه يتحرك بحركة دائرية منتظمة إذا كان مساره دائري و سرعته ثابتة في الشدة و متغيرة في الاتجاه.

2. أ. تمثيل القمر الاصطناعي، الأرض، مسار الحركة، شعاع القوة المؤثرة على القمر من طرف الأرض:



ب. عبارة تسارع الحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ وبالإسقاط على المحور الناظمي نجد: $F = m\,a_n$

ومنه: $a = a_n = \dfrac{F}{m} = \dfrac{402}{1827} = 0,22 m\,s^{-2}$

جـ. حساب ارتفاع هذا القمر الاصطناعي عن سطح الأرض:

لدينا مما سبق $a_n = \dfrac{F}{m} = \dfrac{G\dfrac{M_T.m}{(R_T+h)^2}}{m} = \dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$

ومنه: $h = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{a_n}} - R_T$ إذن: $h = 36,25\times10^6 m = 36250 km$

د. استنتاج السرعة المدارية لهذه الحركة:

$$v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} = 3,1 km\,s^{-1}$$

3. أ. نص قانون كبلر الثالث: "إن مربع دور حركة كوكب حول الشمس يتناسب طردا مع مكعب البعد المتوسط لهذا الكوكب عن مركز الشمس أي: $\dfrac{T^2}{a^3} = cte$"

ب. حساب دور حركة القمر الاصطناعي الجزائري T_A:

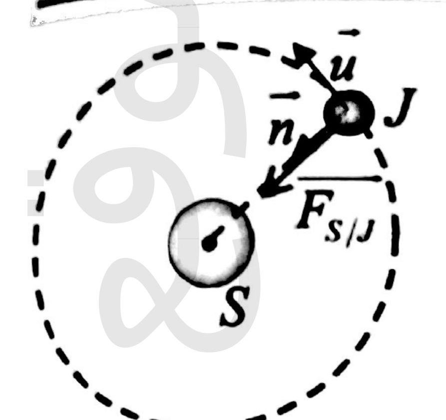
$$\frac{T_N^2}{(R_T+h)_N^3} = \frac{T_A^2}{(R_T+h)_A^3} = cte$$

ومنه: $T_A = \sqrt{\left(\dfrac{(R_T+h)_A}{(R_T+h)_N}\right)^3} \times T_N = 5822 s = 97 \min$

جـ. طبيعة القمر الاصطناعي $ALSAT\,1$:

بما أن: $T_A \neq T = 86400 s$ فدوره يختلف عن دور حركة الأرض حول نفسها فهو ليس بقمر اصطناعي جيو مستقر.

حل التمرين 04



1.1- الشكل التوضيحي:

2.1- عبارة شدة قوة الجذب العام بين الشمس و المشتري:

$$F_{S/J} = G\frac{M_S . M_J}{r^2}$$

2.1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

أ- إيجاد إحداثيتي شعاع التسارع:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروسة (كوكب المشتري) في المرجع المركزي الشمسي نجد:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = M_J \overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{F_{S/J}} = M_J \overrightarrow{a_G}$

و بالإسقاط وفق المحور الناظمي نجد: $F_{S/J} = G\frac{M_S . M_J}{r^2} = M_J a_n$

إذن: $a_n = G\frac{M_S}{r^2}$ و بالإسقاط على المحور المماسي نجد: $a_T = 0$

- طبيعة حركة المشتري: بما أن $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ فإن $v = cte$

بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فإن حركة كوكب المشتري حركة دائرية منتظمة.

ب- إثبات القانون الثالث لكبلر:

حركة كوكب المشتري دائرية منتظمة دورها $T_J = \frac{2\pi r}{v}$ ومنه: $T_J^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$......(1)

ولدينا مما سبق: $a_n = G\frac{M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r}$ و عليه: $v^2 = G\frac{M_S}{r}$

و بالتعويض في العلاقة (1) نجد: $T_J^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{G\frac{M_S}{r}}$ إذن: $\frac{T_J^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G . M_S}$

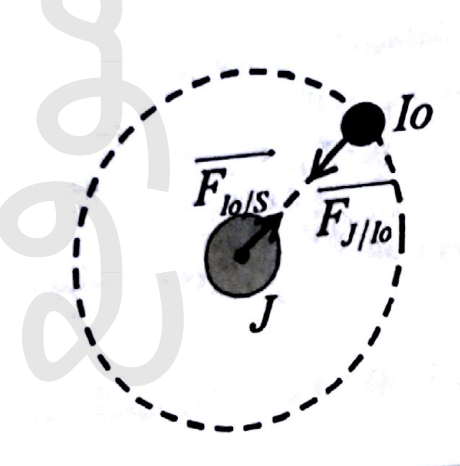
3.1- حساب قيمة r :

من العلاقة $\frac{T_J^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G . M_S}$ نجد: $r = \sqrt[3]{\frac{G . M_S T_J^2}{4\pi^2}} \approx 7,8\times10^{11} m$.

4.1- حساب قيمة السرعة v:

$$v = \frac{2\pi r}{T_J} = 13100 m.s^{-1} = 13,1 km.s^{-1}$$

2. تحديد كتلة المشتري:



بدراسة حركة القمر إيو Io حول المشتري J وباستغلال نتائج الأسئلة السابقة (باتباع نفس السؤال 1-2-ب) نكتب قانون كبلر على الشكل التالي:

$$\frac{T_{Io}^2}{r'^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_J} \quad \text{ومنه:} \quad M_J = \frac{4\pi^2 . r'^3}{G T_{Io}^2}$$

ت ع: $M_J \approx 1,28 \times 10^{27}\, kg$

حل التمرين 05

1. حساب البعد المتوسط d لهذا القمر عن مركز الأرض:

$$d = \frac{h_1 + h_2 + 2R_T}{2} = 24597,5km$$

2

أ. تمثيل: الأرض، القمر هيباركوس، المدار، وقوة الجذب:

ب. طبيعة حركة هذا القمر:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة القمر في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_{T/S}} = m_s \overrightarrow{a_G}$ وبالإسقاط على المحور الناظمي نجد: $F_{T/S} = m_s a_n$

ومنه: $a_n = \frac{F_{T/S}}{m_s}$ ومنه: $a_n = \frac{v^2}{d} = \frac{F_{T/S}}{m_s}$ وعليه: $v = \sqrt{\frac{F_{T/S}}{m_s} d} = cte$

وبما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فإن حركة القمر حركة دائرية منتظمة.

جـ. عبارة السرعة المدارية للقمر و قيمته:

بتعويض العبارة: $F_{T/S} = G\frac{M.m_S}{d^2}$، في العبارة $v = \sqrt{\frac{F_{T/S}}{m_s} d}$

نجد: $v = \sqrt{\frac{G.M}{d}} = 4,03 \times 10^3 m.s^{-1} = 4,03 km.s^{-1}$.

د. حساب دور حركة القمر:

$$T = \frac{2\pi d}{v} = 38330,6s = 10h39\min$$

- هذه القيمة تختلف عن دور حركة الأرض حول نفسها $(24h)$ فهو ليس جيو مستقر.

3ـ أ. لا يمكن اعتبار أن الحركة منتظمة في المدارات الإهليليجية لأن السرعة تتناقص كلما تم الإبتعاد عن مركز الدوران، و تتزايد بالاقتراب منه.

بـ حساب السرعة عند أقرب و عند أبعد نقطة عن مركز الأرض:

لدينا مما سبق: $v = \sqrt{\frac{G.M}{d}}$ وعليه:

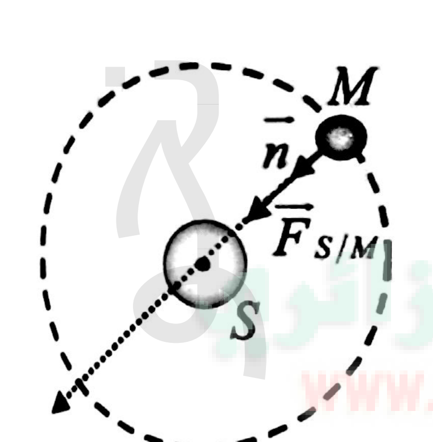
ـ عند أقرب نقطة: $v_1 = \sqrt{\frac{G.M}{(R_T + h_1)}} = 7,60 km\, s^{-1}$

ـ عند أبعد نقطة: $v_2 = \sqrt{\frac{G.M}{(R_T + h_2)}} = 3,07 km\, s^{-1}$

حل التمرين 06

1ـ1ـ تمثيل بيانيا القوة التي تطبقها الشمس على كوكب المريخ:

2ـ1ـ عبارة شدة القوة $\overrightarrow{F_{S/M}}$ التي تطبقها الشمس على المريخ:



$$F_{S/M} = G\frac{M_M M_S}{r^2}$$

3ـ1

أـ طبيعة حركة كوكب المريخ:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كوكب المريخ في المعلم المركزي الشمسي نجد:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_{S/M}} = M_M \overrightarrow{a_G}$$

و بالإسقاط وفق المحور الناظمي نجد: $a_n = \frac{G.M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r}$......(1)

و بالإسقاط وفق المحور المماسي نجد: $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه: $v = cte$

ـ بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فالحركة دائرية منتظمة.

بـ إيجاد العلاقة بين الدور T_M ونصف القطر r :

نعلم أن: $T_M = \frac{2\pi r}{v}$ و من العلاقة (1) نجد أن: $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

وعليه: $T_M^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 . r^3}{G.M_S}$ إذن: $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$

حساب قيمة r : $r=\sqrt[3]{\frac{T_M^2.G.M_S}{4\pi^2}}=2,3\times10^{11}m$

4.1. إيجاد قيمة السرعة v:

$$v=\frac{2\pi r}{T_M}=24334m.s^{-1}=24,334km.s^{-1}$$

2. إيجاد كتلة كوكب المريخ M_M :

باتباع نفس الخطوات السابقة (السؤال 1-3-ب) نجد أن:

$\frac{T_p^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{G.M_M}$ ومنه: $M_M=\frac{4\pi^2.r^3}{GT_p^2}=\frac{4\pi^2.(Z+R_M)^3}{GT_p^2}$

ت ع: $M_M=6,53\times10^{23}kg$

حل التمرين 07

المرحلة الأولى: وضع القمر الاصطناعي في مدار دائري أدنى.

1. العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\overrightarrow{F_{T/S}}$: $\overrightarrow{F_{T/S}}=G\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$

2. عبارة شعاع التسارع $\overrightarrow{a_S}$ لمركز عطالة القمر الصناعي:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (القمر الصناعي) في المعلم الجيو مركزي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_S}$

ومنه: $\overrightarrow{F_{T/S}}=G\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}=m\overrightarrow{a_S}$

إذن: $\overrightarrow{a_S}=\frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$

3. تمثيل الشكل المطلوب:

4. عبارة السرعة v_s لمركز عطالة القمر الاصطناعي:

بإسقاط العلاقة الشعاعية $\overrightarrow{a_S}=\frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$ وفق المحور الناظمي نجد:

$$a_n=\frac{v_S^2}{(R_T+h)}=\frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$$

ومنه: $v_S = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}}$ ت ع: $v_S = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}} \approx 7,6\times10^3 m.s^{-1}$

5ـ

ـ يمثل T دور حركة القمر الصناعي حول الأرض.

ـ عبارة الدور T:

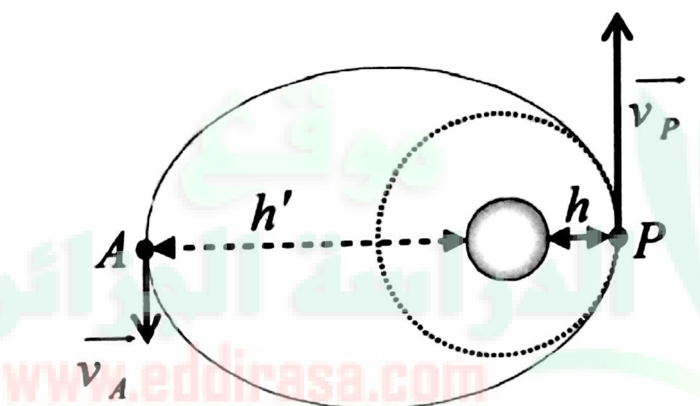
نعلم أن: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi(R_T+h)}{v}$ ومنه: $T = 2\pi(R_T+h)\sqrt{\dfrac{(R_T+h)}{G.M_T}}$

إذن: $T^2 = \dfrac{4\pi^2(R_T+h)^3}{G.M_T}$

المرحلة الثانية: تحويل القمر الاصطناعي إلى مدار جيو مستقر.

1ـ نص قانون كبلر الثاني: "يمسح المستقيم الرابط بين كوكب و الشمس مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متماثلة"

2ـ الشكل التوضيحي:



ـ خلال نفس المدة Δt يمسح المستقيم الرابط بين القمر الصناعي و الأرض نفس المساحة $S_1 = S_2$ ولكن، المسافة (طول القوس) المقطوع بجوار النقطة P أكبر من طول القوس عند جوار النقطة A.

ومن هذا نستنتج أن قيمة السرعة عند النقطة P أكبر من قيمة السرعة عند النقطة A.

3ـ عبارة البعد $\overline{AP}$ بدلالة كل من R_T و h و h':

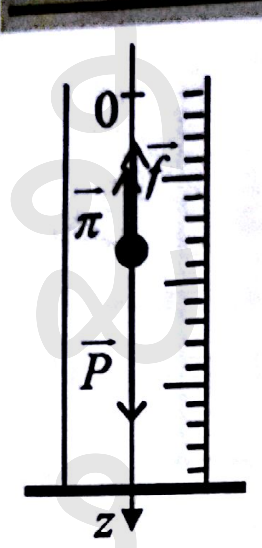
$$\overline{AP} = h + h' + 2R_T = 4,94\times10^7 m$$

4ـ المدة الزمنية Δt التي تمكن القمر الاصطناعي من الانتقال من النقطة P إلى النقطة A:

$$\Delta t = \frac{T'}{2} = 5h\,21\min$$

5ـ بما أن الأقمار الاصطناعية تتحرك في نفس مستوى خط الإستواء، فمن المستحسن أن تطلق بالقرب من المناطق الواقعة عليه توفيرا للطاقة الواجب إعطاؤها لها.

1. المعادلة التفاضلية لحركة G:



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروسة (الكرية) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oz})$ نجد: $P - f - \pi = m a_G$

ومنه: $m.g - k v_G - \rho V.g = m.\dfrac{dv_G}{dt}$

وعليه: $\dfrac{dv_G}{dt} + \dfrac{k}{m}v_G = g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$

إذن يمكن كتابة المعادلة التفاضلية على الشكل: $\dfrac{dv_G}{dt} + Av_G = B$

حيث: $A = \dfrac{k}{m}$ و $B = g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$.

2. حل المعادلة التفاضلية:

لدينا: $v_G(t) = \dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن: $\dfrac{dv_G}{dt} = \dfrac{B}{A.\tau}e^{-t/\tau}$

وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $\dfrac{B}{A.\tau}e^{-t/\tau} + A\dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = B$

ومنه: $Be^{-t/\tau} + B - Be^{-t/\tau} = B$ ومنه: $B = B$

إذن: $v_G(t) = \dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

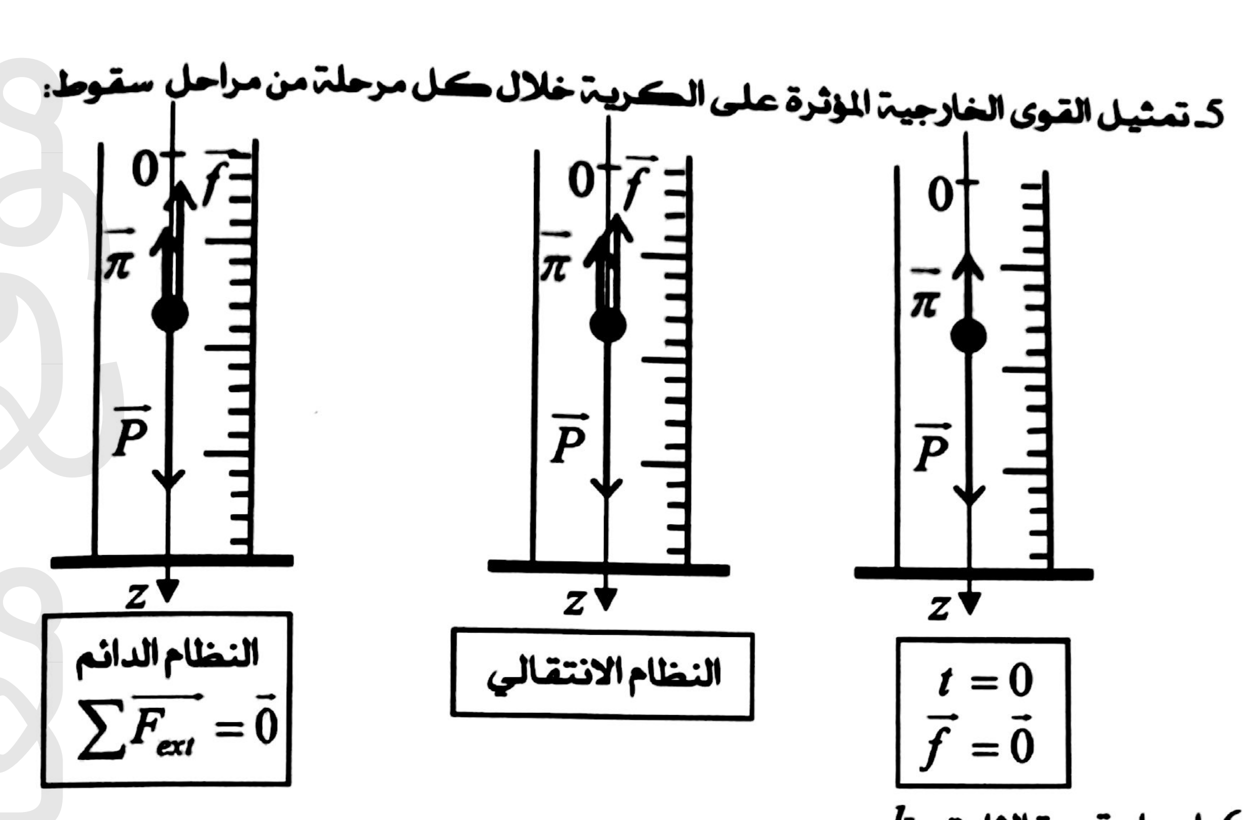
3. عبارة السرعة الحدية v_{lim}:

عند بلوغ النظام الدائم $\dfrac{dv_G}{dt} = 0$ ومنه: $Av_{lim} = B$ وعليه: $v_{lim} = \dfrac{B}{A}$.

4. تحديد بيانيا قيمتي v_{lim} و τ:

- نقرأ من المنحنى البياني قيمة السرعة الحدية: $v_{lim} = 1,5 m s^{-1}$.
- الزمن المميز τ يمثل فاصلة نقطة تقاطع المماس عند المبدأ $t = 0$ مع المستقيم القارب للمنحني وعليه نقرأ: $\tau = 0,20s$

5ـ تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية خلال كل مرحلة من مراحل سقوط:



6ـ إيجاد قيمة الثابت k :

لدينا: $A = \frac{k}{m}$ ومنه: $k = m A = \frac{m}{\tau} = 2,05 \times 10^{-2} kg\, s^{-1}$.

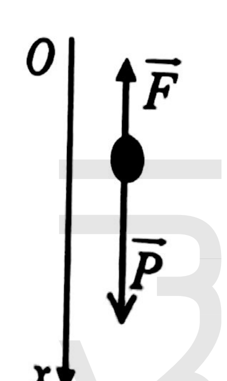
حل التمرين 09

1ـ دراسة حركة الكرية في الهواء:

1.1ـ تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء سقوطها:

2.1ـ عبارة F بدلالة V, g, ρ_1, v_1 و t_1:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرية) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \overrightarrow{a_G}$



ومنه: $\vec{P} + \vec{F} = m \overrightarrow{a_G}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$ نجد:

$$P - F = m a_G = \rho_1 V\, a_G .$$

خلال المجال الزمني $[0,t_1]$: عبارة السرعة هي: $v_1 = a_G t_1$ ومنه: $a_G = \frac{v_1}{t_1}$

نستنتج عبارة F: $F = P - \rho_1 V\, a_G$

أي: $F = \rho_1 V . g - \rho_1 V . \frac{v_1}{t_1} = \rho_1 V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$ إذن: $F = \rho_1 V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$

3.1ـ استنتاج v_1 و t_1:

ـ نقرأ من المنحنى: $v_1 = 3 m\, s^{-1}$ و $t_1 = 0,35 s$

- حساب قيمة شدة $\vec{F}$: $F=\rho_1 V\left(g-\frac{v_1}{t_1}\right)=1,4\times10^{-2}N$

2. دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

1.2. تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية:

2.2. المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرية) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P}+\vec{f}+\vec{\pi}=m\overrightarrow{a_G}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Ox})$

نجد: $P-f-\pi=m\,a_G$

ومنه: $\rho_1 V.g-k\,v_G-\rho_2 V.g=\rho_1 V\frac{dv_G}{dt}$

إذن: $\frac{dv_G}{dt}=\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g-\frac{k}{\rho_1 V}v_G$

3.2. التحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1):

نحسب المقدار $\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g$: $\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g=5,2m.s^{-2}$

ومن المعادلة (1) عند بلوغ النظام الدائم $\frac{dv_G}{dt}=0$ فإن: $v_G=v_{lim}=\frac{5,2}{26}=0,2m.s^{-1}$

وباستغلال المنحنى، ففي النظام الدائم $v_{lim}=0,2m.s^{-1}$

إذن المعادلة التفاضلية (1)...... $\frac{dv_G}{dt}=5,2-26v_G$ معادلة صحيحة.

4.2. التحليل البعدي للثابت k:

نعلم أن $f=k.v$ ومنه: $[k]=\frac{[f]}{[v]}=\frac{[M].[L].[T]^{-2}}{[L].[T]^{-1}}=[M].[T]^{-1}$

إذن الثابت k يقدر بوحدة: $kg.s^{-1}$

- حساب قيمة الثابت k:

بالمطابقة بين المعادلتين: $\frac{dv_G}{dt}=\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g-\frac{k}{\rho_1 V}v_G$ و $\frac{dv_G}{dt}=5,2-26v_G$

نجد أن: $\frac{k}{\rho_1 V}=26$ ومنه: $k=26.\rho_1 V\simeq0,3kg.s^{-1}$.

1ـ دراسة حركة الكرية (a):

1.1ـ المعادلة التفاضلية لحركة الكرية (a):

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرية (a)) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$ و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$ نجد:

$$m.g - \rho_0 V.g - 6\pi.\eta.r.v = m\frac{dv}{dt}$$

حيث: $m = \rho V$ و $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.

إذن: $\rho V.g - \rho_0 V.g - 6\pi\eta r v = \rho V.\frac{dv}{dt}$

ومنه: $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_0 V}{\rho V}.g - \frac{6\pi\eta r}{\rho V}v$

ومنه: $\frac{dv}{dt} = g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) - \frac{6\pi\eta r}{\rho.(4/3).\pi.r^3}v$ أي: $\frac{dv}{dt} = g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) - \frac{9\eta}{2\rho.r^2}v$

بوضع: $C = g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$ و $\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho.r^2}$ نكتب المعادلة التفاضلية على الشكل:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C.$$

2.1ـ حساب قيمة τ:

بما أن $\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho.r^2}$ فإن $\tau = \frac{2\rho.r^2}{9\eta} = 4,51\times10^{-2}s$

و $C = g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) = 6,15m.s^{-2}$

3.1ـ قيمة السرعة الحدية v_l للكرية (a):

السرعة الحدية: هي قيمة السرعة عند بلوغ النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$ و تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة على الشكل التالي: $\frac{v_l}{\tau} = C$ ومنه: $v_l = \tau.C = 0,277m.s^{-1}$.

2. دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b):

2.1. الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية (النظام الدائم) هي التي توافق أكبر مقدار لـ τ.

حسب نتيجة السؤال 1-1-1 لدينا: $\tau = \dfrac{2\rho.r^2}{9\eta}$

ومنه: $\tau' = \dfrac{2\rho.r'^2}{9\eta} = \dfrac{2\rho.(2r)^2}{9\eta} = 4\dfrac{2\rho.r^2}{9\eta} = 4\tau$

إذن: $\tau \langle \tau'$ ومنه نستنتج أن الكرية (b) هي التي تستغرق مدة أطول لبلوغ النظام الدائم.

2.2. حساب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب:

كل كرية تقطع نفس المسافة H خلال مرحلتين: النظام الدائم و النظام الانتقالي.

- بالنسبة للكرية (a) تقطع المرحلة الأولى (d_1) خلال مدة زمنية قدرها $t_1 = 5\tau$ وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v_l خلال مدة زمنية قدرها $t_2 = \dfrac{H - d_1}{v_l}$.

إذن: $t = t_1 + t_2 = 5\tau + \dfrac{H - d_1}{v_l} = 3,65s$.

- بالنسبة للكرية (b) تقطع المرحلة الأولى (d_2) خلال مدة زمنية قدرها $t'_1 = 5\tau'$ وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v'_l خلال مدة زمنية قدرها $t'_2 = \dfrac{H - d_2}{v'_l}$.

$$v'_l = \tau'.C = 4\tau.C = 4v_l$$

إذن: $t' = t'_1 + t'_2 = 5\tau' + \dfrac{H - d_2}{v'_l} = 0,90 + 0,18 = 1,08s$

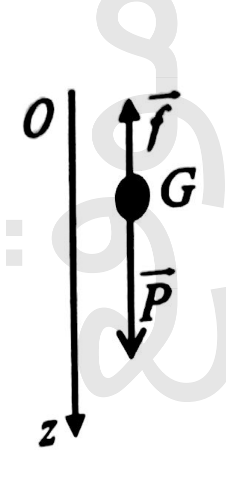
- المدة الزمنية الفاصلة بينهما هي: $\Delta t = \left[5\tau + \dfrac{H - d_1}{v_l}\right] - \left[5\tau' + \dfrac{H - d_2}{v'_l}\right] = 2,57s$

حل التمرين 11

1. المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (المظلي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oz})$ نجد:

$P - f = ma$ ومنه: $m.g - k v^2 = m.\dfrac{dv}{dt}$



إذن: $\frac{dv}{dt}=g-\frac{k}{m}v^2=g\left(1-\frac{k}{m.g}v^2\right)=g\left(1-\frac{1}{\frac{m.g}{k}}v^2\right)$

نضع: $\alpha^2=\frac{m.g}{k}$ ومنه: $\alpha=\sqrt{\frac{m.g}{k}}$

وعليه يمكن كتابة معادلة التفاضل على الشكل التالي:

$$\frac{dv}{dt}=g\left(1-\frac{v^2}{\alpha^2}\right)$$

2ـ اختيار الجواب الصحيح مع التعليل:

يمثل المقدار α : السرعة الحدية للمجموعة (S).

التعليل: في حالة بلوغ النظام الدائم تبقى السرعة ثابتة و $\frac{dv}{dt}=0$

أي: $1-\frac{v_{lim}^2}{\alpha^2}=0$ ومنه: $\alpha=v_{lim}$

3ـ تحديد قيمة α بيانيا:

بما أن: $\alpha=v_{lim}$ نقرأ من البيان: $\alpha=v_{lim}=5m.s^{-1}$

4ـ استنتاج قيمة الثابت k :

من العبارة: $\alpha^2=\frac{m.g}{k}$ ومنه: $k=\frac{m.g}{\alpha^2}=39,2kg.m^{-1}$

حل التمرين 12

1ـ نشأة و حركة الفقاعة:

1ـ1ـ جهة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$: نحو الأعلى أي في نفس جهة حركة (صعود) الفقاعة.

ـ حاملها: المحور الشاقولي.

1ـ2ـ العبارة الحرفية لقيمة $\overrightarrow{F_A}$ بدلالة الحجم V_0 للفقاعة:

$$F_A=\rho_e V_0.g$$

2ـ صعود الفقاعة:

2ـ1ـ دراسة حركة الفقاعة دون احتكاك:

2ـ1ـ1ـ تبيين أن الثقل $\overrightarrow{P_0}$ للفقاعة قيمته مهملة أمام قيمة دافعة أرخميدس F_A :

$$P_0=m.g=\rho_{dc}V_0.g \quad و \quad F_A=\rho_e V_0.g$$

وعليه: $\frac{P_0}{F_A}=\frac{\rho_{dc}V_0\cdot g}{\rho_e V_0\cdot g}=\frac{\rho_{dc}}{\rho_e}=\frac{1,8}{10^3}=1,8\times10^{-3}$

بما أن: $\frac{P_0}{F_A}=1,8\times10^{-3}\ll1$

فإنه يمكن إهمال ثقل الفقاعة أمام شدة دافعة أرخميدس الخاضعة لها.

2.1.2- أكتب عبارة المركبة a_z لشعاع تسارع الفقاعة بدلالة g,ρ_e,ρ_{dc}:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الفقاعة) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\vec{F}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{F_A}=m\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ نجد: $F_A=m\,a_z$

ومنه: $\rho_e V_0\cdot g=m\,a_z$

أي: $a_z=\frac{\rho_e V_0\cdot g}{m}=\frac{\rho_e V_0\cdot g}{\rho_{dc}V_0}=\frac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}$

إذن: $a_z=\frac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}$.....(1)

3.1.2- استنتاج عبارة سرعة الفقاعة بدلالة الزمن:

بمكاملة العبارة (1) بالنسبة للزمن نجد: $v(t)=\frac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}t$.

4.1.2- إيجاد القيمة النظرية t_S:

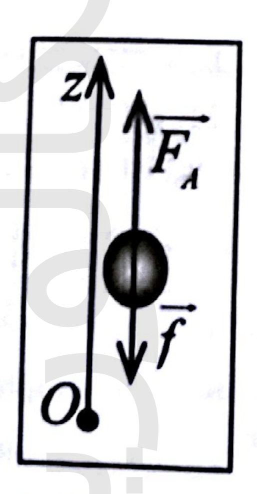
من العلاقة: $v(t_S)=\frac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}t_S$ نجد: $t_S=\frac{v_S\cdot\rho_{dc}}{\rho_e\cdot g}$

ولدينا: $v_S=15cm\,s^{-1}=0,15m\,s^{-1}$

ت ع: $t_S=\frac{0,15\times1,8}{10^3\times10}=0,27\times10^{-4}=27\times10^{-6}s$

إذن: $t_S=27\mu s$ فهي في حدود $30\mu s$.

5.1.2- هذه القيمة لا تتوافق مع ما نلاحظه في الحياة اليومية، فالفقاعة تستغرق مدة زمنية أطول و عليه النموذج المقترح (الدراسة بإهمال الاحتكاك) غير مقبول.



3- دراسة حركة الفقاعة في وجود الاحتكاك:

2.3- المعادلة التفاضلية لتطور سرعة الفقاعة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الفقاعة) في المعلم السطحي

الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{F_A} + \vec{f} = m\vec{a}$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ نجد: $F_A - f = m a_z$

ومنه: $\rho_e V_0 . g - k v = m a_z$ ومنه: $\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_e V_0 . g}{m} - \frac{k}{m} v$

وبما أن: $m = \rho_{dc} V_0$ فإن: $\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_e V_0 . g}{\rho_{dc} V_0} - \frac{k}{\rho_{dc} V_0} v$

إذن عبارة المعادلة التفاضلية هي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{\rho_{dc} V_0} v = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}} g$

3.3- استنتاج العبارة الحرفية للسرعة الحدية v_{lim}:

عند بلوغ النظام الدائم: $\frac{dv}{dt} = 0$ و $v = v_{lim}$. وعليه: $0 + \frac{k}{\rho_{dc} V_0} v_{lim} = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}} . g$

إذن: $v_{lim} = \frac{\rho_e V_0}{k} . g$

4.3- $v_{lim} = 1 mm s^{-1}$ قيمة مقبولة و توافق الواقع، وعليه نستنتج أن الفقاعة الغازية تخضع لاحتكاك أثناء صعودها في المشروب، وعليه النموذج المقترح (الدراسة بوجود الاحتكاك) هو النموذج المقبول.

حل التمرين 13

1- دراسة الحركة على المستوي المائل AB:

1-1- تمثيل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (s):

2-1- عبارة سرعة الجسم (s) في النقطة B :

بتطبيق مبدأ انحفظ الطاقة على الجملة (الكرية + الأرض) بين الموضعين A و B نجد: $E_{C.A} + E_{pp.A} = E_{C.B} + E_{pp.B}$

حيث: $E_{C.A} = 0$ و $E_{pp.B} = 0$ باعتبار المستوى المرجعي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية مار من النقطة B، وعليه نكتب: $E_{pp.A} = E_{C.B}$ إذن: $m.g.h_A = \frac{1}{2} . m v_B^2$

بما أن: $h_A = D . \sin\alpha$ نجد: $v_B = \sqrt{2.g.D.\sin\alpha}$

ت ع: $v_B = 2,2 m s^{-1}$

3-1- اثبات أن $v_C = 2,2 m s^{-1}$:

بتطبيق مبدأ انحفظ الطاقة على الجملة (الكرية + الأرض) بين الموضعين B و C نجد: $E_{C.B} + E_{pp.B} = E_{C.C} + E_{pp.C}$ حيث: $E_{pp.B} = E_{pp.C} = 0$

وعليه: $E_{C.B} = E_{C.C}$ إذن: $v_B = v_C = 2,2 m.s^{-1}$

4.1. خصائص شعاع السرعة $\overrightarrow{v_C}$ في الموضع C:

.نقطة التأثير C، ـ الحامل Cx ـ الجهة هي نفس جهة المحور $\overrightarrow{Cx}$ ـ الشدة: $v_C = 2,2 m.s^{-1}$

2. دراسة حركة الجسم (s) بعد النقطة C:

1.2. نص قانون نيوتن الثاني:

«في معلم عطالي تكتسب جملة مادية كتلتها M وخاضعة لقوى خارجية محصلتها $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$ تسارعا $\overrightarrow{a_G}$ لمركز عطالتها G وفق العلاقة $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = M\overrightarrow{a_G}$.»

2.2. إيجاد مركبات شعاع الموضع للجسم (s) في المعلم Cxz هي:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (الكرية) في المعلم السطحي الارضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} = m\overrightarrow{a_G}$

.بالإسقاط وفق المحدور $\overrightarrow{Cx}$ نجد: $a_x = 0$ (حركة مستقيمة منتظمة).

.بالإسقاط وفق المحدور $\overrightarrow{Cz}$ نجد: $a_z = -g$ (حركة مستقيمة متغيرة بانتظام).

إذن: $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

الشروط الإبتدائية $t = 0$: $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ و $(v_{0x} = v_C, v_{0z} = 0)$

وبالمكاملة بالنسبة للزمن و حسب الشروط الإبتدائية نجد: $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_C \\ v_z = -g t \end{cases}$

وبالمكاملة لمركبتي شعاع السرعة نجد: $\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = (\sqrt{2.g.D\sin\alpha})t \\ z = -\frac{1}{2}g t^2 \end{cases}$

3.2. معادلة المسار $z = f(x)$:

من العلاقة: $x = (\sqrt{2.g.D\sin\alpha})t$ نجد: $t = \frac{x}{\sqrt{2.g.D\sin\alpha}}$

وبالتعويض في عبارة z نجد معادلة المسار: $z = \frac{-x^2}{4.D.\sin\alpha}$

4.2. حساب المدة اللازمة لوصول الجسم (s) إلى سطح الأرض:

عندما يصل الجسم إلى سطح الأرض تكون إحداثياته $(x_f, -h_c)$

لدينا: $z = -\frac{1}{2}g t^2$ وعندما يصل الجسم إلى سطح الأرض: $-h_c = z = -\frac{1}{2}g t^2$

ومنه: $t = \sqrt{\dfrac{2.h_c}{g}} = 0,28s$

5.2. عندما يصل الجسم إلى الأرضو لدينا: $x = x_f = v_C t = 2,2t$

ت ع: $x_f = 0,616m$ بما أن: $x_f \notin [0,55m ; 0,60m]$ إذن الجسم لا يصل إلى الهدف.

6.2. قيمة D لتحقيق الهدف:

ومنه: $x = x_f = (\sqrt{2.g.D\sin\alpha})t$ ومنه: $x_f^2 = 2.g.D\sin\alpha t^2$

وعليه: $D = \dfrac{x_f^2}{2g\sin\alpha t^2}$ حيث: $t = 0,28s$ و $x_f = 0,57m$

ت ع: $D = \dfrac{(0,57)^2}{2\times 9,8\times 0,5\times (0,28)^2} = 0,42m$

حل التمرين 14

1. عبارة $v_x(t)$ و $v_y(t)$:

- عند اللحظة $t = 0$:

$(x_0 = 0; y_0 = H)$

$(v_{x0} = v_0\cos\alpha; v_{y0} = v_0\sin\alpha)$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الكرة) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P} = m\vec{a}$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overline{Ox})$ نجد: $0 = m a_x$ أي: $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0.....(1)$

و بمكاملة العبارة (1) بالنسبة للزمن نجد: $v_x(t) = v_0\cos\alpha$.

و بالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oy})$ نجد: $P_y = -m.g = m a_y$

إذن: $a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -g.......(2)$.

و بمكاملة العبارة (2) بالنسبة للزمن نجد: $v_y(t) = -gt + v_0\sin\alpha$.

2. قيمة السرعة الابتدائية v_0:

من البيان عند اللحظة $t=0$: $v_x(0)=13m\,s^{-1}$ و $v_y(0)=4m\,s^{-1}$

إذن: $v_0=\sqrt{v_x^2(0)+v_y^2(0)}=\sqrt{(13)^2+(4)^2}$ وعليه: $v_0=13,6m\,s^{-1}$

استنتاج قيمة الزاوية α:

لدينا $\begin{cases} v_x(0)=v_0\cos\alpha=13.......(3) \\ v_y(0)=v_0\sin\alpha=4.......(4) \end{cases}$ بقسمة العلاقتين (4) على (3) نجد:

$\frac{4}{13}=\frac{v_0\sin\alpha}{v_0\cos\alpha}$ ومنه: $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=0,308$ إذن: $\alpha\approx17°$

3. معادلة المسار $y=f(x)$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$:

بمكاملة العبارتين (3) و (4) بالنسبة للزمن نجد:

$$\begin{cases} x(t)=v_0\cos\alpha\, t..........(5) \\ y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha\, t+H........(6) \end{cases}$$

من العلاقة (5) نكتب: $t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$ وبالتعويض في العلاقة (6) نجد معادلة المسار:

$$y=-\frac{g}{2v_0^2.\cos^2\alpha}x^2+x.\tan\alpha+H$$

ومنه: $y=-2,96\times10^{-2}x^2+0,306x+2,6$

.4

- الشرط الأول:

$y(d)=-2,96\times10^{-2}d^2+0,306d+2,6$ ومنه: $y(d)=2,96m$

الشرط الأول محقق لأن: $h=2,5m \langle y(d)=2,96m$ (الكرة مرت فوق الشبكة).

- الشرط الثاني:

نحسب فاصلة سقوط الكرة x_B والتي توافق $y_B=0$ إذن:

$$0=-2,96\times10^{-2}x_B^2+0,306x_B+2,6$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية لها حلين هما:

$\Delta=b^2-4ac=(0,306)^2-4\left(-2,96\times10^{-2}\right)\times2,60$ إذن: $\Delta=0,401$

وعليه الحلين هما:

$$x_{B2} = \frac{0,306 - \sqrt{0,401}}{2\times(2,96\times10^{-2})} \langle 0 \quad و \quad x_{B1} = \frac{0,306 + \sqrt{0,401}}{2\times(2,96\times10^{-2})} \approx 15,9m$$

إذن الحل المقبول هو: $x_B = x_{B1} \approx 15,9m$

ـ بما أن: $d + D = 18m$ وعليه فالشرط الثاني محقق لأن: $x_B = 15,9m \langle 18m$ أي الكرة تسقط داخل الملعب.

ـ بما أن الشرط الأول و الثاني محققين فإن الإرسال الذي قام به اللاعب مقبول.

حل التمرين 15

1ـ مرحلة السباق الحماسي:

1ـ1ـ المعادلة الزمنية لحركة G:

بما أن حركة مركز العطالة G مستقيمة متغيرة بانتظام و $a_G = \frac{dv_G}{dt} = 0,2m.s^{-2}$

و بالمكاملة نجد: $v_G = a_G t + v_0$ وحسب الشروط الابتدائية $v_0 = 0m.s^{-1}$

إذن: $v_G = \frac{dx}{dt} = 0,2t$ وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد:

$x = \frac{1}{2}a_G t^2 + x_0$ وحسب الشروط الابتدائية $x_0 = 0m$ إذن: $x(t) = 0,1t^2$

2ـ1ـ حساب قيمة اللحظة t_1:

$$AB = 0,1t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{AB}{0,1}} = \sqrt{\frac{40}{0,1}} = 20s$$

3ـ1ـ استنتاج قيمة v_G عند اللحظة t_1:

لدينا $v_G = a_G t$ عند اللحظة t_1 يكون المتسابق عند الموضع B

ومنه: $v_B = a_G t_1 = 0,2\times20 = 4m.s^{-1}$

2ـ مرحلة القفز:

1ـ2ـ إيجاد المعادلتين التفاضليتين لـ v_x و v_y:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (المتسابق) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a_G}$ و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Cx})$ نجد: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0.....(1)$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Cy})$ نجد: $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g........(2)$

وبمكاملة العبارتين (1) و(2) بالنسبة للزمن نجد:

$v_y = -g t + v_0 \sin\alpha$ و $v_x = v_0 \cos\alpha$

2.2 إيجاد العبارة الحرفية للمعادلتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة مركز العطالة G:

بمكاملة عبارتي v_x و v_y بالنسبة للزمن نجد:

$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha t + h \quad \text{و} \quad x(t) = v_0 . \cos\alpha t$$

3.2 طبيعة مسار حركة G:

لدينا $x(t) = v_0 . \cos\alpha t$ ومنه: $t = \dfrac{x}{v_0 . \cos\alpha}$ وبالتعويض في عبارة $y(t)$

نجد: $y = -\dfrac{g}{2 v_0^2 . \cos^2\alpha} x^2 + x . \tan\alpha + h$ ، فالمسار عبارة عن جزء من قطع مكافئ.

4.2 حساب شدة سرعة مركز العطالة G عند قمة المسار:

عند قمة المسار (أي عند بلوغ مركز عطالة المتسابق الذروة) تكون: $v_y = 0$

ومنه: $v_G = v_x = v_0 . \cos\alpha = 7 \times \cos(30°)$ إذن: $v_G = 6{,}1 m\, s^{-1}$

5.2 إيجاد قيمة x_D طول القفزة المنجزة من طرف المتسابق:

$x_D = 0{,}7 + x_G (t = 1s) = 0{,}7 + v_0 . \cos(\alpha) t_D$

ومنه: $x_D = 0{,}7 + 7 \times \cos(30°) \times 1 = 6{,}76 m$. إذن: $x_D = 6{,}76 m$

حل التمرين 16

1. دراسة حركة المتزحلق خلال المرحلة AB:

1.1. تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على المتزلج خلال المرحلة AB.

$\vec{R}$ ، $\vec{f}$ ، $\vec{T}$ ، $\vec{P}$

2.1 المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_G:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (المتزلج) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا

نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{T} = m \overrightarrow{a_G}$.

بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ax})$ نجد: $T - f = m a_G = m \dfrac{dv_G}{dt}$

إذن المعادلة التفاضلية هي: $m \dfrac{dv_G}{dt} = T - f$

1.3.1 معادلة السرعة $v_G = f(t)$:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ عبارته $v_G = k t$ حيث k ميل المستقيم وقيمته هو: $k = \frac{\Delta v_G}{\Delta t} = \frac{2-0}{1-0} = 2m\,s^{-1}$ ومنه: $v_G = 2t$

بـ استنتاج قيمة التسارع a_G: نعلم أن: $a_G \frac{dv_G}{dt} = \frac{d(2t)}{dt} = 2m\,s^{-2}$

جـ إيجاد قيمة f شدة القوة المكافئة للاحتكاك:

لدينا مما سبق: $m\frac{dv_G}{dt} = T - f$

ومنه: $f = T - m\frac{dv_G}{dt} = T - m\,a_G = 276 - 80\times 2 = 116N$

1.4 استنتاج قيمة المسافة AB:

لدينا $v_G = 2t$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد: $x(t) = t^2 + x_0$

ومن الشروط الإبتدائية نجد: $x_0 = x_A = 0m$ نجد: $x(t) = t^2$

وعليه: $AB = x_B - x_A = x(t_B) - 0 = t_B^2$

إذن: $AB = (15)^2 = 225m$

2 ـ دراسة حركة المتزلج خلال مرحلة القفز:

2.1 ـ العبارة الحرفية للمعادلتين التفاضليتين اللتين تحققها $x(t)$ و $y(t)$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (المتزلج) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a_G}$ أي: $m.\overrightarrow{g} = m\,\overrightarrow{a_G}$ إذن: $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{a_G}$

- بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Bx'})$ نجد: $a_x = 0$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$v_x = v_D.\cos(\alpha)$ وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد:

$x(t) = v_D\cos(\alpha)t + x_0$ حيث $x_0 = 0$

إذن: $x(t) = v_D\cos(\alpha)t$

- بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{By'})$ نجد: $a_y = -g$ وبمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد: $v_y = -gt + v_D.\sin(\alpha)$ وبمكاملة عبارة السرعة نجد:

$y = -\frac{1}{2}.gt^2 + v_D.\sin(\alpha)t + y_0$ حيث $y_0 = 0$

إذن: $y=-\frac{1}{2}.g t^2+v_D.\sin(\alpha)t$

إذن: $\begin{cases} x(t)=v_D\cos(\alpha)t \text{..................}(1) \\ y=-\frac{1}{2}.g t^2+v_D.\sin(\alpha)t \text{.........}(2) \end{cases}$

2.2 العبارة الحرفية لمعادلة مسار حركة G:

من المعادلة (1) نجد: $t=\frac{x}{v_D\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في المعادلة (2) نجد معادلة المسار وهي:

$$y=-\frac{g}{2v_0^2.\cos^2\alpha}x^2+x.\tan\alpha.$$

3.2

أ. قيمة السرعة v_D التي غادر بها المتزلج الموضع D:

نعلم أن: $t=\frac{x}{v_D.\cos(\alpha)}$ ومنه: $v_D=\frac{x_G}{t.\cos(\alpha)}=\frac{35}{1,27\times\cos(10^\circ)}=28m.s^{-1}$

ب. قيمة t_s لحظة مرور المتزلج من قمة المسار:

عند مرور المتزلج بقمة المسار يتحقق ما يلي: $v_y(t_s)=0$

وعليه: $v_y(t_s)=-g t_s+v_D.\sin(\alpha)=0$

ومنه: $t_s=\frac{v_D.\sin(\alpha)}{g}=\frac{28.\sin(10^\circ)}{10}=0,48s.$

حل التمرين 17

1. دراسة الحركة على السكة AB:

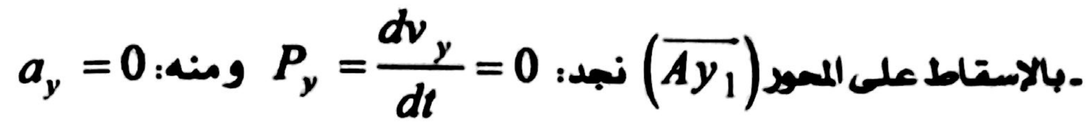
1.1. إحداثيتي التسارع a_G في المعلم $R_1(A,\vec{i_1},\vec{j_1})$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (السباح) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\vec{F_{ext}}=m\vec{a_G}$ ومنه: $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a_G}.$

- بالإسقاط على المحور $(\overrightarrow{Ax_1})$ نجد: $P_x=P.\sin(\alpha)=m a_x$

إذن: $m.g.\sin(\alpha)=m a_x$ وعليه: $a_x=g.\sin(\alpha)$

إذن: $a_x=\frac{dv_x}{dt}=g.\sin(\alpha)=9,8.\sin(20^\circ)=2,35m.s^{-2}$

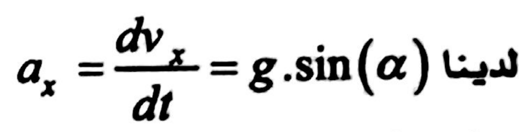


- بالإسقاط على المحور $\left(\overrightarrow{Ay_1}\right)$ نجد: $P_y = \dfrac{dv_y}{dt} = 0$ ومنه: $a_y = 0$



2.1 - إيجاد قيمة السرعة v_B :

الطريقة الأولى:



لدينا $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = g.\sin(\alpha)$

و بالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$$v_x(t) = g.\sin(\alpha)t + C ......(1)$$

وحسب الشروط الابتدائية:

$$C = v_{0x} = 0$$

وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد:

$$x(t) = \frac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2 + x_0$$

وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = 0$ إذن: $x(t) = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2 ....(2)$.

من العلاقة (2) نجد: $t = \sqrt{\dfrac{2x}{g.\sin(\alpha)}}$ وبالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$$v_x(t) = g.\sin(\alpha).\sqrt{\frac{2x}{g.\sin(\alpha)}} = \sqrt{\frac{2x.g^2.\sin^2(\alpha)}{g.\sin(\alpha)}}$$

إذن: $v_x = \sqrt{2x.g.\sin(\alpha)}$.

عند الموضع B يكون: $x = AB$ و $v_x = v_B$ وعليه: $v_B = \sqrt{2.g.AB.\sin(\alpha)}$

الطريقة الثانية بالاعتماد على مبدأ إنحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة للجملة (السباح) بين الموضعين A و B نجد:

$E_A + W\left(\overrightarrow{P}\right) = E_B$ إذن: $\dfrac{1}{2}mv_A^2 + m.g.h = \dfrac{1}{2}mv_B^2$

ومنه: $v_B^2 = 2g.h = 2.g.AB.\sin(\alpha)$

لأن: $v_A = 0$ حسب الشروط الإبتدائية وعليه: $v_B = \sqrt{2AB.g.\sin(\alpha)}$

ت ع: $v_B = \sqrt{2 \times 2,4 \times 9,8 \times \sin(20^\circ)} \approx 4m.s^{-1}$.

3.1 إيجاد الشدة R للقوة التي يطبقها السطح AB على الجسم (S):

بإسقاط العلاقة $\vec{P}+\vec{R}=m\,\vec{a_G}$ على المحور $(\overrightarrow{Ay_1})$ نجد: $-m.g.\cos(\alpha)+R=0$

ومنه: $R=m.g.\cos(\alpha)=70\times 9{,}8\times\cos(20^\circ)=645N$.

2 دراسة حركة G في الهواء:

1.2 تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S)، (أنظر إلى الشكل).

2.2 عبارة v_x:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (السباح) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\,\vec{a_G}$ ومنه: $\vec{P}+\vec{f_1}=m\,\vec{a_G}$.

بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$ نجد: $0-f_1=m\,a_x$ ومنه: $0-f_1=m\,a_x=m.\dfrac{dv_x}{dt}$

إذن: $\dfrac{dv_x}{dt}=\dfrac{-f_1}{m}=cte$ ....(1) وبمكاملة العبارة (1) بالنسبة للزمن نجد:

$v_x(t)=\dfrac{-f_1}{m}t+v_{0x}$، وحسب الشروط الإبتدائية: $v_{0x}=v_C$

إذن: $v_x(t)=\dfrac{-f_1}{m}t+v_C$

3.2 أ- حساب f_1 قيمة شدة القوة $\vec{f_1}$:

عند النقطة D يتحقق: $v_x(t_D)=0$ وعليه: $\dfrac{-f_1}{m}t_D+v_C=0$ إذن: $f_1=\dfrac{m\,v_C}{t_D}$

ت ع: $f_1=\dfrac{70\times 4{,}67}{0{,}86}=380N$.

ب- تحديد الارتفاع h للنقطة C عن سطح الماء:

بإسقاط العلاقة $\vec{P}+\vec{f_1}=m\,\vec{a_G}$ وفق المحور $(\overrightarrow{Oy})$ نجد:

$-m.g+0=m\,a_y=m\dfrac{dv_y}{dt}$ إذن: $\dfrac{dv_y}{dt}=-g=cte$ ....(2)

وبمكاملة العلاقة (2) بالنسبة للزمن نجد: $v_y(t)=-g\,t+v_{0y}$

وحسب الشروط الإبتدائية $v_{0y}=0m.s^{-1}$ إذن: $v_y(t)=-g\,t$

وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد: $y(t)=-\dfrac{1}{2}g\,t^2+y_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $y_0 = h$ إذن: $y(t) = -\frac{1}{2}.g\,t^2 + h$.

ـ عند وصول مركز عطالة السباح G إلى النقطة D يتحقق لنا مايلي: $y(t_D) = 0$

ومنه: $y(t_d) = -\frac{1}{2}.g\,t_D^2 + h = 0$ إذن: $h = \frac{1}{2}.g\,t_D^2$

ت ع: $h = 0,5 \times 9,8 \times (0,86)^2 = 3,62m$.

3ـ دراسة حركة السقوط الشاقولي لـ G في الماء:

3ـ1ـ تمثيل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S): (أنظر الشكل).

3ـ2ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v_G(t)$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (السباح) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{f} + \overrightarrow{F_A} = m\,\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oy})$ نجد: $-m.g + f + F_A = m\,a_y = m.\frac{dv_y}{dt}$

ومنه: $\frac{dv_y}{dt} - \frac{f}{m} - \frac{F_A}{m} + g = 0$ ومنه: $\frac{dv_y}{dt} - \frac{140}{70}v - \frac{616}{70} + 9,8 = 0$

إذن: $\frac{dv_y}{dt} - 2v + 1 = 0$ حيث: $v = v_y$ إذن: $\frac{dv}{dt} - 2v + 1 = 0$

3ـ3ـ إيجاد قيمة السرعة الحدية v_{lim}:

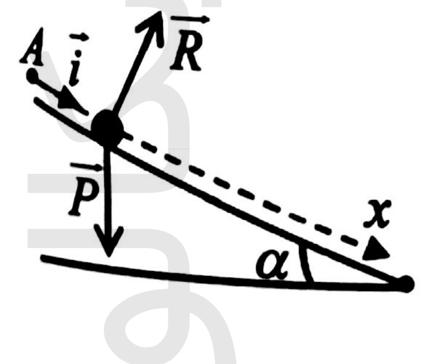
عند بلوغ النظام الدائم فإن: $\frac{dv_y}{dt} = 0$ و $v_y = v_{lim}$

وعليه: $0 - 2v_{lim} + 1 = 0$ إذن: $v_{lim} = 0,50m.s^{-1}$

حل التمرين 18

1ـ دراسة الحركة على الجزء $A'B'$:

1ـ1ـ تمثيل القوى الخارجية:



1ـ2ـ عبارة التسارع a_G:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الرياضي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{R} = m\,\overrightarrow{a_G}$

بإسقاط هذه العلاقة وفق المحور $(\overline{Ax})$ نجد:

إذن: $P_x = P.\sin(\alpha)+0 = m\,a_G$ ، $a_G = g.\sin(\alpha)$

3.1 طبيعة حركة G على الجزء $A'B'$:

بما أن: $a_G = g.\sin(\alpha) = cte$ و المسار مستقيم فإن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

4.1 إيجاد قيمة v_B:

لدينا $a_G = \dfrac{dv_G}{dt} = g.\sin(\alpha)$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$v(t) = g.\sin(\alpha)t + v_0$ وحسب الشروط الإبتدائية $v_0 = 0m\,s^{-1}$

إذن: $v_G = g.\sin(\alpha)t$ وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن

نجد: $x = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2 + x_0$ وحسب الشروط الإبتدائية: $x_0 = 0m$

إذن: $x = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2$

لتكن t_B لحظة مرور G من الموضع B إذن: $x_B = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t_B^2$

وعليه: $t_B = \sqrt{\dfrac{2x_B}{g.\sin(\alpha)}}$ وكذلك: $v_B = g.\sin(\alpha)t_B$

ومنه: $v_B = g.\sin(\alpha).\sqrt{\dfrac{2x_B}{g.\sin(\alpha)}}$ ومنه: $v_B = \sqrt{2x_B.g.\sin(\alpha)}$

حيث: $AB = x_B - x_A = x_B - 0 = x_B$ إذن: $v_B = \sqrt{2AB.g.\sin(\alpha)}$

ت ع: $v_B = \sqrt{2\times 82,7\times 10\times \sin(14^\circ)} = 20m\,s^{-1}$

ملاحظة: يمكن استعمال مبدأ انحفاظ الطاقة

2. دراسة الحركة على الجزء $B'C'$:

1.2 طبيعة حركة G على المسار BC :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الرياضي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\overrightarrow{a_G}$

بإسقاط هذه العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Bx})$ نجد: $0+0-f = m\,a_G$

ومنه: $a_G = \dfrac{-f}{m} = cte$

$\vec{R}$ ، $\vec{f}$ ، B ، C ، $\vec{P}$

- بما أن المسار مستقيم و التسارع مقدار ثابت فإن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2.2- عبارة الشدة f :

لدينا $a_G = \frac{dv_G}{dt} = \frac{-f}{m}$ بالمكاملة بالنسبة للزمن نجد: $v = a_G t + v_0$

وحسب الشروط الإبتدائية لهذه المرحلة $v_0 = v_B$

إذن: $v(t) = a_G t + v_B$ وبمكاملة عبارة السرعة نجد: $x(t) = \frac{1}{2}a_G t^2 + v_B t + x_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = x_B$ إذن: $x(t) = \frac{1}{2}a_G t^2 + v_B t + x_B$

لتكن t_C لحظة مرور G من الموضع C. $v_C = a_G t_C + v_B$

ومنه: $t_C = \frac{v_C - v_B}{a_G}$ و $x_C = \frac{1}{2}a_G t_C^2 + v_B t_C + x_B$

ومنه: $x_C = \frac{1}{2}a_G . \left(\frac{v_C - v_B}{a_G}\right)^2 + v_B . \left(\frac{v_C - v_B}{a_G}\right) + x_B$

ومنه: $BC = x_C - x_B = \frac{1}{2}a_G . \left(\frac{v_C - v_B}{a_G}\right)^2 + v_B . \left(\frac{v_C - v_B}{a_G}\right)$

إذن: $BC = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2.a_G}$ وعليه: $a_G = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2.BC}$ ومما سبق لدينا: $a_G = \frac{-f}{m}$

إذن: $\frac{-f}{m} = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2.BC}$ ومنه: $f = \frac{m.(v_B^2 - v_C^2)}{2.BC}$

ت ع: $f = \frac{65 \times \left((20)^2 - (12)^2\right)}{2 \times 100} = 83,2N$

ملاحظة: يمكن إيجاد قيمة f بالاعتماد على مبدأ انحفاظ الطاقة

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (الرياضي) بين الموضعين B و C نكتب:

$E_{C.B} - \left|W(\vec{f})\right| = E_{C.C}$ ومنه: $\frac{1}{2}m v_B^2 - \left|f.BC.\cos(180°)\right| = \frac{1}{2}m v_c^2$

وعليه: $f.BC = \frac{1}{2}m v_B^2 - \frac{1}{2}m v_c^2$ إذن: $f = \frac{m\left(v_B^2 - v_C^2\right)}{2.BC} = 83,2N$

1.3- العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الرياضي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a_G}$.

.بإسقاط العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Dx'})$ نجد: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$. وبمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد $v_x = v_D.\cos(\theta)$ وبمكاملة عبارة السرعة نجد: $x = v_D.\cos(\theta)t + x_0$ وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = 0$

إذن: $x = v_D.\cos(\theta)t ....(1)$

.بإسقاط العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Dy'})$ نجد: $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$.

وبمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد $v_y = -gt + v_D.\sin(\theta)$

وبمكاملة عبارة السرعة نجد: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D.\sin(\theta)t + y_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $y_0 = 0$ إذن: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D.\sin(\theta)t ....(2)$

.استنتاج معادلة المسار:

لدينا: $x = v_D.\cos(\theta)t$ ومنه: $t = \frac{x}{v_D.\cos(\theta)}$ و بالتعويض في العبارة (2) نجد

معادلة المسار: $y = -\frac{g}{2v_D^2.\cos^2(\theta)}x^2 + \tan(\theta)x$

2.3. تحديد v_D سرعة G عند مغادرته الموضع D:

بما أن الموضع P ينتمي لمسار G فإن: $y_P = f(x_P)$

أي: $y_P = -\frac{g}{2v_D^2.\cos^2(\theta)}x_P^2 + \tan(\theta)x_P$

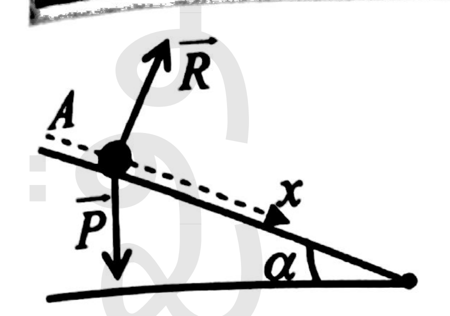
ومنه:

وعليه: $v_D = \sqrt{\frac{g x_P^2}{2.\cos^2(\theta)(x_P.\tan(\theta) - y_P)}}$

ت ع: $v_D = \sqrt{\frac{10\times15^2}{2.\cos^2(45^\circ)(15.\tan(45^\circ) - (-5))}}$

إذن: $v_D = 10,6 m s^{-1}$

1ـ دراسة حركة مركز عطالة الطفل على الجزء AB :



1ـ1ـ المعادلة التفاضلية لـ x_G :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة(الطفل) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{R} = m\,\overrightarrow{a_G}$

و بإسقاط العلاقة وفق المحور $\left(\overrightarrow{Ax}\right)$ نجد: $m.g.\sin(\alpha) + 0 = m\,a_x$

ومنه: $a_x = g.\sin(\alpha) = cte$ إذن: $\frac{d^2x_G}{dt^2} = g.\sin(\alpha)$

ـ حركة مركز العطالة G هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

1ـ2ـ أ- إيجاد بيانيا قيمة تسارع a_G:

البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته هي: $v_G = k\,t$

حيث k ميل المستقيم $k = \frac{\Delta v_G}{\Delta t} = \frac{1-0}{0,2-0} = 5m\,s^{-2}$.

ونعلم أن: $a_G = \frac{dv_G}{dt} = \frac{d\,(k\,t)}{dt} = k$ ومنه نستنتج أن: $a_G = k = 5m\,s^{-2}$.

بـ تحديد قيمة المدة الزمنية التي قطع فيها الطفل الجزء AB :

لدينا مما سبق: $a_x = \frac{d^2x_G}{dt^2} = g.\sin(\alpha)$ وبمكاملة العبارة بالنسبة للزمن

نجد $v_G = a_G\,t + v_0$ وحسب الشروط الإبتدائية $v_0 = 0m\,s^{-1}$ إذن: $v_G = a_G\,t$

وبمكاملة عبارة السرعة مرة أخرى بالنسبة للزمن نجد: $x_G = \frac{1}{2}a_G\,t^2 + x_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = 0m$ إذن: $x_G = \frac{1}{2}a_G\,t^2$. إذن: $x_G = 2,5t^2$

ومنه: $AB = x_B - x_A = x_B - 0$ ومنه: $AB = x_B(t_B) = 2,5t_B^2$

وعليه: $t_B = \sqrt{\frac{AB}{2,5}} = 2s$ إذن: $\Delta t = t_B - t_A = t_B - t_0 = t_B = 2s$

إذن المدة الزمنية: $\Delta t = 2s$

2ـ دراسة حركة مركز عطالة الطفل في مجال الجاذبية الأرضية:

2ـ1ـ العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الطفل) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحورين $(\overrightarrow{Dx})$ و $(\overrightarrow{Dy})$ نجد: $\begin{cases} a_x = P_x = 0 \\ a_y = P_y = m.g \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} a_x = 0 ....(1) \\ a_y = g ....(2) \end{cases}$.

بمكاملة العبارتين (1) و (2) بالنسبة للزمن نجد: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_D \\ v_y = g\,t + v_{0y} \end{cases}$

وحسب الشروط الإبتدائية $v_{0y} = 0$ نجد: $\begin{cases} v_x = v_D ....(3) \\ v_y = g\,t ....(4) \end{cases}$

بمكاملة العبارتين (3) و (4) بالنسبة للزمن نجد: $\begin{cases} x = v_D\,t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} g\,t^2 + y_0 \end{cases}$

وحسب الشروط الإبتدائية: $(x = 0, y = 0)$ إذن: $\begin{cases} x(t) = v_D\,t \\ y(t) = \frac{1}{2} g\,t^2 \end{cases}$

.استنتاج معادلة مسار حركة G:

من العلاقة $x(t) = v_D\,t$ نجد: $t = \frac{x}{v_D}$ وبالتعويض في عبارة $y(t)$ نجد عبارة معادلة المسار التالية: $y = \frac{g}{2v_D^2} x^2$.

2.2 أ- التحقق من أن قيمة لحظة وصول G إلى I هي $t_I = 0,6s$:

$h = DE = y_E - y_D = y_E = y_I = \frac{1}{2} g\,t_I^2$ ومنه: $t_I = \sqrt{\frac{2.h}{g}} = 0,6s$

ب- حساب قيمة v_I:

لدينا: $\overrightarrow{v_I} \begin{cases} v_{xI} = v_D = 11 m\,s^{-1} \\ v_{yI} = g\,t_I = 6 m\,s^{-1} \end{cases}$ ومنه: $v_I = \sqrt{v_{xI}^2 + v_{yI}^2} = 12,5 m\,s^{-1}$

جـ- تحديد قيمة x_I فاصلة النقطة I: $x_I = x(t_I) = v_D\,t_I = 11 \times 0,6 = 6,6m$

3.2 لا تتغير قيمة x_1 لأن: $x_1 = v_D t_1$ أي: $x_1 = v_D \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$

أي فاصلة الطفل لا تتعلق بالكتلة m.

حل التمرين 20

1. أ- من أجل: $(n = 1)$: تكون الذرة في حالتها الأساسية.

ب- من أجل: $(n \rangle 1)$: كون الذرة في حالة إثارة.

جـ- من أجل $(n = \infty)$: يغادر الإلكترون الذرة و تصبح عبارة عن شاردة.

2. أ- الموجة الممتصة، و رتبة مستوى الطاقة الذي ينتقل إليه الإلكترون:

$$E_{rouge} = -3,4 + |\Delta E| = -3,4 + \frac{hc}{\lambda_R} = -1,51 eV$$ أي: $n = 3$ (من المخطط).

$$E_{vert} = -3,4 + |\Delta E| = -3,4 + \frac{hc}{\lambda_v} = -1,01 eV$$ أي: $n = ???$ (لا توجد على المخطط).

- نلاحظ أن القيمة الموجودة في المخطط المعطى هي القيمة الأولى فقط إذن الذرة لا تمتص سوى الموجة ذات اللون الأحمر.

ب- الطاقة التي تتعامل معها الذرات هي طاقة مكممة (لها قيم معينة و محددة).

جـ- طبيعة الضوء الذي تبينه التجربة: هي الطبيعة الموجية لأن تكميم الطاقة المتبادلة عند الإمتصاص أو الإصدار يوافق امتصاص أو بث إشعاعات موجية بأطوال و تواترات معينة.

3. أ- نزول الإلكترون إلى الأسفل يوافقه تناقص في الإثارة و تحرير طاقة أي إصدار فوتون.

ب- حساب تواتر و طول موجه هذا الفوتون:

$$\gamma = \frac{|\Delta E|}{h} = \frac{|1,51 - 0,85| \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,62 \times 10^{-34}} = 1,6 \times 10^{14} Hz$$

و $$\lambda = \frac{c}{\gamma} = 1,875 \mu m = 1875 nm$$

جـ- هذا الإشعاع غير مرئي لأن: $\lambda \not\subset [400,800] nm$